浙江大学出版社

李晓彤　编著

几何光学和光学设计

几何光学和光学设计

李晓彤　编著

浙江大学出版社

内容简介

本书共分成三部分:第一部分是“几何光学”,共七章,包括高斯光学的基本内容以及光束限制、光能计算、光线光路计算等;第二部分是“像差理论”,共六章,系统地讲述了像差、初级像差和波像差的基本理论,并给出了基于初级像差理论的光学系统初始结构设计方法,还在附录中给出了有关程序;第三部分是“光学设计”,共五章,包括典型光学系统、典型光学镜头的设计、近现代常见的激光光学系统原理与设计特点、像质评价和光学系统自动设计等内容,有利于学生了解现代光学新动态,拓宽知识面。三部分相对独立又相互联系,既构成了经典光学的完整体系,又融入了现代光学的一些内容。本书在写法上注意开放性,并在书后列出了进一步学习的参考文献,以供参阅。

本书除作为高等院校本科教材外,也可作为工程技术和科研人员的参考书。

几何光学和光学设计
李晓彤 编著
责任编辑 陈子饶
*　*　*
浙江大学出版社出版
(杭州玉古路20号 邮政编码310027)
浙江大学出版社电脑排版中心排版
余杭市人民印刷厂印刷
浙江省新华书店发行
*　*　*
787×1092 16开 16.25印张 416千字
1997年6月第1版 1997年6月第1次印刷
印数:0001—1000
ISBN 7-308-01921-7/TH·050 定价:17.00元

前　言

本书是高等院校工科光学有关专业的本科教材，是在浙江大学光学仪器专业多年使用的、参照全国光学仪器专业指导委员会制订的“应用光学”课程指导性教学大纲编写的同名教材的基础上，根据浙江大学光电与科学仪器工程学系光电专业最新教学计划，按照“加强基础，注重素质，突出能力，面向一流”的原则和思维转化的一般规律，并结合本课程的计算机辅助教学的研究编写而成的。

全书由“几何光学”、“像差理论”和“光学设计”这三个相对独立而又相互联系的部分所构成。第一部分是“几何光学”，共七章，包括高斯光学的基本内容以及光束限制、光能计算、光线光路计算等；第二部分是“像差理论”，共六章，该部分系统地讲述了像差、初级像差和波像差的基本概念和计算，并给出了基于初级像差理论的光学系统初始结构设计方法；第三部分是“光学设计”，共五章，包括典型光学系统原理、典型光学镜头的设计计算方法、近现代常见的激光光学系统的原理与设计特点、像质评价和光学系统自动设计等内容，有利于学生了解现代光学新动态，拓宽知识面。

本教材具有三个特点：一是三大部分相对独立又相互联系，既构成了经典光学理论及光学设计的完整体系，又融入了现代光学的一些内容，教师根据专业特点和学时多少，可以完整地讲授全部内容，也可从中选择一部分，或安排部分内容让学生自学；二是语言精炼，删去了原教材中的一些次要公式和属于数学语言、物理语言解释范畴的内容，因而在较少的篇幅中突出了应用光学的基本概念和理论，加强了基础；三是本教材在体系上和写法上均具有开放性和自学指导意义，按照思维转化的一般规律，在正文中经常要求读者举一反三，同时，还在附录中给出了进一步学习的参考文献，有利于培养学生的独立学习能力和向周边拓展知识面的能力。

应当指出，本书参考文献中列出的绝大多数均系光学或计算机科学方面相对完善、为大多数人所认同的著作，这仅属于知识的一个层面。读者一方面应从其相互联系中加以贯通、综合把握，使自己有扎实的基础，另一方面还应注意批判地学习另一个知识层面，即发展并处于探索中的，表现为最新文献和实践经验形式的知识。只有这样，才能不断获得处于流动和发展状态的、具有生命力的新的智慧，使自己在总体素质上得到提高。

本书经王子余教授、周淑文副教授审阅。两位前辈和光学教研室徐安喜、谈恒英、岑兆丰等有关教师为本书的编写提供了极大的支持，并提出了许多有益的意见和建议，在此谨表示衷心的感谢！本书除作为光学仪器专业和其他有关专业的教材外，亦可供从事光学技术工作的工程技术人员参考。书中不当之处，请读者批评指正。

编　者

1996 年 9 月 10 日于求是园

目　录

第一部分　几何光学

第二部分 像差理论

第三部分　光学设计

第一部分　几何光学

在工农业、国防、科学技术以及人类生活的各个领域内，使用着种类繁多的光学仪器。尽管其中的光学系统千差万别，但其基本功能是共同的，即传输光能或对所研究的目标成像。因此，研究光的传播和光学成像的规律对于设计光学仪器具有本质的意义。

当然，从本质上讲，光是电磁波，它按波动理论传播，这已为光的干涉、衍射和偏振等诸多现象所证明。按照这种理论，光的传播就是波面的传播。但仅用波面的观点来讨论光经透镜或光学系统时的传播规律和成像问题将会造成计算和处理上的很大困难，在解决实际的光学技术问题时应用不便。

按照近代物理的观点，光具有波粒二象性。如果只考虑光的粒子性，把光源或物体看成是由许多几何点组成，并把由这种点发出的光抽象成像几何线一样的光线，那么，只要按照光线的传播来研究这种点经光学系统的成像，问题就会变得非常简便和实用。这种撇开光的波动本性，仅以光的粒子性为基础来研究光的传播和成像问题的光学学科分支称为几何光学。因此，几何光学研究的只是一种对真实情况的近似处理方法。尽管如此，按此方法所解决的有关光学系统的成像、计算和设计等方面的光学技术问题，在大多数场合下与实际情况相符。所以，几何光学有很大的实用意义，是研究光学仪器理论必不可少的基础。

按照几何光学的观点，被成像的物体是一几何点时，如果光学系统是理想的，其像也是一个几何点。这显然与实际情况不符。由于物点发出的波面受光学系统有限孔径的限制，实际的像是一个具有一定能量分布的衍射图样，其中心亮斑已具有一定大小。这样，当两个物点靠近到一定程度时，两个像就会重叠到使人难以分辨出是两个点。这就是光学仪器的分辨率问题，它是无法由几何光学来解决的。这类问题就不能完全依靠几何光学，而必须同时应用光的波动理论才能获得完满的解决。

因此，主要依靠几何光学中建立起来的一套理论和方法，必要时辅以波动光学的理论，才能成功地解决各种光学系统的有关计算和设计问题。作为一个光学工作者，学习和掌握好几何光学将是非常重要的。

第一章 几何光学的基本概念和基本定律

§1-1 发光点、光线和光束

发光点是本身发光或被其它光源照明后发光的几何点。它既无大小又无体积，但能辐射能量。它向四周发出如几何线那样的光线，携带着光能向外传播。

为什么要首先讨论发光点呢？因为物体总可看成是由点组成的，故通常讨论光学系统对物体成像时，以点作为基本成像元素。讨论物点的成像，便可全面了解物体的成像情况。然而，几何光学的这种发光点和光线的概念是简化了的抽象概念，实际上并不存在。一个实际的光源总有一定大小，才能容有能量。但从物理意义来说，一个光源只要其大小与作用距离相比可忽略不计就可认为是点光源，例如宇宙中的星体对地球上的观察者来说就是一个点光源。同样，由于光的衍射影响，要从光源发出的光能中分离出光线来也是不可能的。在此，引入这种发光点和光线的概念是为了把复杂的光学成像和光能传播问题简化，从而可利用简单的数学方法方便地描述和解决之。

按照光的波动理论，由光源上一点发出的电磁波被看作是以波面的形式向四周推进，若光所处的介质为各向同性的均匀介质，则波面向各方向的传播速度相同，不同时刻的波面为一系列以发光点为中心的球面波，光能就是沿着波面的法线方向传播的。这里，几何光学中的光线即波动光学中波面的法线，因此我们将波面的法线束称为光束。无限远处发光点发出的是平面波，对应于平行光束；有限远处发光点发出的是球面波，对应于同心的发散光束和会聚光束，它们统称为同心光束。同心光束经透镜或未精心设计过的光学系统以后会失去同心性，此时所对应的波面可能是轴对称或非轴对称的非球面。

§1-2 光线传播的基本定律和全反射

几何光学通过上述简化，把光能的传播和光学成像问题归结为光线的传播问题，光线的传播遵循以下四个基本定律。

一、光的直线传播定律

在各向同性的均匀介质中，光在两点之间沿直线传播，即在这种介质中，光线都是直线。

二、光的独立传播定律

以不同途径传播的光同时在空间某点通过时，彼此互不影响，各路光好象其它光线不存在似地独立传播。而在各路光相遇处，其光强度是简单地相加，总是增强的。

光的直线传播定律和光的独立传播定律只在不考虑光的波动性质时才是正确的。据此可以很好地解释日蚀、月蚀等现象，很多光学仪器的应用也都以此为基础。但是，这两个定律并不是在所有场合下都是正确的。当光传播经小孔时，光的衍射现象将明显地表现出来，通过小孔的光除按原来的直线方向继续传播外，还要向其它方向衍射光能，并有

$$\sin\alpha=\frac{K\lambda}{D} \tag{1-1}$$

式中，λ 是波长，D 是小孔直径，K 是衍射级数。仅当波长为零时，才不存在衍射现象。即几何光学忽略了光的波动性质，是波长近似为零的一种特殊情况。波动光学还告诉我们，从光源上同一点发出的光经不同途径传播后再相遇于某点时，其合成作用应是电矢量的相加，而不是简单的光强度的相加，其光强度可能加强，也可能是减弱的。这就是光的干涉现象。

以上是光在同一介质中的传播规律。当光传播到两种介质的光滑分界面时，依界面的性质不同，光线或返回原介质，或进入另一介质。前者称为光的反射，按反射定律传播，一般抛光的金属镜面为反射界面；后者称为光的折射，按折射定律传播，两种透明介质的光滑分界面为折射界面。

如图 1-1 所示，光线 AO 入射于界面 PQ 上的 O 点，NON' 为界面上入射点处的法线，一部分光能在该点反射，由 OC 方向射出，OC 为反射光线，另一部分光能在该点折射，OB 为折射光线。入射光线与法线的夹角 I 称为入射角，反射光线与法线的夹角 I'' 称为反射角，折射光线与法线的夹角 I' 称为折射角。

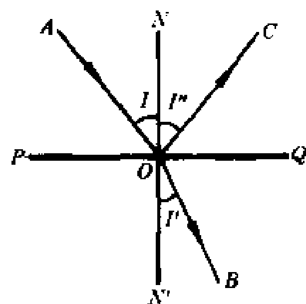


图 1-1

三、光的反射定律

反射光线与入射光线和法线在同一平面内；入射光线和反射光线分别位于法线的两侧，与法线夹角大小相同，按 § 2-1 中的符号规则，即

$$I''=-I \tag{1-2}$$

四、光的折射定律

折射光线和入射光线与法线在同一平面内；折射角与入射角的正弦之比与入射角的大小无关，仅由两介质的性质决定，当温度、压力和光线的波长一定时，其比值为一常数，等于前一介质与后一介质的折射率之比，即

$$\frac{\sin I'}{\sin I}=\frac{n}{n'} \tag{1-3'}$$

或

$$n'\sin I'=n\sin I \tag{1-3}$$

式中，n 和 n' 分别是入射和折射介质的折射率，是介质的绝对折射率。我们知道，光在不同介质中的传播速度各不相同，在真空中光速最快，以 c 表示。介质的折射率便是描述光在该介质中的传播速度 v 减慢程度的一个物理量，即

$$n=\frac{c}{v} \tag{1-4}$$

真空的折射率为 1。空气的折射率在标准大气压（101.325kPa）和标准温度（20℃）下，对于波长为 0.5893μm 的钠光为 1.000272，与真空的折射率相差甚微。所以常以介质相对于空气的相对折射率作为该介质的折射率。

在图 1-1 中，若令 CO 和 BO 为入射光线，则根据反射定律和折射定律，光线必由 OA 方向射出，这说明光的传播是可逆的，此即光路的可逆性。

在式（1-3）中，若假定 $n'=-n$，则可得 $I'=-I$，此即反射定律。所以反射定律可认为是折射定律在 $n'=-n$ 时的特殊情况，也可认为空气中的反射界面是折射率分别为 1 和 −1 的两种介质的光滑分界面。

一般情况下，光线射至透明介质的分界面时将同时发生反射和折射现象。但在特定条件下，该界面可将入射光能全部反射回去而无折射发生，这就是光的全反射。

习惯上，我们把界面两边折射率相对较大的介质称为光密介质，折射率较小的称为光疏介质。那么，全反射这种特殊情况会在何时发生呢?当光线由光密介质向光疏介质传播时，因 $n'<n$，则 $I'>I$，当 I 增大时，折射光线远离法线，如图 1-2 所示。此时逐渐增大入射角 I 到某一值时，折射角 I' 达 90°，使折射光线沿界面掠射而出。若入射角继续增大，则有 $\sin I'>1$，显然这是不可能的。实验表明，这些光线不能折射入另一介质，而将按反射定律在界面上被全部反射回原介质。对应于 $\sin I'=1$ 的入射角 I_m 称为临界角，由式(1-3)可知：

$$\sin I_m=\frac{n'}{n} \tag{1-5}$$

当光线由光疏介质向光密介质传播时，由公式(1-3)可知，不会发生全反射。

全反射现象在光学仪器中有着重要的应用，例如，为了转折光路可以使用全反射棱镜，图 1-3 所示等腰直角棱镜就是最常用的一种，只要光束孔径角 $2U$ 在一定范围内，所有光线在斜面 AB 上的入射角都大于临界角，因而可以在该面上发生全反射。

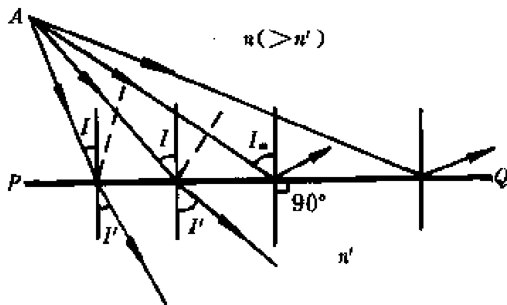


图 1-2

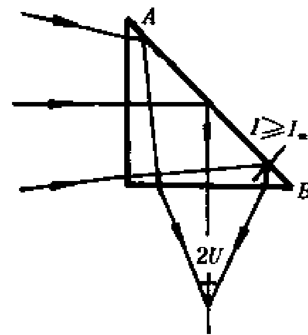


图 1-3

光学纤维也是利用全反射原理来传输光的。单根光纤由内外两层透明介质，即高折射率玻璃的芯子和低折射率玻璃的包皮所构成，进入光纤的光束在芯子材料和包皮材料的分界面上入射角大于临界角的光线连续全反射，直至传到光纤的另一端，如图 1-4 所示。



图 1-4

以上形式的折(反)射定律在计算平面光路时是可行的，但要求知任何一条光线经界面折(反)射以后的方向，特别是当界面在空间分布复杂，或光线是三维空间的空间光线时，应用矢量形式的折射定律和反射定律来计算更为方便。

如图 1-5 所示，$\boldsymbol{A}_0$ 和 $\boldsymbol{A'}_0$ 分别是沿入射光线和折射光线的单位矢量，$\boldsymbol{N}$ 是沿法线的单位矢量。法线矢量的方向是从入射介质到折射介质。按此，式(1-3)可写为：

$$n'(\boldsymbol{A'}_0\times\boldsymbol{N})=n(\boldsymbol{A}_0\times\boldsymbol{N})$$

展开，并将长度为 n' 的折射光线矢量和长度为 n 的入射光线矢量分别记为 $\boldsymbol{A'}$ 和 $\boldsymbol{A}$，得

$$\boldsymbol{A'}\times\boldsymbol{N}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{N}$$

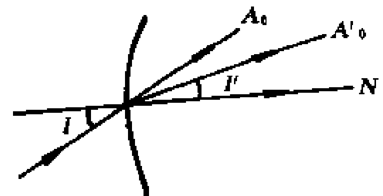


图 1-5

或　　　$(\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{A})\times\boldsymbol{N}=0$

$(\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{A})$与 $\boldsymbol{N}$ 都不可能为零，因此，此两矢量必定是互相平行的，故上式可表示为

$$\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{A}=P\boldsymbol{N}\qquad (P \text{ 为待定常数})$$

上式两边同与 $\boldsymbol{N}$ 作标积，得

$$P=\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A}=n'\cos I'-n\cos I$$

当 $n'>n$ 时，$P>0$，矢量 $\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{N}$ 正向平行。反之，当 $n'<n$ 时，$P<0$，两矢量为反向平行。请读者自行画出这两种情况下的矢量关系图。

一般地，在已知两介质折射率和光线的入射角求折射角时，P 可化为

$$P=\sqrt{n'^2-n^2+n^2\cos^2 I}-n\cos I=\sqrt{n'^2-n^2+(\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A})^2}-\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A}\qquad(1\text{-}6)$$

$$\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}+P\boldsymbol{N}\qquad(1\text{-}7)$$

这就是矢量形式的折射定律，应用它就可由已知的入射光线矢量 $\boldsymbol{A}$ 和法线矢量 $\boldsymbol{N}$ 求得折射光线矢量 $\boldsymbol{A}'$。

矢量形式的反射定律，可以在 $n'=-n$ 的情况下直接由式(1-7)得到，只是其中的 P 可以更为简化。可得

$$P=n'\cos I'-n\cos I=-2n\cos I=-2(\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A})$$

将其代入式(1-7)可得矢量形式的反射定律

$$\boldsymbol{A}''=\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{N}(\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{A})\qquad(1\text{-}8)$$

§ 1-3　费马原理

费马原理从光程的观点来描述光传播的规律，它具有更普遍的意义。

所谓光程 s，是光在介质中所经过的几何路程 l 与该介质折射率 n 的乘积，即

$$s=nl\qquad(1\text{-}9)$$

由于 $n=c/v$，$l=vt$，于是

$$s=ct\qquad(1\text{-}10)$$

故光程相当于光在介质中走过 l 这段路程的时间 t 内，在真空中所走过的几何路程。光程的概念在以后将有重要的应用。

费马原理：光从一点到另一点是沿光为极值的路径传播的。即，光沿光程为极小、极大或常量的路径传播。该原理又称极端光程定律。

不失一般性，设光在非均匀介质中传播，则所走的路径不是直线，如图 1-6 所示。此时从 A 点到 B 点的总光程为

$$s=\int ds=\int n\cdot dl$$

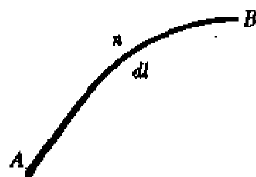


图 1-6

根据费马原理，s 应为极值，即

$$\delta s=\delta\int n\cdot dl=0\qquad(1\text{-}11)$$

这就是费马原理的数学表达式。它的证明读者可参阅参考文献[1]。

费马原理是描述光线传播规律的最基本的定律。前述光的直线传播、反射和折射定律均可由费马原理导出。对于均匀介质，根据两点间直线为最短的几何公理，应用费马原理可直接解释光沿直线传播的必然性。同样根据该几何公理，由图 1-7 也可得到反射定律。

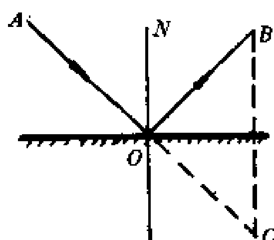


图 1-7

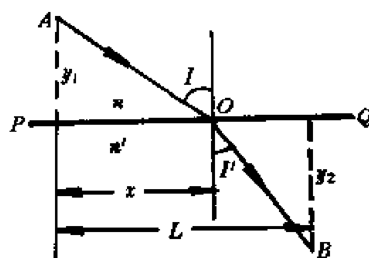


图 1-8

折射的情况如图 1-8，从 A、B 点分别作界面的垂线 AP、BQ，并令其长度分别为 y_1 和 y_2，则 A 点到 B 点的光程为

$$(AOB)=n\cdot AO+n'\cdot OB=n\sqrt{x^2+y_1^2}+n'\sqrt{(L-x)^2+y_2^2}$$

光程为极值的条件为

$$\frac{d(AOB)}{dx}=0$$

对上面的光程公式求导并化简即可得折射定律：

$$n\sin I-n'\sin I'=0$$

可见，在以平面为界面的情况下，光线是按光程为极小值的路径传播的。但按费马原理，光也可能按光程为极大值或常量的路径传播。当以曲面为界面时，随曲面的性质和曲率的不同，实际光程可能是极小、极大或常量。例如图 1-9 所示的以 F 和 F' 为焦点的椭球反射面，根据椭球面的性质可知，由 F 点发出的所有光线经该面反射后必聚焦于 F' 点，且光程为常量，即

$$(FF')=FM+MF'=\text{常数}$$

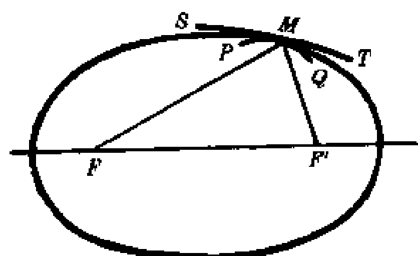


图 1-9

这样的面，对 F 和 F' 点来说，谓之等光程面。

图中还给出了两个均与椭球面相切于 M 点而曲率不等的反射面 PQ 和 ST，前者曲率大于椭球面，后者曲率小于椭球面。FM 和 MF' 也是这两个面的入射光线和反射光线。显然，光程 (FMF') 对 PQ 面为极大值，而对 ST 面为极小值。

§ 1-4　物、像的基本概念和完善成像条件

光学仪器中的光学系统由一系列折射和反射表面组成，这些表面中，主要是折射球面，也可以有平面和非球面。各表面曲率中心均在同一直线上的光学系统称为共轴光学系统，这条直线就叫光轴。实际光学系统绝大部分属共轴光学系统，非共轴系统只在少数仪器中使用。

如图 1-10 所示，若以 A 为顶点的入射光束经光学系统的一系列表面折射或反射后，变为以 A' 为顶点的出射光束，我们就称 A 为物点，A' 为物点 A 经该系统所成的像点。图中的物、像点由实际光线相交而成，是实物成实像的情况。若物像点由光线的延长线相交而成，则称为虚的。图 1-11 中，A 是虚物点，A' 是虚像点，是虚物成虚像的情况。需指出，虚物不能人为设置，也不能独立存在，它只能被前面另一系统给出。实像能用屏幕或感光乳胶来接收和记录，虚像则不能，但可为眼睛所感受。

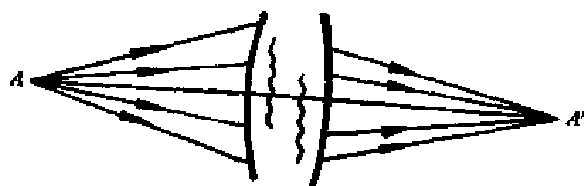


图 1-10

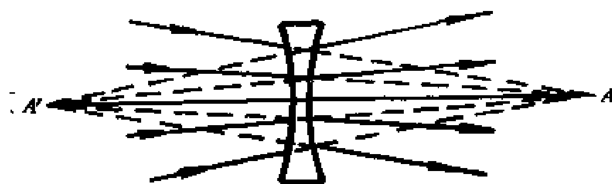


图 1-11

物所在的空间称为物空间、像所在的空间称为像空间。它们都可以在从$-\infty$到$+\infty$的整个空间内。

一个发光点或实物点，总是发出同心光束，与球面波相对应。一个像点也是由与球面波对应的同心光束汇交而成，并称完善像点。因为光学系统入射波面与出射波面之间的光程是相等的，故要能够将物点 A 完善成像于 A'，必须实现 A 与 A'之间的等光程。所以，等光程是完善成像的物理条件。

图 1-12 所示为一由 k 个表面组成的光学系统，它将物点 A 成像于 A'。如果 A'是完善像点，则由 A 到 A'之间任何光路的光程必须相等，即

$$
\begin{aligned}
(AA') &= n_1 \cdot AO_1 + n_2 \cdot O_1O_2 + \cdots + n_kO_{k-1}O_k + n_{k+1} \cdot O_kA'_k \\
&= n_1AE_1 + n_2E_1E_2 + \cdots + n_kE_{k-1}E_k + n_{k+1}E_kA' = \text{常量}
\end{aligned}
$$

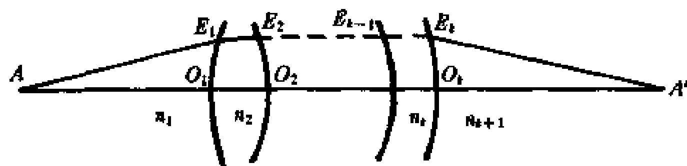


图 1-12

实际上，要实现对某一给定点的等光程成像，只须用单个反射或折射界面就能满足，这种单个界面称为等光程面，举数例如下：

例 1. 有限距离物点 A 反射成像于有限距离的 A'点，只须一分别以 A 和 A'为其焦点的椭球面就能达到要求，如图 1-9 所示。

例 2. 无限远物点 A 反射成像于有限距离的 A'点，只须一以 A'为焦点的抛物面就能达到要求，如图 1-13 所示。反之，根据光路的可逆性，抛物面镜也可将有限距离物点成像于无穷远处。

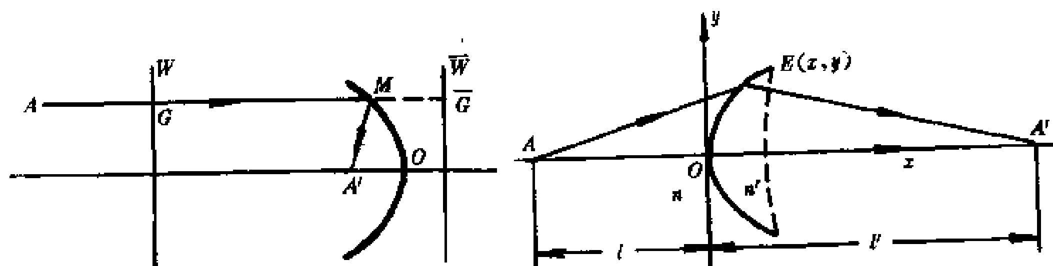


图 1-13　　　图 1-14

例 3. 有限距离物点 A 折射成像于有限距离的 A'点，如图 1-14，须满足

$$
(AA') = n \cdot AE + n' \cdot EA' = nl + n'l' = \text{常数}
$$

设 E 点的坐标为(x,y)，则由上式可写出 E 点的轨迹方程为

$$n'[l'-\sqrt{(l'-x)^2+y^2}]+n[l-\sqrt{(l+x)^2+y^2}]=0$$

这是一个四次曲线方程，为卵形线。以此曲线绕 AA' 旋转而成的曲面，称卵形面，就是 A 和 A' 之间的等光程面。若在该曲面后加上一个与 A' 同心的球面，如图中虚线所示，就得到了一个能使 A 成完善像于 A' 点的等光程透镜。

例 4. 上例中，令物或像点之一位于无穷远，等光程条件可化为二次曲线。若令像点 A' 在无穷远，如图 1-15 所示，该二次曲线为

$$n'x+n[l-\sqrt{(l+x)^2+y^2}]=0$$

(a)　(b)

图 1-15

由该二次曲线可见，$n<n'$ 和 $n>n'$ 两种情况下的等光程面分别为双曲面和椭球面。

实际上，上述等光程面由于加工困难，且当它们对有限大小的物体成像时，轴外点并不满足等光程条件而不能对其完善成像，因此很少应用。实际的光学系统大多由容易加工的球面组成，当它们满足一定条件时，能对有限大小的物体等光程成像，这将在以后详加讨论。

习　题

1. 试列举日常生活中所见符合光传播的四个基本定律的现象。

2. 已知光在真空中的传播速度为 3×10^8m/s，求光在折射率为 1.333 的水中和 1.65 的玻璃中的传播速度。

3. 一高度为 1.7m 的人立于离高度为 5m 的路灯(设为点光源)1.5m 处，求其影子长度。

4. 一针孔照相机对一物体于屏上形成一 60mm 高的像。若将屏拉远 50mm，则像的高度为 70mm。试求针孔到屏间的原始距离。

5. 有一光线以 60°的入射角入射于 $n=\sqrt{3}$ 的磨光玻璃球的任一点上，其折射光线继续传播到球表面的另一点上，试求在该点反射和折射的光线间的夹角。

6. 若水面下 20cm 处有一发光点，我们在水面上能看到被该发光点照亮的范围(圆直径)有多大?

7. 入射到折射率为 $n=1.5163$ 的等腰直角棱镜的一束会聚光束(见图 1-3)，若要求在斜面上发生全反射，试求光束的最大孔径角 $2U$。

8. 有一光线 $A=\cos60^\circ i+\cos30^\circ j$ 入射于 $n=1$ 和 $n'=1.5$ 的平面分界面上，平面的法线为 $N=\cos30^\circ i+\cos60^\circ j$，求反射光线 A'' 和折射光线 A'。

第二章　球面和球面系统

§2-1　概念与符号规则

用于光学成像或收集和传递光能的光学系统绝大部分由折射球面(以透镜为基本单元)组成，同时为达到其他有关目的，还常包含有平面和反射球面等光学表面。由于反射面只是折射面在 $n'=-n$ 时的特殊情况，平面是半径为无穷大的球面，故首先讨论球面系统是最具普遍意义的。这里我们首先讨论光线经单个折射球面时的计算方法，有了这个计算方法就可以方便地解决光线经整个球面系统的计算问题。

图 2-1 所示是一条在纸平面上的光线经球面折射的光路。对于单个球面，凡过球心的直线就是其光轴。光轴与球面的交点称为顶点。球面的半径用 r 表示。

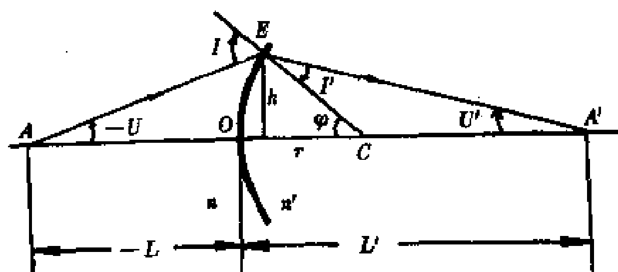


图 2-1

在含轴面内入射于球面的光线，可以用两个量来确定其位置，一是从顶点 O 到光线与光轴交点 A 的距离 L，称为截距；另一是入射光线与光轴的夹角 U，称为倾斜角。这条光线经球面折射仍在含轴面内，其位置相应地用 L' 和 U' 表示。但为了区分，L 和 U 称为物方截距和物方倾斜角；L' 和 U' 称为像方截距和像方倾斜角。为使确定光线位置的参量具有确切的含义，并推导出普遍适用于所有可能的情况的一般公式，必须对这些量以及其它有关量给出某种符号规则。本书采用的符号规则如下：

沿轴线段：如 L、L' 和 r，以界面顶点为原点，如果由原点到光线与光轴的交点和到球心的方向与光线的传播方向相同，其值为正，反之为负。光线的传播方向规定自左向右。

垂轴线段：如 h，在光轴之上者为正，之下者为负。

光线与光轴的夹角 U 和 U'：以光轴为始边，从锐角方向转到光线，顺时针转成者为正，逆时针转成者为负。

光线和法线的夹角 I、I' 和 I''：以光线为始边，从锐角方向转到法线，顺时针者为正，逆时针者为负。

表面间隔 d：由前一面的顶点到后一面的顶点(图 2-8)，其方向与光线方向相同者为正，反之为负。在纯折射系统中，d 恒为正值。

§2-2 轴上物点经单个折射球面成像

下面我们将按照上节规定的符号规则，讨论在给定的球面半径 r 和两边的介质折射率 n、n' 时，如何由已知的入射光线坐标 L 和 U 求出折射光线的坐标 L' 和 U'。

在图 2-1 中，分别应用正弦定律于△AEC 和△$A'EC$，再根据图中固有关系

$$\varphi=U+I=U'+I'$$

并结合折射定律，可导出

$$\sin I=\frac{L-r}{r}\sin U \tag{2-1}$$

$$\sin I'=\frac{n}{n'}\sin I \tag{2-2}$$

$$U'=U+I-I' \tag{2-3}$$

$$L'=r+r\frac{\sin I'}{\sin U'} \tag{2-4}$$

公式(2-1)～(2-4)就是计算含轴面内光线光路的基本公式。依次应用，可由已知的 L 和 U 求得 L' 和 U'。从这些公式可见，尽管由 A 点发出的具有相同 U 角的光线经球面折射后在像方交光轴于同一点 A'，似乎 A' 就是物点 A 被折射球面所成的像，但轴上点发出的具有不同 U 角的光线经球面折射后将有不同的 L' 值，即不交光轴于同一点，因而像方光束失去同心性，成像是不完善的，如图 2-2 所示。这是成像的像差之一，称球差。

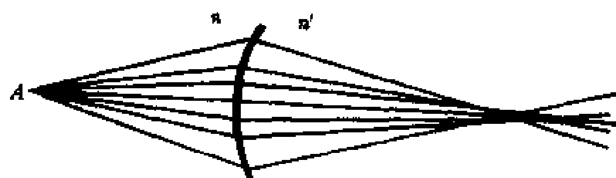


图 2-2

然而，如果由 A 点发出并入射于球面的光线与光轴的夹角很小，其相应的 I、I' 和 U' 也必很小。这种很靠近光轴的光线称为近轴光线。近轴光线的光路计算公式可从(2-1)～(2-4)式直接以弧度代替角度的正弦获得，其中的有关量用小写字母表示之，则有

$$i=\frac{l-r}{r}u \tag{2-5}$$

$$i'=\frac{n}{n'}i \tag{2-6}$$

$$u'=u+i-i' \tag{2-7}$$

$$l'=r+r\frac{i'}{u'} \tag{2-8}$$

由这组公式可知，不论 u 取何值，l' 总为定值。这说明，轴上点发出的很靠近光轴的同心光束经球面折射后仍为同心光束，即轴上点以细光束经单个折射球面所成的像是完善的，像的位置由 l' 所决定。这种由近轴光线所成的像称为高斯像。讨论光学系统近轴区成像性质和规律的光学称为高斯光学或近轴光学。

在以上公式中设法消去 i 和 i'，并引用对近轴光线成立的简单关系

$$h=lu=l'u' \tag{2-9}$$

可得

$$n'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l'}\right)=n\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right)=Q \tag{2-10}$$

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \tag{2-11}$$

$$n'u'-nu=\frac{n'-n}{r}h \tag{2-12}$$

以上三式是一个公式的三种不同表示形式。公式(2-10)表示成不变量 Q 的形式，称阿贝不变量，它表明，当物点位置一定时，一个球面的物空间和像空间的 Q 值相等；公式(2-11)给出了折射球面物、像位置之间的关系；公式(2-12)给出了经球面折射前后的近轴光线与光轴夹角 u 和 u' 之间的关系。它们在今后将有重要应用。

由公式(2-11)可见，对于给定物距 l 的物点，像的位置仅与 $(n'-n)/r$ 的值有关。因此，$(n'-n)/r$ 是一个表征折射球面光学特性的量，称为折射球面的光焦度，记为 φ，即

$$\varphi=\frac{n'-n}{r} \tag{2-13}$$

另一方面，光焦度一定时，像点的位置与物点位置有关。无穷远轴上物点被折射球面所成的像点称为像方焦点或后焦点，以 F' 表示；这时的像距称为像方焦距或后焦距，记为 f'，如图 2-3。反之，对应于像方无穷远光轴上的物点称为物方焦点或前焦点，以 F 表示，相应的物距记为 f，称为物方焦距或前焦距。分别以 $l=-\infty$ 和 $l'=\infty$ 代入式(2-11)，可得

$$f'=\frac{n'}{n'-n}r \tag{2-14}$$

$$f=-\frac{n}{n'-n}r \tag{2-15}$$

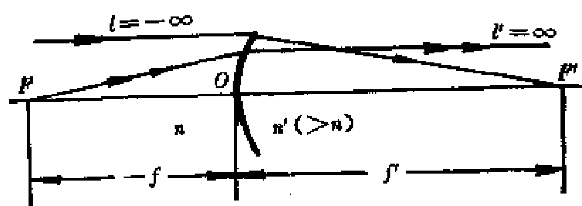


图 2-3

根据以上三个公式，折射球面的光焦度和焦距之间有如下关系式：

$$\varphi=\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f} \tag{2-16}$$

$$\frac{f'}{n'}=-\frac{f}{n} \tag{2-17}$$

$$f'+f=r \tag{2-18}$$

以后将会看到，公式(2-16)和(2-17)对任何光学系统都是普遍适用的。

从以上公式可见，当像方焦距为正，即 $f'>0$ 时，像方焦点在顶点之右，是由实际光束会聚成的实焦点。反之，若 $f'<0$，则像方焦点位于顶点之左，是由发散光束的延长线相交而成的虚焦点，如图 2-4。所以，焦距(以后，凡不加说明，均指像方焦距)或光焦度的正负决定了折射球面对光束折射的会聚或发散特性，即 $\varphi>0$ 时对光束起会聚作用，$\varphi<0$ 时对光束起发散作用。还可看出，折射球面的 f' 和 f 总具相反符号，即像方焦点和物方焦点总位于顶点两侧，且虚实相同。凡平行于光轴入射的光线，经球面折射后必通过像方焦点；凡过物方焦点的光线，经球面折射后必平行于光轴射出。

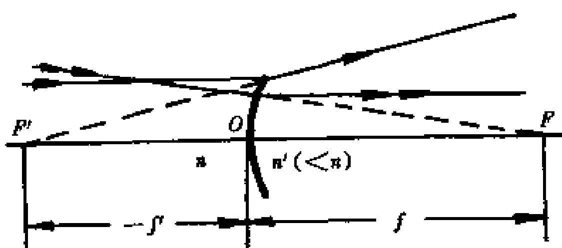


图 2-4

§2-3 物平面以细光束经折射球面成像

物总具有一定大小，因此在上述的基础上，我们还必须讨论轴外点和物平面以细光束成像的情况。

如图 2-5，球心 C 处放置的具有小孔的屏（称光阑）限制了物方各点以细光束成像，它使物空间以 C 为中心、CA 为半径所作的球面 A_1AA_2 上的每一点均成像于同心球面 $A'_1A'A'_2$ 上。但物方垂直于光轴的平面 BA 的像是否也是过 A' 点并垂直于光轴的平面呢？不是的。因为物平面上的点 B 可看作是由球面上的点 A_1 沿辅光轴 CA_1 移动 dl 得到。由式(2-11)可知，对于折射球面，当物点沿光轴移动时，像点一定沿同方向移动。因此，B 点的像 B' 必位于 A'_1 和 C 之间，即物平面 BA 的像是一相切于 A' 点，并比球面 $A_1'A'A_2'$ 曲率更大的曲面。由此可见，平面物体即使以细光束经折射球面成像也不可能得到完善的平面像。这也是成像的像差之一，叫像面弯曲。

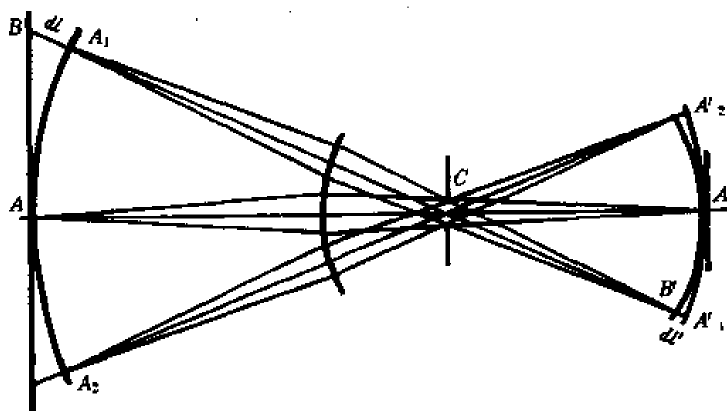


图 2-5

如果物平面是靠近光轴很小的垂轴平面，那么可认为其像面是平的，完善的，称为高斯像面。这种靠近光轴能以细光束成完善像的不大区域称为近轴区。

讨论到对有限大小的物体成像时，自然就涉及到像的放大率和正倒问题。

几何光学中所用的放大率有三种，一种是横向放大率，它定义为垂轴小物体成像时，像的大小与物的大小之比；一种是轴向放大率，它表征像点与对应的物点沿轴移动量之比；还有一种称为角放大率，它是折射前后的一对光线与光轴夹角 u' 与 u 之间的比值。这三种放大率依次记为 β、α 和 γ。

图 2-6 给出了垂轴小物体 AB 被球面成像的情况。显然，像的位置由轴上点的近轴光线决定后，像的大小可由轴外物点 B 作一过球心的辅轴 BC 来决定。分别以 y 和 y' 表示物 AB 和像 $A'B'$ 的大小。由 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C$ 并应用公式(2-10)可得

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{l'-r}{l-r}=\frac{nl'}{n'l} \tag{2-19}$$

根据轴向放大率的定义，对式(2-11)微分，可导出单个折射球面的轴向放大率为

$$\alpha=\frac{dl'}{dl}=\frac{nl'^2}{n'l^2}=\frac{n'}{n}\beta^2 \tag{2-20}$$

角度放大率公式也易于得出

$$\gamma=\frac{u'}{u}=\frac{l}{l'}=\frac{n}{n'}\frac{1}{\beta} \tag{2-21}$$

所以，当求得光轴上一对物像点的截距 l 和 l' 后，就可按上式求得该对共轭点的三种放大率。

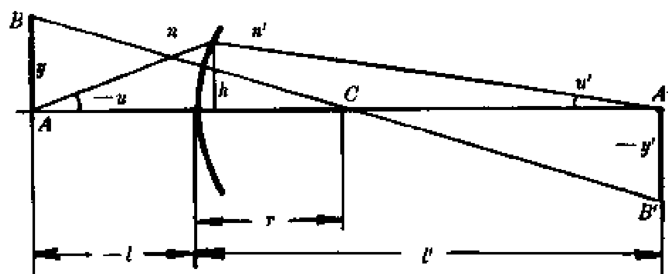


图 2-6

这三种放大率表征了折射球面的成像特性，下面我们一一讨论之：

1. $\beta<0$ 时，y' 与 y 异号，l' 与 l 异号，表明成倒像，物与像位于球面的两侧，虚实相同；图 2-6 即为此种情况 $\beta>0$ 时，y' 与 y、l' 与 l 分别同号，表明成正像，物像在球面的同侧，且虚实不一，请读者自行作图；β 值仅与物像位置有关，因而当平面物成像时，像必相似于物体。

2. 由式(2-20)，折射球面的轴向放大率 α 恒为正值，即 dl' 与 dl 同号，当物沿着某方向移动时，像总沿相同方向移动。α 的大小也与物体位置有关，且因为 α 与 β 不等，不能对立体物给出相似的立体像。

3. 以上三种放大率之间存在关系

$$\alpha\gamma=\beta \tag{2-22}$$

以后我们将会看到，上述三种放大率公式对于任何系统都是适用的。

下面还将得出一个重要公式。在横向放大率公式(2-19)中应用式(2-9)，可得

$$nyu=n'y'u'=j \tag{2-23}$$

此式称为拉氏公式，表明一对物像平面内，j 值是一个常量，称拉氏不变量。该不变量将在以后有重要应用。

§ 2-4　反射球面

反射球面又称球面镜，是光学系统中常用的光学零件。

由于反射定律只是折射定律在 $n'=-n$ 时的特殊情况，故球面镜成像的有关公式可从折射球面的相应公式中直接得到。即

$$\frac{1}{l'}+\frac{1}{l}=\frac{2}{r} \tag{2-24}$$

$$f'=-f=\frac{r}{2} \tag{2-25}$$

$$\left.\begin{aligned}\beta&=\frac{y'}{y}=-\frac{l'}{l}\\ \alpha&=\frac{dl'}{dl}=-\beta^2\\ \gamma&=\frac{u'}{u}=-\frac{1}{\beta}\\ \alpha\cdot\gamma&=\beta\end{aligned}\right\} \tag{2-26}$$

从以上公式可见，球面镜的物、像方焦点是重合在一起的，如图 2-7 所示。具有负焦距的凹面镜反有实焦点，对光束起会聚作用；$f'>0$ 的凸面镜具有虚焦点，对光束起发散作用。这是因

为球面镜的焦距与光焦度恒为异号之故，与用光焦度的正负决定光束的会聚或发散是一致的。同时，用横向放大率 β 的正负来判断像的正倒和虚实是与折射球面一致的，具有普遍性。球面镜的轴向放大率恒小于零，表示当物点沿光轴移动时，像点恒沿相反方向移动。

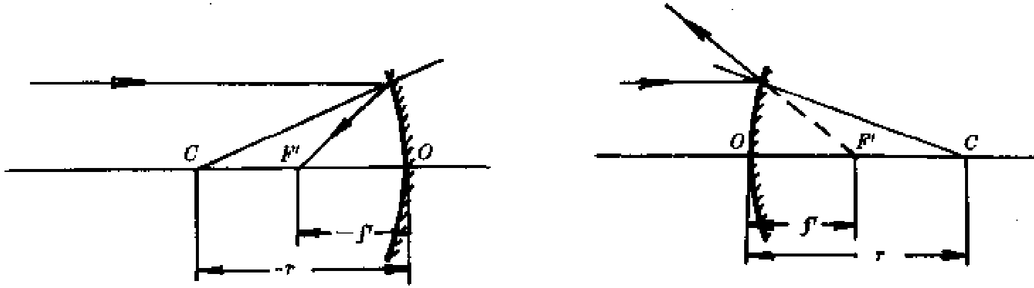


图 2-7

§2-5 共轴球面系统

实际的光学系统，绝大部分是共轴球面系统，主要由球面透镜组成，也常应用一些如平面镜、棱镜和平行平板之类的光学零件，不过它们在系统中并不对高斯成像特性产生影响，只是为了达到某些其它目的而设置的。

由 k 个面组成的一个共轴球面光学系统的结构，由下列结构参数所唯一确定：(1)各球面的曲率半径 $r_1, r_2, \cdots, r_k$；(2)各表面顶点之间的间隔 $d_1, d_2, \cdots, d_{k-1}$（$k$ 个面之间共有 $k-1$ 个间隔）；(3)各表面间介质的折射率 $n_1, n_2, \cdots, n_{k+1}$（由 k 个面共隔开 $k+1$ 种介质）。

在已知上述结构参数的前提下，要计算光线的光路和像的位置、大小，除了把单个表面的公式重复应用于系统的每一个面之外，还必须实现从一个面到下一个面的量值转换。

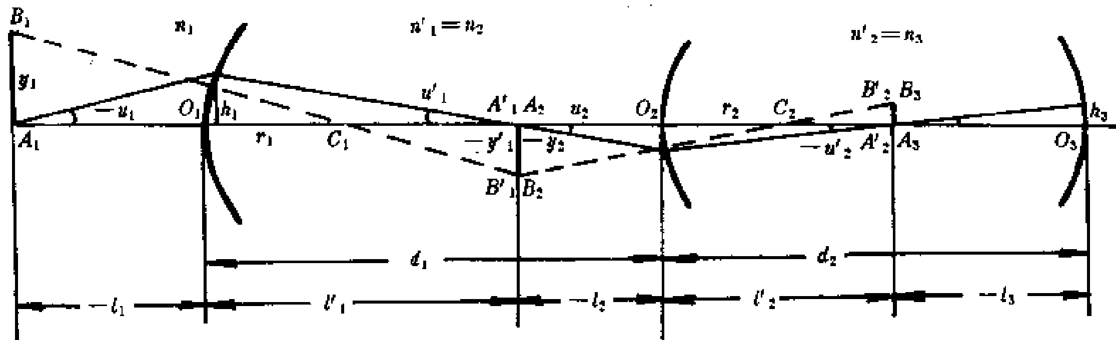


图 2-8

图 2-8 是一个近轴区的物体被系统头二个面以近轴光线成像的情况。显然，一个面的像空间就是下一个面的物空间，由图中可以很容易地得出以下转面关系：

$$\left.\begin{aligned} n_2=n'_1,\ n_3=n'_2,\cdots,n_k=n'_{k-1} \\ u_2=u'_1,\ u_3=u'_2,\cdots,u_k=u'_{k-1} \\ y_2=y'_1,\ y_3=y'_2,\cdots,y_k=y'_{k-1} \end{aligned}\right\} \tag{2-27}$$

$$l_2=l'_1-d_1,\ l_3=l'_2-d_2,\cdots,l_k=l'_{k-1}-d_{k-1} \tag{2-28}$$

$$h_2=h_1-d_1u'_1,h_3=h_2-d_2u'_2,\cdots,h_k=h_{k-1}-d_{k-1}u'_{k-1} \tag{2-29}$$

利用以上转面公式和单个折射球面的有关公式，共轴球面系统含轴面内的光线计算问题就可以解决了。

至于整个系统的放大率，易于证明，是各面放大率之乘积，即

$$\left.\begin{aligned}\beta&=\beta_1\beta_2\cdots\beta_k\\ \alpha&=\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_k\\ \gamma&=\gamma_1\gamma_2\cdots\gamma_k\end{aligned}\right\} \tag{2-30}$$

将单个折射球面的各种放大率公式分别代入，可得

$$\beta=\frac{n_1}{n'_k}\frac{l'_1l'_2\cdots l'_k}{l_1l_2\cdots l_k} \tag{2-31}$$

$$\beta=\frac{y'_k}{y_1}=\frac{n_1}{n'_k}\frac{u_1}{u'_k} \tag{2-32}$$

$$\alpha=\frac{n'_k}{n_1}\beta^2 \tag{2-33}$$

$$\gamma=\frac{n_1}{n'_k}\frac{1}{\beta} \tag{2-34}$$

三个放大率之间，仍有 $\alpha\gamma=\beta$。可见，整个系统的各放大率公式及其相互关系，与单个折射球面的相应公式完全一样，这一方面表明了单个折射球面公式的普遍意义，同时也说明单个折射球面只是折射球面系统当 $k=1$ 时的特殊情况。

根据公式组(2-27)可直接写出整个系统的拉氏公式，即

$$j=n_1y_1u_1=n'_1y'_1u'_1=n_2y_2u_2=\cdots=n_ky_ku_k=n'_ky'_ku'_k \tag{2-35}$$

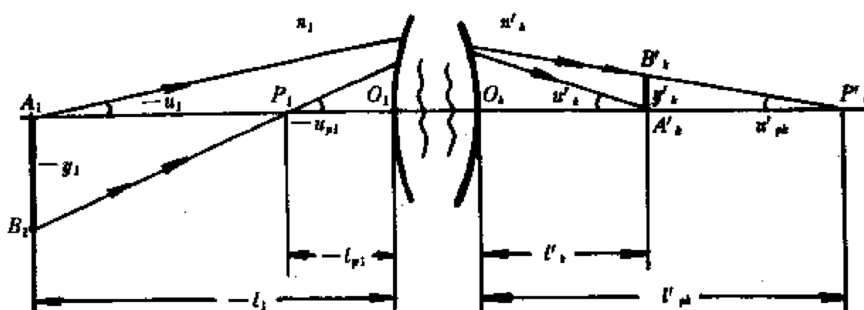


图 2-9

此式表明，拉氏不变量 j 对整个系统的每一个面的每一空间都是不变量。这是一个表征光学系统性能的重要特征量。j 值大，表示系统能对物体成像的范围大，能对每一物点以大孔径角成像。这一方面表示光学系统能传输光的能量大、另一方面孔径角越大，系统分辨物体细节的能力越强，即传递的信息密度越大。所以，j 值大的系统具有更高的性能。

以后将会看到，为计算光学系统像差的近似值，需要用到 j 值，并须对两条近轴光线进行计算。如图 2-9 所示，轴上物点 A 发出的经通光孔(严格地说，应为第五章中的入瞳)边缘的光线称为第一近轴光线，由 l_1 和 u_1 确定；物体边缘点 B 发出的经通光孔中心的光线称为第二近轴光线，由 l_{p1} 和 u_{p1} 确定，它们经整个系统的出射光线坐标分别为 l'_k、u'_k 和 l'_{pk}、u'_{pk}，由图可见

$$y_1=(l_{p1}-l_1)u_{p1} \text{ 和 } y'_k=(l'_{pk}-l'_k)u'_{pk} \tag{2-36}$$

即得

$$j=n_1(l_{p1}-l_1)u_{p1}u_1=n'_k(l'_{pk}-l'_k)u'_{pk}u'_k \tag{2-37}$$

通常用此式来计算 j 和校对两条近轴光线的计算是否正确。

随光学系统而异，上述两条近轴光线中的任一条，可能平行于光轴，此时 u_1 或 u_{p1} 为零，不能直接从上面给出的公式求 j 值，可将公式展开。当 $u_1=0$ 时，有

$$j=-n_1h_1u_{p1} \tag{2-38}$$

当 $u_{p1}=0$ 时，有

$$j=n_1h_{p1}u_1 \tag{2-39}$$

式中，h_1 和 h_{p1} 分别是两条光线在第一面上的入射高度，也是已知的。

§2-6 透镜

由两个折射面所限定的透明体称为透镜，它是构成光学系统的最基本的光学元件，能满足对物体成像的各种要求。因为球面是最容易加工和最便于大量生产的曲面，所以在实际光学系统中应用得最广泛。非球面透镜在改善成像质量和简化结构等方面有其好处，但由于加工和检验的困难，应用得相对较少，本章暂不作讨论。

透镜可分凸透镜和凹透镜两类，中心厚度大于边缘厚度的称凸透镜，中心厚度小于边缘厚度的称凹透镜，如图 2-10 所示。

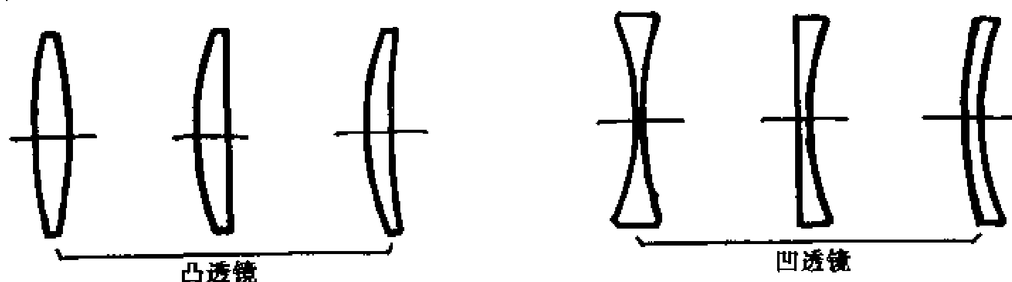


图 2-10

绝大部分实用的透镜，其厚度与球面半径相比很小，略去厚度不会引起成像结果的实质性变化，却能对初始阶段的分析和计算带来方便，导出甚为简单的公式，这时认为透镜的厚度为零，称薄透镜。

将单个折射球面的物像位置公式(2-11)应用于薄透镜的两个面，并考虑到 $n_1=n'_2=1$(空气)，$n'_1=n_2=n$(透镜折射率)，且透镜本身的厚度为 0，则可得

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \tag{2-40}$$

这就是薄透镜的物像位置公式。且其焦距为

$$f'=1/\left((n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)$$

并有

$$f=-f' \tag{2-41}$$

焦距的倒数称为透镜的光焦度，即

$$\varphi=1/f'=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \tag{2-42}$$

则公式(2-40)可写成

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}=\varphi \tag{2-43}$$

从薄透镜的焦距公式可见：凡凸透镜，$f'>0$，具有正光焦度，对光束起会聚作用，像方焦点是对入射的平行光束会聚而成的实焦点；凡凹透镜，$f'<0$，具有负光焦度，对光束起发散作用，像方焦点是虚焦点。因此，又称凸透镜为正透镜或会聚透镜，称凹透镜为负透镜或发散透镜。图 2-11 所示为正、负透镜对平行光束的折射情况。通常用一条粗直线两端加箭头来表示薄透镜。

应用折射球面的放大率公式易于得到薄透镜的相应公式，即

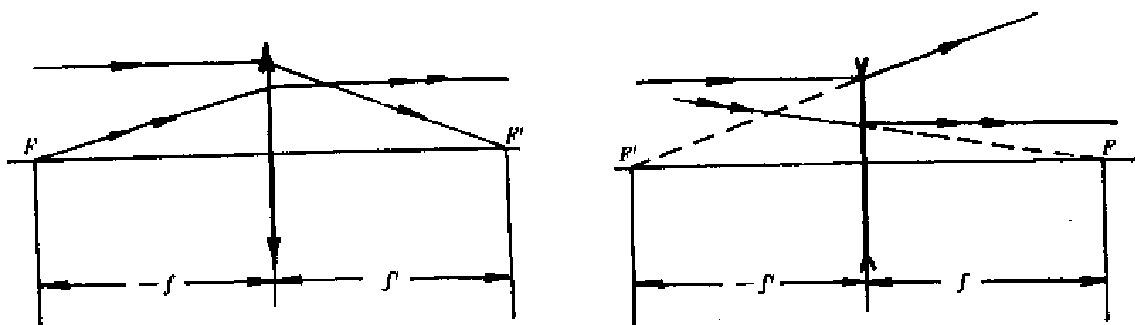


图 2-11

$$\beta=\frac{l'}{l} \tag{2-44}$$

可见，放大率与物、像位置有关，随着物体位置的不同，放大率可大可小，可正可负，表明透镜可以满足各种各样的成像要求。

还值得指出，薄透镜放大率为正一倍的一对共轭点也有其重要的特性。从物像公式(2-43)解出 l' 并代入式(2-44)可得

$$\beta=\frac{f'}{l+f'} \tag{2-45}$$

当 $\beta=1$ 时，解得 $l=0$，并有 $l'=0$，此时一对物像点重合于薄透镜的中心或顶点，公式(2-34)表明，此时角放大率也为 1，即 $u'=u$，表示过这一对共轭点的共轭光线有相同的方向。因这对共轭点重合于薄透镜的中心，所以，过薄透镜中心的光线方向不变。

因此，薄透镜具有下列性质，即：平行于光轴入射的光线经透镜后通过像方焦点，过物方焦点的入射光线经透镜后平行于光轴射出，通过透镜中心的光线方向不变。根据其中任意两条，就可用作图方法方便地求解任何位置的物体经透镜的成像问题，如图 2-12 所示。

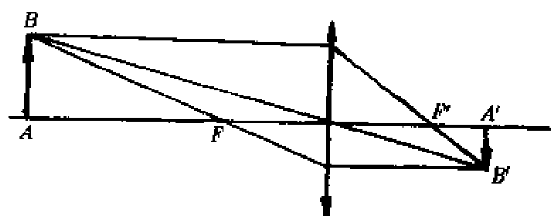


图 2-12

习　题

1. 有一直径为 100mm、折射率为 1.5 的抛光玻璃球，在视线方向可见球内有二个气泡，一个位于球心，另一个位于球心与前表面间的一半处。求二个气泡在球内的实际位置。

2. 有一折射率为 1.54 的玻璃棒，一端为 $r=30$mm 的抛光凸球面，另一端为磨砂的平面。试问棒长为多少时，正好能于毛面上被球面形成远处物体的清楚像。

3. 一折射球面，其像方焦距和物方焦距分别为 180mm 和 −150mm，物方介质为 $n=4/3$ 的水，求球面的曲率半径 r 和像方介质折射率 n'。

4. 有一 18mm 高的物体位于折射球面前 180mm 处，球面的半径 $r=30$mm、$n=1$、$n'=1.52$，求像的位置、大小、正倒和虚实。

5. 有一折射球面，$r=100$mm、$n=1$、$n'=1.5$，求像方焦距 f' 和物方焦距，并当物距分别

为：$l=-\infty$，$-10r$，$-4r$，$-3r$，$-2r$，$-r$，0，r，$3r$，$10r$ 时，求像的位置、大小、正倒和虚实。将结果列于表中，并讨论之。

物		像			
物距 l	实或虚	位置(像距 l')	大小(放大率 β)	正或倒	实或虚
$-\infty$ $-10r$ $-4r$ … $3r$ $10r$					

6. 曲率半径为 200mm 的凹面镜前 1m 处，有一高度为 40mm 的物体，求像的位置和大小，并说明其正倒和虚实。

7. 实物位于曲率半径为 r 的凹面镜前什么位置时，可得：(1)放大到 4 倍的实像；(2)放大到 4 倍的虚像；(3)缩小到 1/4 倍的实像？是否可能得到缩小到 1/4 倍的虚像？

8. 缩小到 1/5 倍的实像位于半径为 r 的凹面镜前何处时，该实像 1)被实物所成；2)被虚物所成。

9. 实物与被球面镜所成的实像相距 1.2m，如物高为像高的 4 倍，求球面镜的曲率半径。

10. 一球面镜对其前面 200mm 处的物体成一缩小一半的虚像，求其曲率半径。

11. 人眼的角膜可认为是一曲率半径 $r=7.8$mm 的折射球面，其后是 $n=4/3$ 的液体。如果看起来瞳孔在角膜后 3.6mm 处，且直径为 4mm，求瞳孔的实际位置和直径。

第三章　平面和平面系统

球面系统能够对任意位置的物体以要求的倍率成像，这是平面系统所不能做到的。但平面系统在光学系统中所起的作用、能满足的要求又是透镜不能实现的。利用平面系统所起的作用，将使光学仪器的功能更趋完备，从而更能满足各种实际需要。

平面光学零件是工作面为平面的零件，包括平面镜、平行平板、反射棱镜和折射棱镜等。

§3-1　平面镜

平面镜即平面反射镜。我们日常生活中使用的镜子就是平面镜。

平面镜的成像也可用折射球面的成像基本公式来描述。在式(2-11)中令 $n=-n'$，$r=\infty$，得

$$l'=-l \text{ 和 } \beta=1$$

可见，物经平面镜成像时，物与像分居于镜面的两侧且到镜面的距离相等，成正立的、与物同等大小的像。显然，在这种情况下，物与像的虚实总是不一致的，即平面镜只能对实物成虚像，对虚物成实像。所以，平面镜的成像特性是比较单一的。

上述平面镜的成像性质也易于从反射定律按几何关系直接得出，图 3-1 是平面镜对实物成虚像的光路，对虚物成实像的情况请读者自行画出。

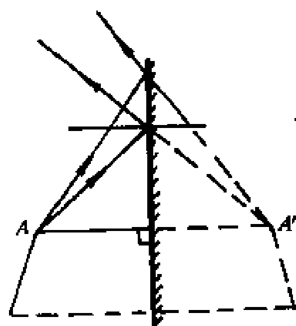


图 3-1

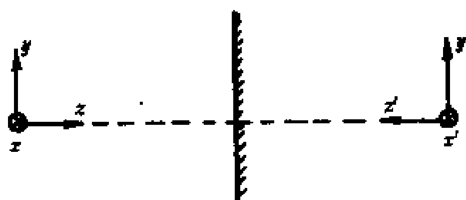


图 3-2

从图可见，平面镜把以物点 A 为顶点的同心光束反射成以像 A' 为顶点的同心光束，说明平面镜成像是完善的。但实质上，反射后的同心光束与原光束完全相同，只是方向改变了、顶点移动了而已。因此，在光学系统中应用平面镜并不会引起成像性质的变化，也不会引入像差而影响成像质量，但能改变光轴的方向，使像面变换到便于观察、检测和记录的位置或方向上，或将很长的光路通过转折光轴而压缩在较小的仪器箱体内。但平面镜成像时，像空间和物空间是不一致的。因为物像对称于镜面，使得一个右手直角坐标系统表示的物 $oxyz$，变成一个左手坐标系表示的像 $o'x'y'z'$，如图 3-2 所示。这种像称为镜像。若物是运动的目标，如顺时针转，我们将会看到其像是反时针转的。这会造成观察者的错觉，在绝大部分观察用的光学仪器中，这种情况是不允许的。但若再一次反射成像，又将恢复成与物相同的右手坐标系统。因而容易想到、

奇次反射成镜像，偶次反射成与物体一致的像。所以，仪器中需用平面镜来转折光路而又要避免镜像时，必须采用偶数个镜面。

平面镜的另一重要性质是，当保持入射光线不变而使平面镜转过 α 角时，反射光线将转过 2α 角，如图 3-3 所示。这是因为入射角和反射角同时变化 α 角之故。这一性质可用以测量物体的微小转角或位移。如图 3-4 所示，分划板 R 位于物镜 L 的前焦面上。当测杆处于零位时，平面镜处于垂直于光轴的状态 M_0，此时 F 点发出的光束经物镜后与光轴平行，再经平面镜反射的原路返回，重被聚焦于 F 点。当测杆被被测物体顶推移动 x 而使平面镜绕支点转过 α 角

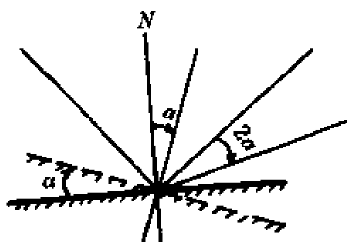


图 3-3

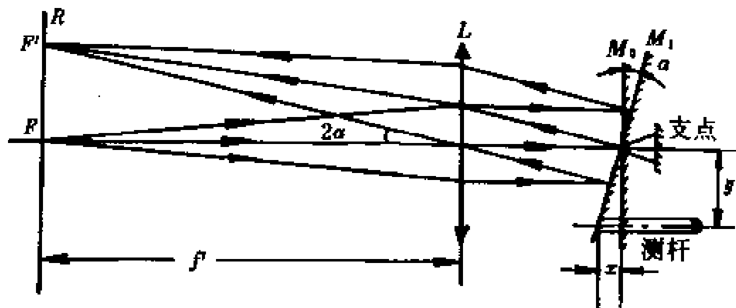


图 3-4

而处于 M_1 状态时，平行光被反射后要相对于光轴转过 2α 角，并被物镜聚焦于 F' 处。由于转角 α 很小，此装置的位移量放大倍数

$$M=\frac{FF'}{x}=\frac{f'\mathrm{tg}2\alpha}{y\mathrm{tg}\alpha}\approx\frac{2f'}{y}$$

将此放大倍数做成 100 是没有问题的。这样，若分划板上标尺的格值为 0.1mm，就能测出相当于测杆 0.001 的位移量。一种名为光学比较仪的计量仪器即按此原理制成。

§ 3-2　双平面镜

图 3-5 是夹角为 α 的双平面镜系统。让我们讨论物体被这两平面镜相继成像一次的情况。一个以右手坐标系 $oxyz$ 表示的物先被镜 M_1 反射成像为 $o_1x_1y_1z_1$，它作为平面镜 M_2 的物被成像为 $o_2x_2y_2z_2$。显然该像为右手坐标系，是与原物一致的。该像与原物之间的夹角为

$$\angle OQO_2=\angle O_1QO_2-\angle O_1QO=2(\angle O_1QM_1+\alpha)-2\angle O_1QM_1=2\alpha$$

所以，双平面镜对物体所成的二次反射像是由物体绕 Q 轴转动 2α 角而得，转动的方向按反射次序由第一反射镜至第二反射镜的方向。若物体先被镜 M_2 成像，再被镜 M_1 成像，则读者可同理推得此时的二次反射像的位置。

根据上述情况，若我们立于两镜面之前朝双平面镜的交线，也称棱线，看时，可见到自身的两个像分立于棱线的两边。当双镜的夹角 α 从小的锐角逐渐增大时，两个像各自向棱线靠拢。当 α 增大到 90 度时，两像重合于棱线。

由于经双镜相继反射一次所得的二次反射像与原物对棱线的张角只与双镜的夹角 α 有关，故当双镜绕棱线转动时，只要保持 α 角不变，二次反射像是不会动的。

下面再看看经双平面镜的两个面相继反射一次后的出射光线与入射光线间的关系。从图 3-6 可见，二次反射光线相当于入射光线按图中所示方向转动 β 角而得，其与 α 角之间有

$$\beta=2(I_1+I_2)=2\alpha$$

关系。所以，光线经双镜反射后，其出射光线与入射光线的夹角是双镜夹角 α 的两倍，且由于 β

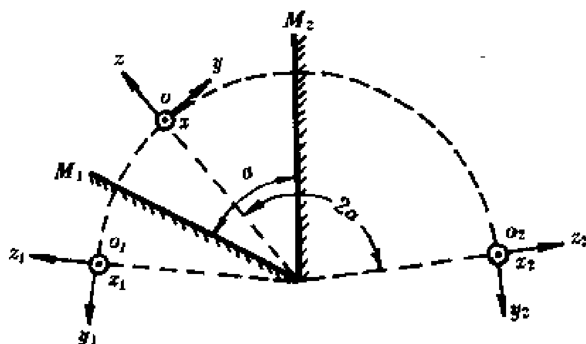


图 3-5

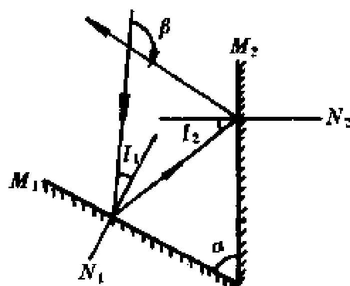


图 3-6

角只决定于双镜的夹角 α，当绕棱线转动双镜时，出射光线的方向不变。双平面镜系统的这一性质具有重要的实用意义，二次反射棱镜就是按此做成。由于已将两个反射面做成一体，可始终保持其夹角不变。将其应用于光学系统中，可以在安装要求不高的情况下，较好地保持出射光束的正常状态。

§3-3 平行平板

由两个相互平行的折射平面构成的光学零件称为平行平板。

平行平板是光学仪器中应用甚多的一类光学零件，如刻有标志的分划板、夹持标本的载玻片和盖玻片、滤光片等等，都属于这类零件。还有反射棱镜也可看作是等价的平行平板。

逐面应用折射球面物像公式(2-11)并结合过渡公式(2-28)，考虑到 $r_1=r_2=\infty$，可得

$$l'_1=nl,\ l_2=nl-d,\ l'=l-d/n$$

$$\beta=\beta_1\beta_2=1$$

式中，n 和 d 分别是平行平板的折射率和厚度，如图 3-7 所示。可见，平行平板总对物成同等大小的正立像，物与像总在平板的同侧，两者虚实不一致。且易于得出，不论物距为何值，像相对于物的位置总不改变。若以 $\triangle l'$ 表示像相对于物的距离，从图可见有

$$\triangle l'=-l+d-(-l')=d\left(1-\frac{1}{n}\right) \tag{3-1}$$

该 $\triangle l'$ 恒为正值，故平行平板所成的像总是由物沿光线行进方向沿轴移动 $d(1-1/n)$ 而得，与物的位置、虚实无关。这一事实在日常甚易见到。例如从平静清彻的水面看池底之物时，觉得视见深度减小，犹如池水变浅，这就是因为水底之物经一平行平板成像，提高了 $\triangle l'$ 之故。

下面讨论非近轴光线经平行平板的折射。如图 3-8，从 A 点发出的光线经两个面折射之后从 $A'E$ 方向射出，根据折射定律，必有 $I'_2=I_1$ 或 $U'=U$，即光线经平行平板折射后方向不变，但要产生一个位移，如在侧向度量，其位移量用 $\triangle T'$ 表示，即

$$\triangle T'=DE\cdot\sin(I_1-I'_1)=\frac{d}{\cos I'_1}\sin(I_1-I'_1)$$

上式可化为

$$\triangle T'=d\sin I_1\left(1-\frac{\cos I_1}{\sqrt{n^2-\sin^2 I_1}}\right) \tag{3-2}$$

若从沿轴方向来度量光线的位移量，并用 $\triangle L'$ 表示，则有

$$\triangle L'=\frac{\triangle T'}{\sin I_1}=d\left(1-\frac{\cos I_1}{\sqrt{n^2-\sin^2 I_1}}\right) \tag{3-3}$$

或

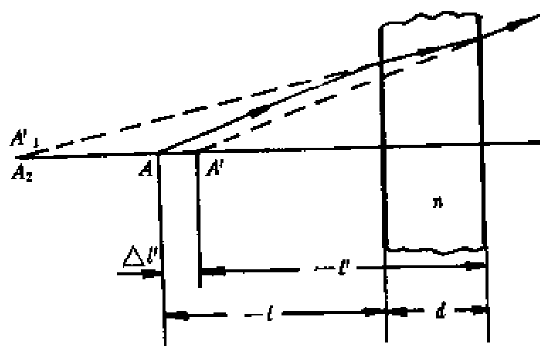


图 3-7

图 3-8

$$\triangle L' = d\left(1-\frac{\mathrm{tg}I'_1}{\mathrm{tg}I_1}\right) \tag{3-4}$$

由上可知，光线经平行平板折射后的轴向位移量$\triangle L'$是I_1的函数。A点发出的同心光束因其中不同I_1角的光线经平板折射后有不同的轴向位移量，导致出射的光束不再是同心光束。故平行平板不可能以宽光束对物点成完善像。而以近轴细光束成像时，由于i_1很小，$\mathrm{tg}I_1$和$\mathrm{tg}I'_1$近似等于$\sin I_1$和$\sin I'_1$，公式(3-4)即可化为公式(3-1)，表明$\triangle l'$对给定的平板是个常数，即细光束成像是完善的。

同样，在近轴区$\triangle T'$可简化为

$$\triangle t' = d\left(1-\frac{1}{n}\right)i_1 \tag{3-5}$$

此时，光线的侧向位移量$\triangle t'$与入射角i_1成线性关系。因此，常在某些仪器中应用平行平板的这一性质，在较小的角度范围内利用平板的转动使折射光线线性平移来作为一种测试或补偿的手段。

§3-4　反射棱镜

将一个或多个反射工作平面磨制在同一块玻璃上的光学零件称为反射棱镜。反射棱镜在光学系统中用来达到转折光轴、转像、倒像、扫描等一系列目的。尽管这些作用也可以用平面镜系统来实现，但是镀金属反射膜的片状反射镜光能损失大、安装调整均不便，且不稳定又不耐久，因此在光学仪器中多使用反射棱镜。只有在应用大的棱镜有困难时才用反射镜。

反射棱镜随反射面数及其相互位置配置的不同而有繁多的种类，形状各异。现将最常用的棱镜和棱镜系统分述于下。

1. 一次反射棱镜

对应于单块平面镜，对物成镜像。最常用的是等腰直角棱镜，如图 3-9 所示。两个直角面，即AB面和BC面，称为棱镜的入射面和出射面，光学系统的光轴必须从这两个面的中心垂直通过。故这种棱镜使光轴转折 90°。这里，入射面、反射面和出射面统称为棱镜的工作面，工作面的交线称为棱线或棱，垂直于棱线的平面称为棱镜的主截面。光轴应位于主截面内。

若需经一次反射使光轴转过若干角度，根据反射定律和几何关系，很容易通过作图或计算得出这种一次反射棱镜，图 3-10 所示是等边棱镜割去无用的阴影部分所得，它可使光轴转折 60°。

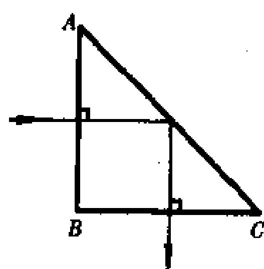


图 3-9

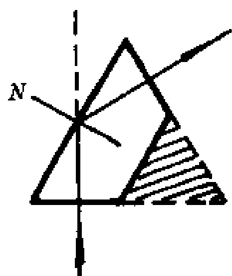


图 3-10

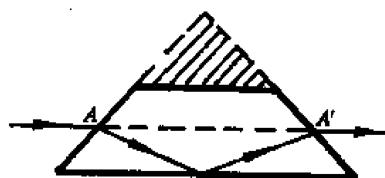


图 3-11

还有一种较为特殊的一次反射棱镜如图 3-11 所示，它由等腰直角棱镜截去无用的直角部分而成，称为达夫棱镜。它虽使光轴经一次反射，但因光轴在入射面和出射面上均要经一次折射，最终并不改变光轴的方向。达夫棱镜的重要性质在于当它绕平行于反射面的 AA' 轴旋转 α 角时，物体的反射像将转过 2α 角。图 3-12 中棱镜处于两个位置(a)和(b) 时的成像情况证明了这一事实。达夫棱镜的这一性质，使它在周视瞄准镜中得到重要应用，如图 3-13 所示。这里，直角棱镜 P_1 绕其出射光轴旋转达到周视的目的，同时，达夫棱镜 P_2 以 P_1 的角速度的一半同时转动，以使观察者不必改变位置就能周视全景。但要注意，由于达夫棱镜的入射面和出射面不与光轴垂直，它只能应用于平行光束中。

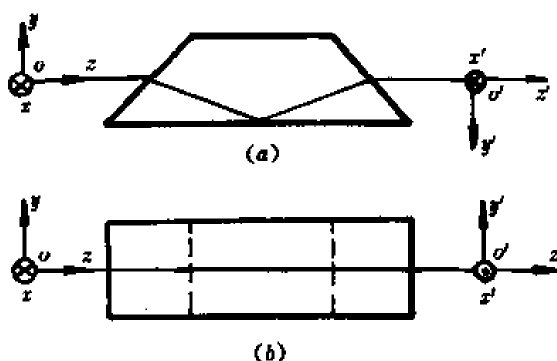


图 3-12

2. 二次反射棱镜

这类棱镜相当于双平面镜系统，即夹角为 α 的二次反射棱镜将使光轴转过 2α 角。图 3-14 画出了几种常用的二次反射棱镜，其中(c)和(d)是最常用的两种棱镜。前者称五角棱镜，当要避免镜像时，可用来代替一次反射直角棱镜。后者称二次反射直角棱镜，常用来组成棱镜倒像系统。图(a)是半五角棱镜。图(b)是 30°直角棱镜，它可代替图 3-10 所示的一次反射棱镜。图(e)称斜方棱镜，可使光轴产生平移。

3. 三次反射棱镜

最常用的有施密特棱镜，如图 3-15 所示，它使出射光轴相对于入射光轴改变 45°的方向，用于瞄准镜中可使结构紧凑而甚为适用，如图 3-16 所示。但瞄准镜中的施密特棱镜一定要做成屋脊棱镜以避免镜像(详见后)。

反射棱镜在光学系统中等价于一块平行平板，我们依次对反射面逐个作出整个棱镜被其所成的像，即可将棱镜展开成为平行平板。图 3-17 就是对一次反射等腰直角棱镜、达夫棱镜和施密特棱镜按此法所展成的等效平板。其他棱镜的展开图请读者自行画出。由图可见，本来在棱镜内部几经转折的光轴，展开后连成了直线。其中的达夫棱镜，由于入射面与出射面不与光

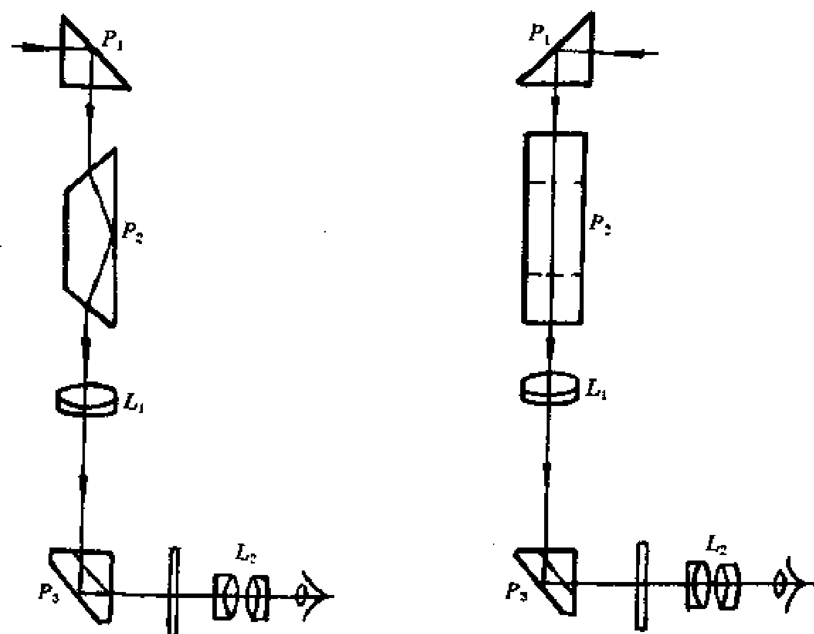


图 3-13

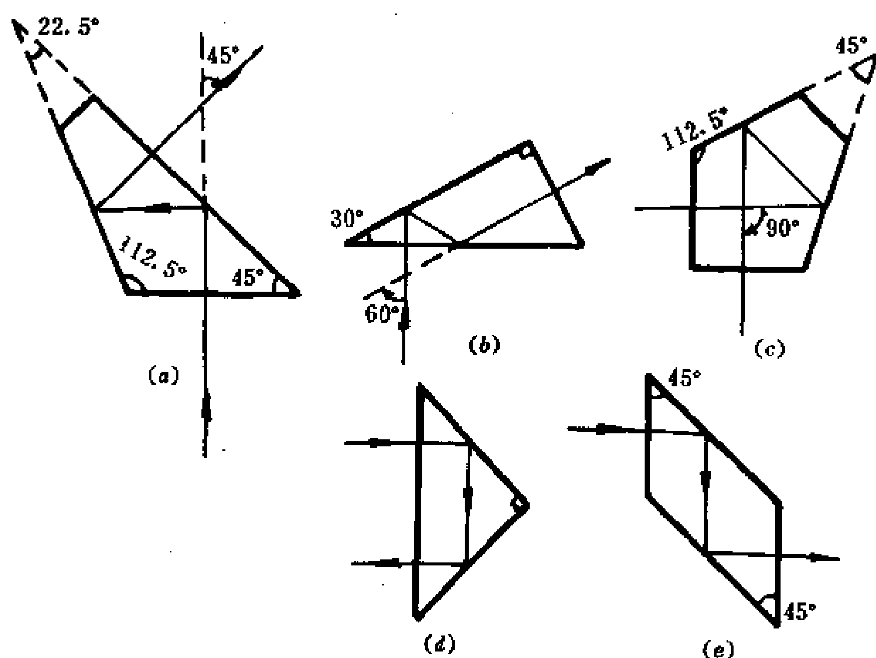


图 3-14

轴垂直，其对应的平板是倾斜于光轴的。

通常用反射棱镜的结构常数 K 来表示棱镜的通光直径 D(入射面上或出射面上的最大光斑直径)和棱镜中的光轴长度 d 之间的关系，即

$$K=\frac{d}{D} \tag{3-6}$$

一般情况下，d 是等效平板的厚度，但达夫棱镜例外。

作出展开图后，易得上述各棱镜的结构常数分别为：

一次反射的等腰直角棱镜 $K=1$；

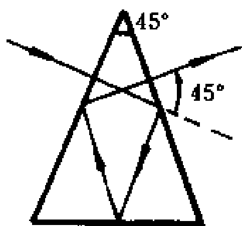


图 3-15

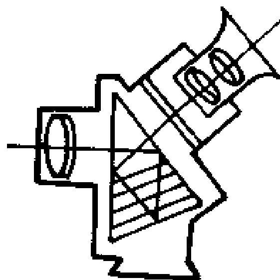
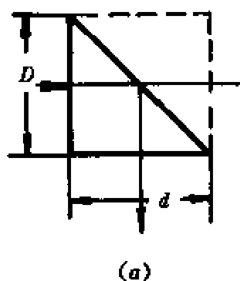
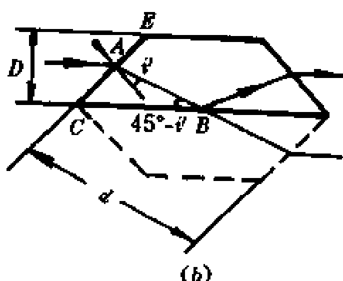


图 3-16





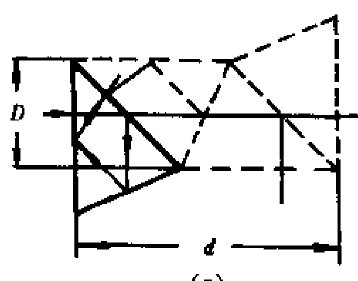


图 3-17

二次反射的等腰直角棱镜 $K=2$；

五角棱镜 $K=3.414$；半五角棱镜 $K=1.707$；

斜方棱镜 $K=2$；

施密特棱镜 $K=2.414$；

达夫棱镜的结构常数与棱镜材料的折射率有关，即

$$K=\frac{d}{D}=\frac{2AB}{D}=\frac{1}{\sin(45^\circ-i')} \tag{3-7}$$

根据棱镜的通光直径和结构常数，即可求知棱镜的结构尺寸。其中达夫棱镜的结构尺寸随折射率而异。

由于反射棱镜等效于平行平板，将其应用于光学系统的非平行光束中时，就不能象用平面镜那样随便，必须考虑到，平行平板既要产生像的轴向位移，又会产生象差。

反射棱镜的又一重要用途是用来倒像，即使像面相对于物上下和左右同时转过 180°。上述棱镜单个使用时，都不能达到此目的。因为它们都不能使垂直于主截面的 ox 轴发生倒转，所成的像或者是镜像，或者是与物相同方向的像，都无济于事。

要达到用棱镜倒像的目的，有两个办法：一是应用屋脊棱镜，一是应用棱镜组合系统。

所谓屋脊棱镜，就是把普通棱镜的一个反射面用两个互成直角的反射面来代替的棱镜。两直角面的交线，即棱线，平行于原反射面，且在主截面上。它犹如在反射面上盖上一个屋脊，故有屋脊棱镜之称。

屋脊棱镜除了能保持与原有棱镜相同的光轴走向外，还能使垂直于主截面的 ox 轴发生倒转。因此上述的奇数次反射棱镜，用屋脊面代替其中的一个反射面后，就成了偶数次反射的屋脊棱镜，可以单独作为倒像棱镜之用。例如图 3-13 中的周视镜和图 3-16 中的小型瞄准镜就是分别用单块直角屋脊棱镜和施密特屋脊棱镜来起倒像作用的。同样、二次反射的普通棱镜也可做成奇次反射屋脊棱镜，常用的有屋脊五角棱镜和屋脊半五角棱镜。它们可在已具有一个反射

面的系统中作为倒像棱镜用。

下面我们以图 3-18 中的直角屋脊棱镜为例，讨论其结构尺寸。可以看出，若直角面的高度 AB 仍像普通直角棱镜那样与宽度 EF 相等，光束就要被部分阻拦，故屋脊棱镜入射面上的高度必须适当增大，如图 3-19 所示。可以证明，入射面上端增大长度应为 $AC=0.336D$，因为对称关系，下端也应增大，所以直角屋脊棱镜的入射面高度 $AB=D+0.336D\times2=1.732D$，并得出其等效平板厚度 d 或在其中的光轴长度也为 $1.732D$。实际上，棱镜中增大部分即右视图中的三块阴影部分均不受光，为减小体积和减轻重量，都将其割去。

同样易于证明，屋脊五角棱镜和屋脊半五角棱镜的入射面高度均应增大 $0.237D$，而施密特屋脊棱镜应增大 $0.259D$，即

屋脊五角棱镜：入射面高度 $AB=1.237D$，光轴长度 $d=3.414\times1.237D=4.223D$

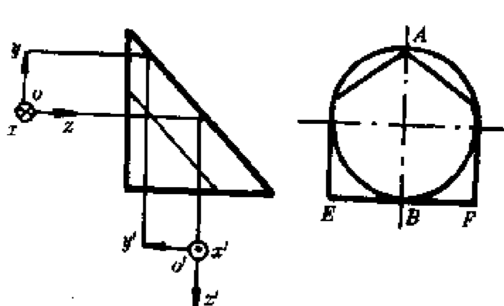
屋脊半五角棱镜：入射面高度 $AB=1.237D$，光轴长度 $d=1.707\times1.237D=2.111D$

屋脊施密特棱镜：入射面高度 $AB=1.414\times1.259D=1.780D$ （如图 3-20）

光轴长度 $d=2.414\times1.259D=3.039D$

入射光轴到顶棱的距离 $b=0.630D$

屋脊棱镜要求两个屋脊面正确成 90°，且屋脊棱平直，不然就要产生双像和影响像质。



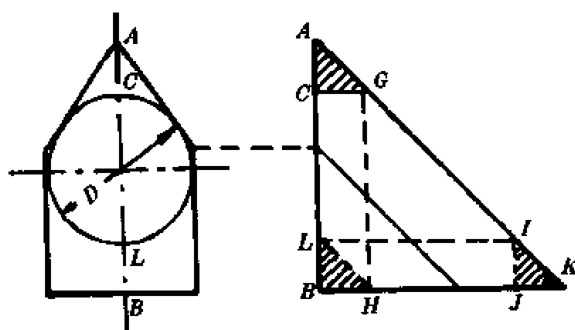
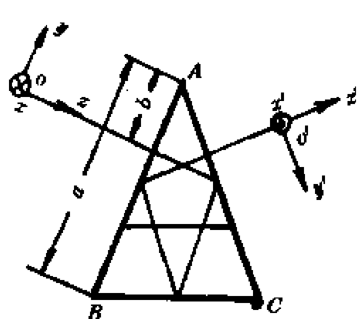


图 3-18

图 3-19



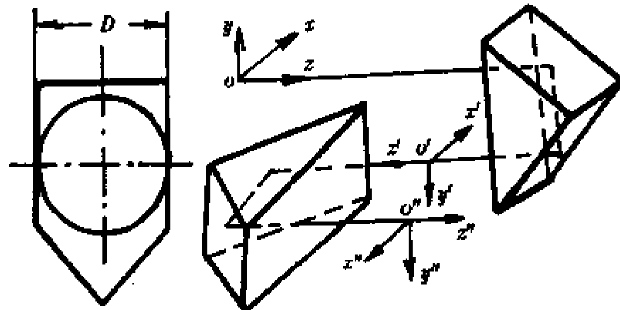
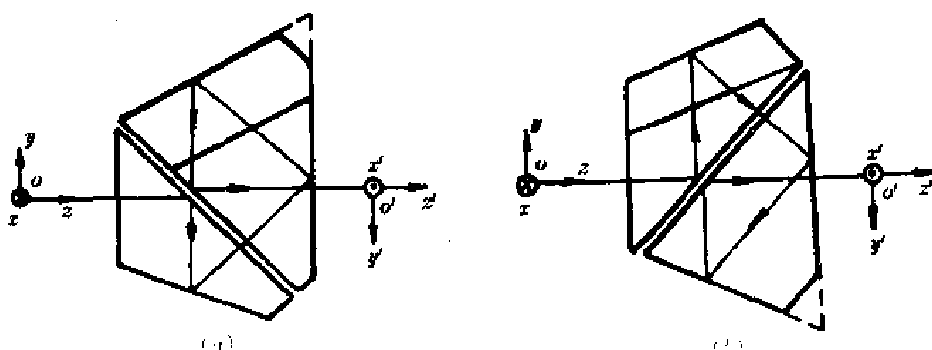


图 3-20

图 3-21

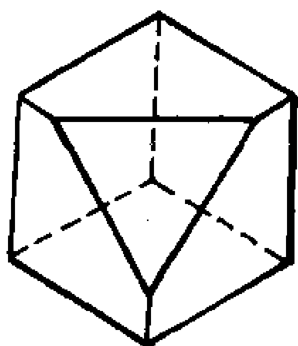
另一种倒像的方法是应用棱镜组合系统。图 3-21 所示由两块相同的等腰直角棱镜组成的普罗型棱镜系统是最简单、最常用的，其倒像的原理简单易明。图中两棱镜的间隔是为表示物像坐标有意拉大的，实际应用时是很小的。图 3-22 中的两个棱镜倒像系统都称为别汉棱镜，它由一块半五角棱镜和一块屋脊施密特棱镜、或一块屋脊半五角棱镜和一块施密特棱镜组成。这些棱镜倒像系统都保持出射光轴的方向与入射光轴相同，广泛应用于手持双筒观察望远镜中。并且由于光轴在棱镜系统中转折了很大长度，使望远镜有比较紧凑的结构。

由于棱镜和棱镜系统在光学系统中应用广泛，必须熟知其物像空间坐标的变化关系，因此



有必要总结一下各坐标轴经棱镜系统时的变化规律。设物方为右手坐标系统，沿光轴方向的坐标轴 oz 经棱镜系统后仍与光轴行进方向相同；垂直于主截面的坐标轴 ox 的方向经系统后是否倒转由系统中的屋脊个数决定，有奇数个屋脊时要倒转，否则不变；在主截面内的坐标轴 oy 经系统后的方向由系统的总反射次数决定（一个屋脊相当于二次反射），有奇次反射时像空间的坐标系与物方对称，成为左手系，否则仍为右手系，由此即可决定 oy 的方向。

此外，还有一种值得指出的棱镜，叫角锥棱镜。它相当于从立方体的一角切下的一个角锥，具有三个互成直角的反射面，如图 3-23 所示。其底面呈等边三角形，是光线入射和出射的共用面。它的主要特征是：从底面以任意方向入射的光线，经三个反射面顺序反射后，以与入射光线相反的方向从底面射出，且当棱镜以角顶为中心向任意方向偏转时，出射光线方向不变。由于其三个反射面呈空间分布，需以矢量形式的反射定律证实上述特征。



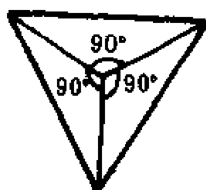


图 3-23

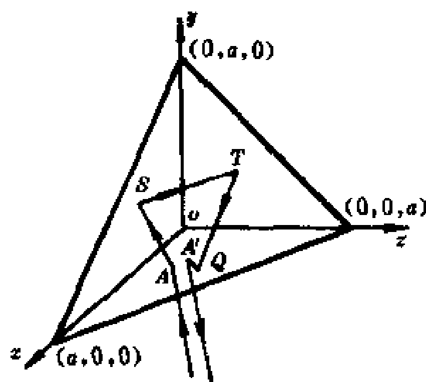


图 3-24

以角顶为原点建立直角坐标系，则反射面的三条交线分别与坐标轴重合，如图 3-24 所示。设入射于底面的光线进入棱镜后沿 AS 方向射向第一个反射面，顺序从三个反射面上的 S、T、Q 点反射后，以 QA' 方向射向底面然后射出。设 a_1，a_2，a_3，a_4 分别为沿光线 AS，ST，TQ 和 QA' 的光线矢量，不失一般性，设

$$a_1 = li + mj + nk$$

式中 i，j，k 分别为沿三个坐标轴的单位矢量、三个反射面的法线矢量分别为 $N_1 = -k$，$N_2 = -i$ 和 $N_3 = -j$，则根据矢量形式的反射定律表达式(1-8)，有

$$a_2 = a_1 - 2N(N \cdot a_1) = li + mj - nk$$

同理

$$a_3 = -li + mj - nk$$

$$a_4 = -li - mj - nk$$

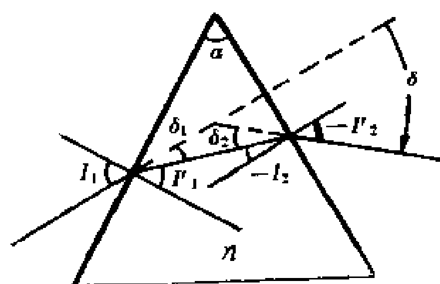
可见，a_4 与 a_1 在空间反向平行。结合矢量形式的折射定律，易于证明，以任意方向入射于底面的光线，经三个面反射后将以相反方向从底面射出。所以，以角顶为中心转动棱镜时，反射光线的方向保持不变。

最后必须指出，反射棱镜主要利用全反射原理反射光线，但并不是所有棱镜的所有反射面都满足全反射条件。例如五角棱镜的两个反射面和施密特棱镜的底面，其入射光线的入射角都小于临界角。凡是这种反射面，都必须镀以反射膜。

§3-5 折射棱镜

折射棱镜与反射棱镜不同，它利用其表面对光线的折射作用，使出射光线相对于原来的方向发生一定的偏折。它由两个夹一定角度的折射平面构成，这一夹角称为折射角。

图 3-25 画出了主截面内光线经棱镜两个折射面折射后的情况，其中出射光线相对于入射光线偏转的角度 δ 称为偏角，其正负规定为：由入射光线从锐角方向转到出射光线，顺时针者为正，反之为负。对两个折射面写出折射定律



$$\sin I_1 = n \cdot \sin I'_1$$

$$\sin I'_2 = n \cdot \sin I_2$$

由图 3-25 得

$$\alpha = I'_1 - I_2, \quad \delta = \delta_1 + \delta_2 = I_1 - I'_1 + I_2 - I'_2 \quad (a)$$

从而

$$\alpha + \delta = I_1 - I'_2 \quad (b)$$

将两折射定律表达式相减并和差化积，再将公式(a)与(b)代入得

$$\sin\left(\frac{\alpha+\delta}{2}\right) = n\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{I'_1+I_2}{2} \Big/ \cos\frac{I_1+I'_2}{2} \quad (3\text{-}8)$$

可见，光线经棱镜折射后的偏角 δ 是光线入射角 I_1、棱镜折射角 α 和折射率 n 的函数。当棱镜一定，即 α 和 n 一定时，δ 仅随 I_1 而变。为求 δ 的极值，把公式(b)对 I_1 微分，得

$$\frac{d\delta}{dI_1} = 1 - \frac{dI'_2}{dI_1} \quad (c)$$

微分两个面的折射定律表达式并相除，再由(a)式知 $dI'_1 = dI_2$，即可求得 dI'_2/dI_1，代入(c)式，当 $d\delta/dI_1 = 0$ 时，偏角 δ 具有极值，此时应满足

$$\frac{\cos I_1}{\cos I'_1} = \frac{\cos I'_2}{\cos I_2} \quad (d)$$

按照折射定律，$\sin I_1/\sin I'_1 = \sin I'_2/\sin I_2 = n$ 为常数，所以，公式(d)仅当 $I_1 = -I'_2$ 和 $I'_1 = -I_2$ 时才能成立。也就是说，只有当光线的光路对称于棱镜时，才使偏角为极值。由二阶导数可以证明，此时的 δ 是极小值，称为最小偏角。最小偏角与 α、n 之间的关系为

$$\sin\frac{\alpha+\delta_{\min}}{2} = n \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \quad (3\text{-}9)$$

这一关系式常用来测量透明固体介质的折射率。为此，需将被测材料磨成棱镜，折射角以 60° 为宜。精确地测出折射角 α 和最小偏角 δ 后，即可求得折射率。

当 $\alpha = 0$ 时，折射棱镜变成平行平板，由(3-9)式知此时 $\delta = 0$，表示光经平板后方向不变。

如果折射角很小，偏角公式可以分两种情况简化：

(1)光线的入射角有一定大小，如图 3-26(a)，此时因 α 和 δ 都很小，从(a)式可知 $I'_1 = I_2$ 和 $I_1 = I'_2$，将其代入公式(3-8)并以弧度代替正弦，得

$$\delta=\alpha\left(\frac{n\cdot\cos I'_1}{\cos I_1}-1\right) \tag{3-10}$$

(2)当光线垂直入射或入射角很小时，如图 3-26(*b*)，上式中的余弦值为 1，得

$$\delta=(n-1)\alpha \tag{3-11}$$

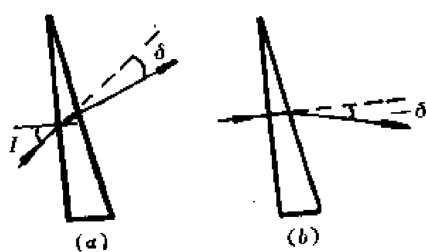


图 3-26

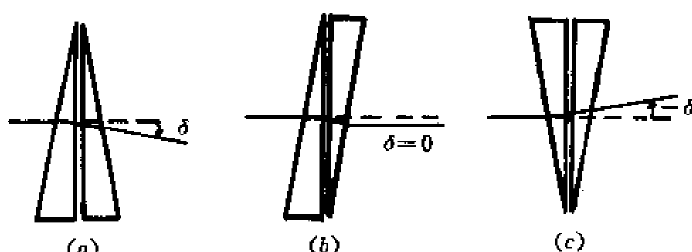


图 3-27

折射角很小的棱镜称为光楔，在光学仪器中常有应用。最常用的是双光楔系统，即两光楔相对转动，以产生不同的偏角，如图 3-27 所示。图(*a*) 表示两光楔主截面平行且楔角方向相同，产生正的最大偏角，即 $\delta=2(n-1)\alpha$；图(*b*)表示两光楔已相对转过 180°，两主截面仍平行但楔角方向相反，偏角为零；图(*c*)表示光楔相对转过 360°，产生负的最大偏角。在由图(*a*)到图(*c*)的过程中，共有 $4(n-1)\alpha$ 的偏角变化量。当两光楔处于任何其它相对位置时，若两主截面的夹角为 φ，其偏角的大小可按下式计算：

$$\delta=2(n-1)\alpha\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \tag{3-12}$$

光线偏转的方向由两光楔折射角的方向共同决定。

§ 3-6　光的色散

迄今，凡讨论到光线的传播和光学成像时，都少不了与介质的折射率相联系，足见折射率是表征介质特性的一个重要量值。但是，介质的折射率只是对单一波长的光而言的，而波长反映了光的一种颜色。因此，前面所讨论的只是单色光的情况。实际上最常遇到的是白光的成像。白光是各种不同波长色光的复合光，在波长为 400 纳米的紫光至 760 纳米的红光范围内的光能为人眼感受，称为可见光。除真空以外，任何透明介质对不同波长的色光具有不同的折射率，只是随介质的不同，其折射率随波长而变的程度不同而已。图 3-28 即为两种光学玻璃的折射率随波长而变化的曲线，称为色散曲线。由图可见，介质的折射率随波长的变短而增大，尤其是短波长部分，折射率增加得更快。

在光学中，以太阳光谱中的夫琅和费谱线作为特征单色谱线来表征光学介质的折射率。这些谱线的符号、颜色、波长和产生这些谱线的元素如表 3-1 所列。

表 3-1　各单色谱线的符号、颜色、波长及产生谱线的元素

符　号	*A'*	*r*	*C*	*D*	*d*	*e*	*F*	*g*	*G'*	*h*
颜　色	红			黄		绿	青		蓝	紫
λ(nm)	768.2	706.5	656.3	589.3	587.6	546.1	486.1	435.8	434.0	404.7
元　素	K	He	H	Na	He	Hg	H	Hg	H	Hg

如果入射于折射棱镜的是白光，由于棱镜对不同色光具有不同折射率，各色光经折射后的折射角将不同，经整个棱镜后的偏角也随之不等。因此，白光经棱镜折射后将分解成各种色光

而呈现出一片按序排列的颜色。这种现象称光的色散。

从图 3-28 可知，红光的波长长，折射率小，产生较小的偏角，而紫光将产生较大的偏角，如图 3-29 所示。这样，白光经折射三棱镜后，形成了按红、橙、黄、绿、青、蓝、紫顺序排列的连续光

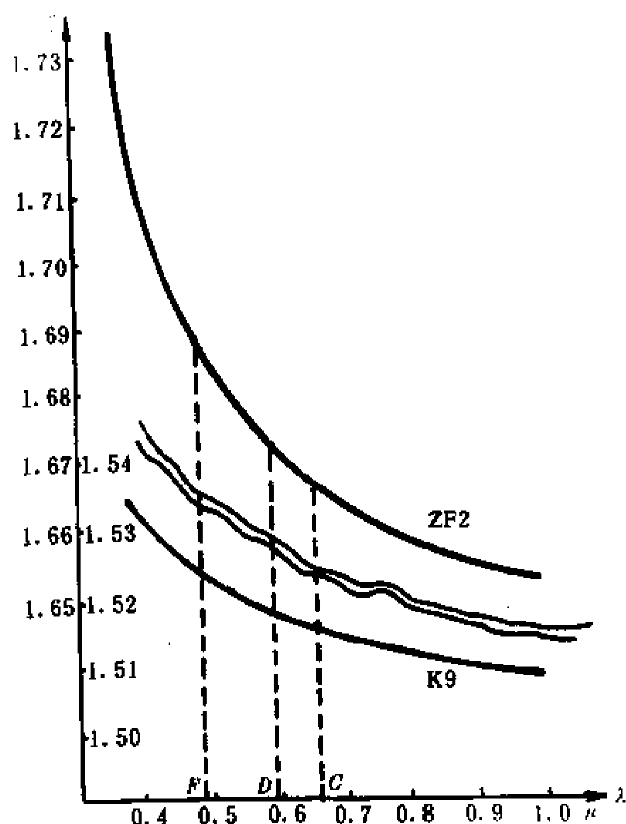


图 3-28

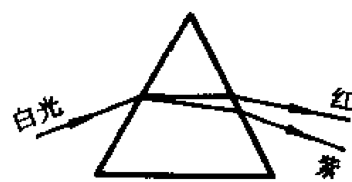


图 3-29

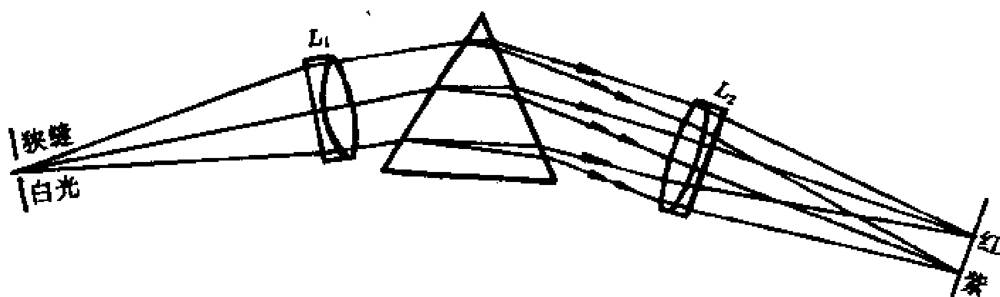


图 3-30

谱。但实际上射向棱镜的是一束白光，经棱镜色散后的色光仍将相互重迭而成白色。为获得清晰可见的光谱，可在棱镜两边各安置一个物镜，如图 3-30。物镜 L_1 使从位于焦平面上的狭缝射来的白光成为平行光束，经棱镜分解后，各色光仍保持平行，但以不同方向射入物镜 L_2，从而在其焦平面上形成狭缝的各色清晰像。这就是棱镜光谱仪器的基本原理。实际上，利用光栅衍射的原理，光栅也能起光的色散作用。随着光栅技术的发展，各种光栅已成为当今光谱仪器的主要色散元件了。

§3-7　光学材料

光学成像要通过光学零件的折射和反射来实现。什么材料能用来制造光学零件、这主要决定于它对要求成像的波段是否透明，或者在反射的情况下是否具有足够高的反射率。

折射光学零件的材料绝大部分采用光学玻璃。一般的光学玻璃能够透明的光波波段范围大约为 0.35～2.5 微米。在 0.4 微米以下，已显示出对光的强烈吸收。光学晶体也是重要的透射材料，有些晶体的透明波段很宽，性能特异，有多方面的应用。此外，光学塑料也已开始普遍应用于许多光学仪器中，塑料镜片可由模压而得，生产率高，成本很低。其缺点是热膨胀系数和折射率的温度系数较光学玻璃大得多。

透射材料的特性除透过率外，还有它对各种特征谱线的折射率。其中以 D 或 d 线的折射率 n_D 或 n_d 以及 F 线和 C 线的折射率差 n_F-n_C 作为其主要的光学性能参数。这是因为 F 线和 C 线接近人眼光谱灵敏极限的二端，而 D 或 d 线在其中间，接近人眼最灵敏的波长。n_D 称为平均折射率，n_F-n_C 称为平均色散。此外，将 $\nu_D=(n_D-1)/(n_F-n_C)$ 称为阿贝常数或平均色散系数、任意一对谱线的折射率差，如 n_g-n_F，称为部分色散；部分色散和平均色散的比值称为部分色散系数或相对色散。所有这些数据都在光学玻璃手册中给出，是在光学设计时需要查知的。

为设计各种完善和高性能的光学系统，需要很多种光学玻璃以供选择。光学玻璃可分为冕牌和火石两大类，各大类又可分为好几种。就国产的光学玻璃而言，其名称和符号有：冕牌玻璃类：轻冕玻璃 QK、冕玻璃 K、磷冕 PK、钡冕 BaK、重冕 ZK、镧冕 LaK；火石玻璃类：冕火石 KF、轻火石 QF、钡火石 BaF、火石 F、重火石 ZF、重钡火石 ZBaF、镧火石 LaF 、重镧火石 ZLaF、特种火石 TF。每一种类的玻璃又有很多牌号，用符号后跟数字以志区别。一般而言，冕牌玻璃的特征是低折射率低色散，火石玻璃是高折射率高色散。但随着光学玻璃工业的发展，高折射率低色散和低折射率高色散的玻璃也不断熔炼了出来，使品种和牌号得到扩充，促进了光学工业的发展。

图 3-31 是光学玻璃按其主要光学常数 n_D 和 ν_D 的不同而分布的 $n_D\sim\nu_D$ 图。从图可见，上述各类玻璃各占有一小区域，相互连接成一大片，从而为光学系统设计提供了挑选玻璃的充分余地。

在国外，还通行另一种用六位数字表示玻璃的方法，其中前三位数代表平均折射率小数点后的三位数、后三位数表示阿贝常数。例如 589613，即表示这种玻璃的平均折射率为 1.589、阿贝常数为 61.3。

随着激光的不断发展，激光光学系统的应用越来越多。由于各种激光器的输出波长不同于前述特征谱线的波长，有必要利用公式求知玻璃对任意波长的折射率。现在一般使用西德的肖特玻璃厂提出的色散公式，即

$$n^2=A_0+A_1\lambda^2+A_2\lambda^{-2}+A_4\lambda^{4}+A_6\lambda^{-6} \tag{3-13}$$

利用这一公式计算折射率，在波长为 400～750nm（纳米）内，可达 $\pm3\times10^{-6}$ 精度，在 365～400 和 750～1014nm 内可达 $\pm5\times10^{-6}$ 的精度，这精度对光学计算来说已是足够的了。计算时，波长以 nm 为单位，而式中的常数可从玻璃目录中查取。

透射光学材料除上述透过率和光学常数的要求外，还应有高度的光学均匀性、化学稳定性和良好的物理性能，同时在材料中不应有明显的气泡、条纹和内应力等缺陷（这些都对光学成像有危害性）。

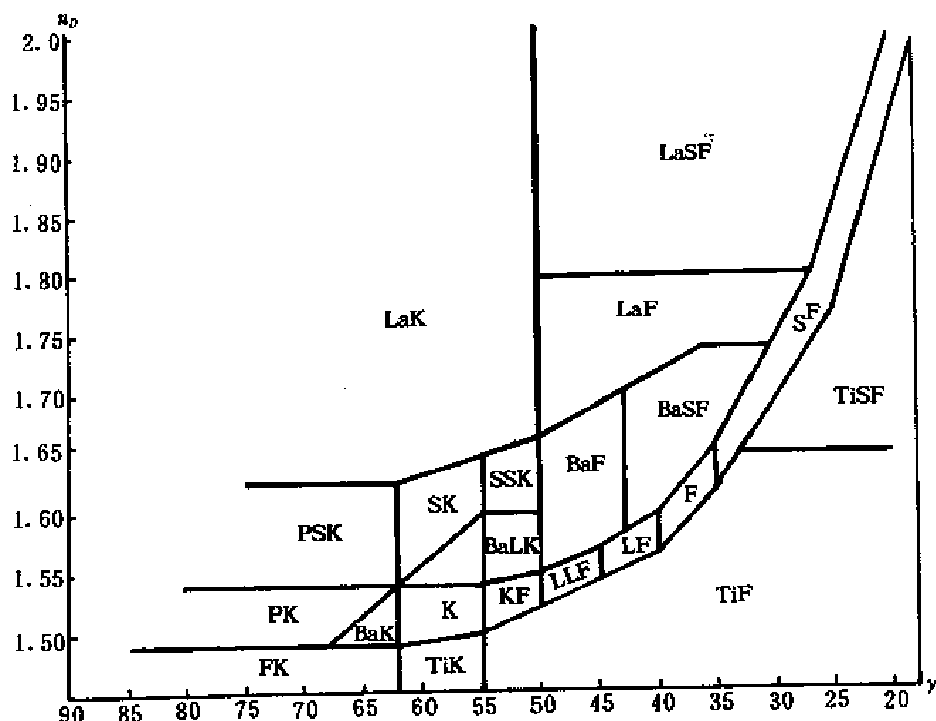


图 3-31

至于反射光学零件，一般都是在正确形状的抛光玻璃表面上镀以高反射率材料的薄膜而成。反射层材料的唯一特性是它对各种波长光的反射率。因为反射时不存在光的色散现象。

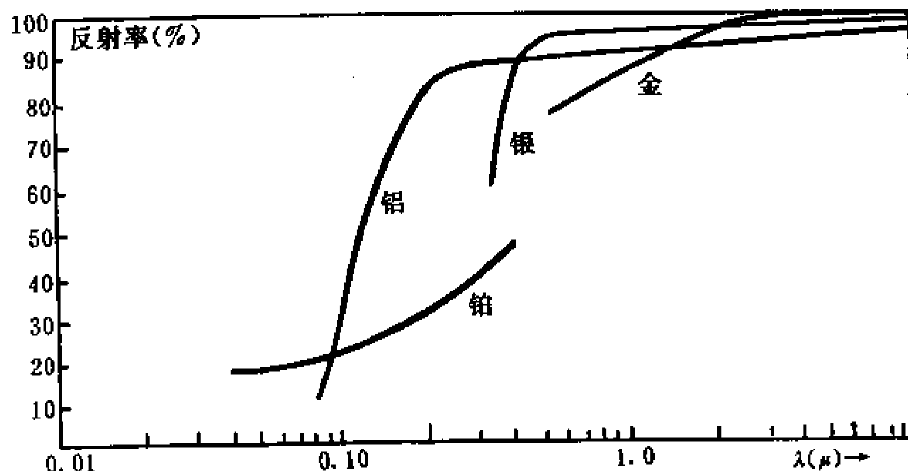


图 3-32

反射膜一般都用金属材料镀制。但不同金属的反射面，其适用波段是不同的。图 3-32 是几种金属的反射层随波长而变化的反射率曲线。可见，银在 350～750nm 的可见波段具有最高的反射率，高达 95%。但镀银面的反射率要随使用时间的加长而降低。铝的反射率比银低，但铝反射面由于能在空气中形成致密氧化层，使镜面反射率能保持稳定，十分经久耐用。在红外区，金具有最好的反射特性，但在 2μm 以内的近红外区，铝、银等也并不逊色。在 0.35μm 以下的紫外区，铝具有最高的反射率，而银已是对其透明而不能应用了。在 0.1 μm 以下，铝也成为透明物质，此时只能采用铂，尽管其反射率并不高。所以，紫外系统主要是受材料的限制而在发展上有很大的困难。

读者如需了解有关光学材料的性能参数，可查阅参考文献[2]。

习 题

1. 房间的一面墙上挂有一幅 1.5m×1m 的画，在相距 5m 的对面墙上挂有一平面镜，人站在镜前 2m 处正好能看到整幅画的反射像，求反射镜的大小。

2. 夹角为 35 度的双平面镜系统，当光线以多大的入射角入射于一平面镜时，其反射光线再经另一平面镜反射后，将沿原光路反向射出？

3. 有一双平面镜系统，光线与其中的一个镜面平行入射，经两次反射后，出射光线与另一镜面平行，问二平面镜的夹角是多少？

4. 在夹锐角的双平面镜系统前，可看见自己的二个像，当增大夹角时，二像互相靠拢。设人站在二平面镜交线前 2m 处，正好见到自己面孔的二个像互相接触（设脸宽为 156mm），求此时的二平面镜的夹角为多少？

5. 如图 3-4 的装置，平行光管物镜的焦距为 550mm，当移动测杆导致平面镜倾斜而使物镜焦点 F 的自准直像相对于 F 移动 2mm 至 F′，求平面镜的倾斜角度。

6. 垂直下望池塘水底之物时，若其视见深度为 1m，求实际水深（水的折射率 n=4/3）。

7. 有一物镜，其像面与之相距 150mm，若在物镜后置一厚度 $d=60$mm，折射率 $n=1.5$ 的平行平板，求：(1)像面位置的变化数值和方向；(2)若欲使光轴向上、向下各偏移 5mm，平板应正、反转过多大角度？

8. 有一等边折射三棱镜，其折射率为 1.65，求：(1) 光线经该棱镜的二个折射面折射后产生最小偏角时的入射角；(2)最小偏角值。

9. 对图 3-33 所示棱镜和棱镜系统，画出其像空间的坐标。

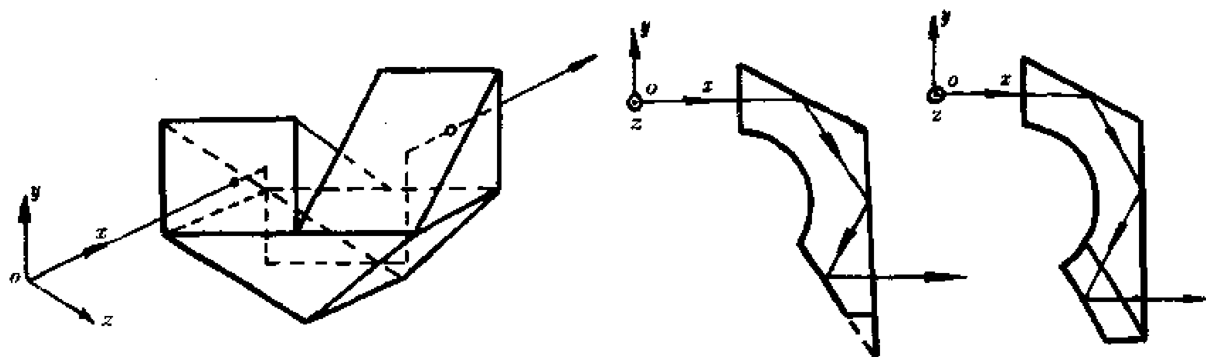


图 3-33

10. 有一光楔，其材料为 K9 玻璃（$n_F=1.52196$，$n_C=1.51389$）。白光经其折射后要发生色散。若要求出射的 F 光和 C 光间的夹角 $\delta_{F,C}<1'$，求光楔的最大折射角应为多少？

11. 在屏上有一被光学系统所成的发光点的像，试回答用什么办法可达到：(1) 使点像作垂直于光轴的上下直线运动；(2)使点像作圆周扫描，并回答如何改变圆周直径。

第四章 理想光学系统

§4-1 理想光学系统及其原始定义

实际的光学系统一般要求能对有限大小的物体以宽光束成像。由于单个折射球面成像的不完善性，实际系统常需由若干透镜组成，并经过严格精细的设计以校正其成像缺陷，使成像或多或少具有理想性质。在设计计算之初，为使系统满足各种具体要求，要先确定整体方案，计算其有关参数。为此，有必要建立一套理想光学系统的概念和理论。

所谓理想光学系统，就是能对任意宽空间内的点以任意宽的光束完善成像的光学系统。这种系统完全撇开具体的结构，是一个能与任何具体系统等价的抽象模型。理想光学系统将物空间的同心光束转换成像空间的同心光束，可归结为"共线变换"问题。基于此，可以用解析方法推演出理想光学系统的完整理论。在此，我们不作推演，而是直接根据理想光学系统的原始定义来导出有关公式。理想光学系统的原始定义表述如下：

1. 物空间中一点对应于像空间中唯一的一点，对应点称为共轭点；
2. 物空间中一条直线对应于像空间中唯一的一条直线，对应直线称为共轭线；
3. 如物空间一点位于直线上，其在像空间中的共轭点必位于该直线的共轭直线上。

由这些定义可推广到：物空间中任意同心光束对应于像空间中一共轭的同心光束，物空间中任意平面对应于像空间中一共轭的平面。

共轴理想光学系统的理论在1841年由高斯建立，因此称之为高斯光学。它适用于任何结构的光学系统。

§4-2 理想光学系统的主点、主平面、焦点、焦平面和焦距

根据理想光学系统的原始定义，如果在物空间中有一平行于光轴的光线入射于理想光学系统，不管其在系统中真正的光路如何，在像空间总有唯一的一条光线与之共轭，它可以与光轴平行，也可以交光轴于某一点。在此，我们先讨论后一种情况。

如图4-1所示，平行于光轴入射的光线 AE_1 经系统后，沿 $G'F'$ 方向射出交光轴于 F' 点，沿光轴入射的光线经系统后仍沿光轴出射。由于像方的出射光线 $G'F'$ 和 O_kF' 分别与物方的入射光线 AE_1 和 FO_1 共轭，故像方 F' 点在物方的共轭点必是光线 AE_1 和 FO_1 的交点，它位于左方无穷远的光轴上。故 F' 即为物方无穷远轴上点的像点，称为光学系统的像方焦点或后焦点。所有平行于光轴入射的光线经系统后都将通过此点。如果以相反的方向作一条平行于光轴的光线，同样可得到一个与光轴的交点 F，称为光学系统的物方焦点或前焦点。它是像方无穷远轴上点的共轭点。或者说，自物方焦点发出的光线经系统后，必平行于光轴射出。

过像方焦点 F' 的垂轴平面称为像方焦平面，它是物方无穷远垂轴平面的像平面。这就是说，自物方无穷远轴外点发出的倾斜于光轴的平行光束经系统后必会交于像方焦平面上，如图4-2。同样，过物方焦点 F 的垂轴平面称物方焦平面，它是像方无穷远垂轴平面的共轭平面。自

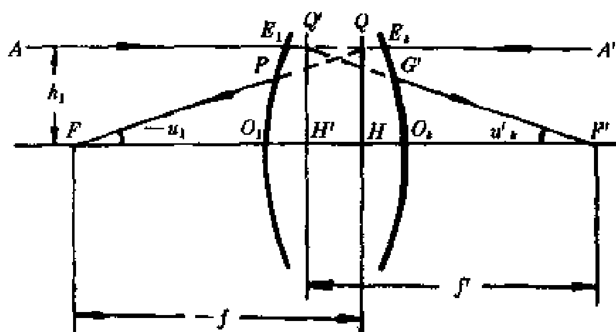


图 4-1

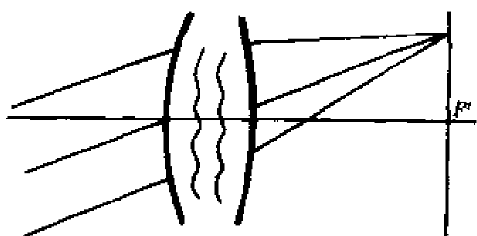


图 4-2

物方焦面上一点发出的光束经系统后，必为倾斜于光轴的平行光束。请读者画出该图。

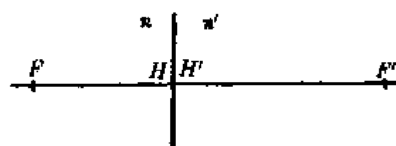


图 4-3

图 4-1 中，延长入射平行光线 AE_1 和其共轭光线 $G'F'$，得交点 Q'；同样，延长光线 $A'E_2$ 及其共轭光线 PF 得交点 Q。显然，Q 和 Q' 是一对共轭点。过 Q 和 Q' 点分别作垂直于光轴的平面 QH 和 $Q'H'$，两者也是共轭的。在这对共轭平面上的线段，如 QH 和 $Q'H'$，具有相同的高度，且在光轴的同侧，故其放大率 $\beta=1$。我们称这对放大率为正 1 的共轭平面为光学系统的主平面。QH 称物方主平面或前主面，$Q'H'$ 称像方主面或后主面。所有光学系统都具有一对主面。主面与光轴的交点称为主点。H 为物方主点或前主点，H' 为像方主点或后主点。

自物方主点 H 到物方焦点 F 的距离称光学系统的物方焦距或前焦距 f，自像方主点 H' 到像方焦点 F' 的距离称为像方焦距或后焦距 f'。焦距的正负以主点为原点来确定，如果从主点到相应焦点的方向与光线方向一致则为正，反之则为负。如果平行于光轴的入射光线高度为 h，其共轭光线与光轴的夹角为 u'，则有

$$f'=\frac{h}{\operatorname{tg}u'} \tag{4-1}$$

类似的，物方焦距为

$$f=\frac{h}{\operatorname{tg}u} \tag{4-2}$$

一对主点和一对焦点是光学系统的基本点，它们构成了一个光学系统的基本模型。不同的光学系统，只表现为这些点的相对位置不同、焦距不等而已。图 4-3 画出了会聚球面的理想模型，请读者参照画出凹球面镜和薄透镜的理想模型。

§4-3 物像位置和三种放大率、两种焦距和光焦度、节点

如图 4-4，有一大小为 y 的垂轴物体 AB 被光学系统成一倒像 $A'B'$，像的大小为 y'。像的位置和大小易于由物点 B 分别作平行于光轴的光线 BQ 和通过物方焦点的光线 BF，利用焦点和主面的性质来确定。物和像的位置可以相对于焦点来确定。物方焦点 F 到物点的距离称为焦物距，用 x 表示，像方焦点 F' 到像点 A' 的距离称为焦像距，以 x' 表示。焦物距、焦像距的正负以焦点为原点来决定，以沿光线方向者为正。由 $\triangle BAF \backsim \triangle R_1HF$ 和 $\triangle H'Q'F' \backsim \triangle F'A'B'$ 可导出

$$xx'=ff' \tag{4-3}$$

$$\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'} \tag{4-4}$$

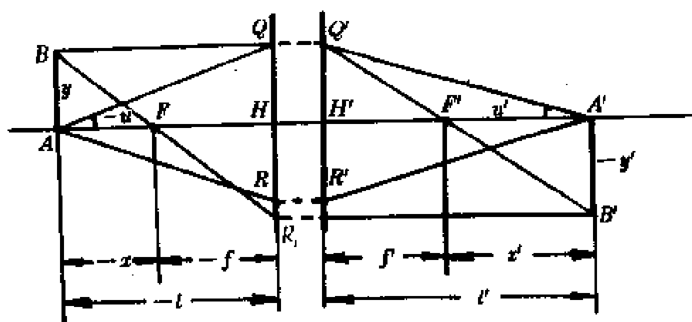


图 4-4

这就是以焦点为原点的物像公式和相应的横向放大率公式，也称牛顿公式。

物和像的位置也可以相对于光学系统的主点来确定。用 l 表示物方主点 H 到物点 A 的距离，称物距；用 l' 表示像方主点 H' 到像点 A' 的距离，称像距，其正负以主点为原点来决定。由图易见，焦物距、焦像距和物距、像距之间有如下关系：

$$x=l-f \text{ 和 } x'=l'-f' \tag{4-5}$$

将其代入牛顿公式(4-3)两边同除以 ll'，可得

$$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1 \tag{4-6}$$

这就是以主点为原点的物像公式的一般形式，称为高斯公式。其相应的放大率公式也可以从牛顿公式转化得到，即

$$\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{f'}\frac{l'}{l} \tag{4-7}$$

下面将会看到，当物方介质和像方的介质相同时，有 $f'=-f$，则(4-6)、(4-7)式可写成

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'} \tag{4-8}$$

$$\beta=\frac{l'}{l} \tag{4-9}$$

由公式(4-8)可将 $1/l$ 和 $1/l'$ 的关系画成图 4-5。

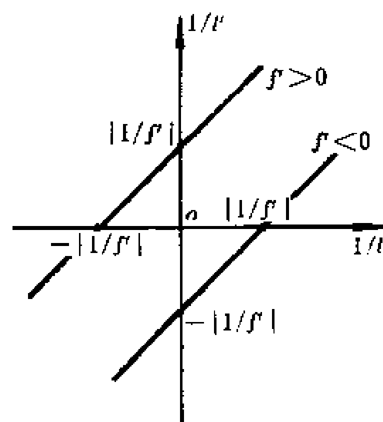


图 4-5

光学系统物像间的距离称为共轭距。在多数光学仪器中，常利用正焦距的光学系统来对实物获得要求倍率的实像，此时共轭距被系统的焦距所完全决定。如果将 l 和 l' 都用放大率 β 来表示，并考虑到 $HH'\neq 0$ 的一般情况，得实物成实像的共轭距

$$L=l'-l+HH'=(2-\beta-1/\beta)f'+HH'$$

为求出共轭距的极值，对上式分别求一阶导数和二阶导数并考虑到 $\beta<0$ 的事实，得 $\beta=-1$ 时，共轭距 $L_{min}=4f'+HH'$。若为薄透镜，则 $HH'=0$。所以，欲使正焦距的系统对实物成实像(对负焦距系统以虚物成虚像也一样)，所需的最小共轭距是透镜焦距的四倍。此时，物和像位于透镜两边距透镜二倍焦距处，成同等大小倒立的像。

由放大率公式可知，放大率随物体位置而异。在同一共轭面上，β 是常数，因此像与物是相似的。单个折射球面的物像公式(2-11)和放大率公式(2-19)以及薄透镜的相应公式也可表示成与公式(4-7)和(4-8)完全相同的形式。这表明理想光学系统的成像性质可以在实际系统的近轴区得到实现。

有时，光学系统由若干个光组组成。此时，为求知某一物体被其所成像的位置和大小，需连

续应用物像公式于每一光组。显然，物点 A_1 被第一光组成像于 A'_1，它就是第二个光组的物 A_2。两光组的相互位置以距离 $H'_1H_2=d_1$ 或 $F'_1F_2=\triangle_1$ 来表示，前者是主面间隔，后者称光学间隔。d_1 或 $\triangle_1$ 以前一个主点或焦点为原点决定正负。由图 4-6 易见有如下过渡关系：

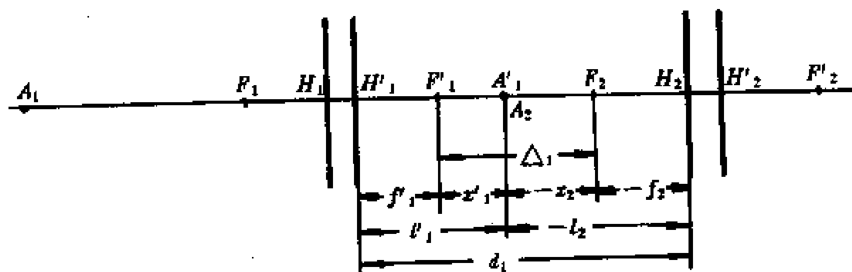


图 4-6

$$l_2=l'_1-d_1,\ \text{一般地有}\ l_i=l'_{i-1}-d_{i-1}\qquad (i=2,3,\ldots,k) \tag{4-10}$$

$$x_2=x'_1-\triangle_1,\ \text{一般地有}\ x_i=x'_{i-1}-\triangle_{i-1}\qquad (i=2,3,\ldots,k) \tag{4-11}$$

光学间隔与主面间隔之间的关系有

$$\triangle_1=d_1-f'_1+f_2,\ \text{一般地有}\ \triangle_{i-1}=d_{i-1}-f'_{i-1}+f_i \tag{4-12}$$

至于整个系统的放大率 β，由于有 $y_2=y'_1$，一般地有 $y_i=y'_{i-1}$，可得

$$\beta=\beta_1\beta_2\cdots\beta_k \tag{4-13}$$

即系统的放大率等于各光组放大率的乘积。

另一方面，在图 4-4 中还画出了轴上点 A 经理想光学系统成像于 A' 的光路。由图可得

$$(x+f)\mathrm{tg}u=(x'+f')\mathrm{tg}u'$$

将式(4-4)中的 x 和 x' 代入上式，得

$$fy\cdot\mathrm{tg}u=-f'y'\cdot\mathrm{tg}u' \tag{4-14}$$

对于理想光学系统，上式中的角度和物像高度不受限制，在近轴区可用角度的弧度值代替正切。结合共轴球面系统近轴区的拉氏公式 $nyu=n'y'u'$，得

$$\frac{f'}{f}=-\frac{n'}{n} \tag{4-15}$$

此式表明，光学系统两焦距之比等于相应空间介质折射率之比。绝大多数光学系统都在同一介质，一般是空气中使用，故两焦距必满足关系 $f'=-f$。但对于单个反射球面，由于 $n'=-n$，应有 $f'=f$。对于同时包含折射和反射球面的折反射系统，要视系统中反射面数目而定。若系统中有 k 个反射面，两焦距之间关系的普遍表示式应为

$$\frac{f'}{f}=(-1)^{k+1}\frac{n'}{n} \tag{4-16}$$

根据公式(4-15)，可将公式(4-14)化为理想光学系统的拉氏公式，即

$$ny\mathrm{tg}u=n'y'\mathrm{tg}u' \tag{4-17}$$

利用两焦距之间的关系式(4-15)，还可将一般形式的高斯公式(4-6)写成

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f} \tag{4-18}$$

一线段的长度除以该线段所在介质的折射率所得的值称为该线段的折合距离。l'/n' 和 l/n 分别称折合物距和折合像距，f'/n' 和 f/n 称折合焦距。折合物矩、像距的倒数称为光线的会聚度，分别以 Γ 和 Γ' 表示。这是因为折合的物距和像距越小，就显得光线会聚或发散得越厉害之故。折合焦距的倒数称为光学系统的光焦度，以 Φ 表示，即

$$\Phi=\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f} \tag{4-19}$$

由此，公式(4-18)可写成：

$$V'-V=\Phi \tag{4-20}$$

(4-20)式表示，一对共轭点成像光线的会聚度之差等于光学系统的光焦度。正的 V 值表示光线是会聚的，负的 V 值表示光线是发散的。在图 4-4 中，光束 AQR 自物点 A 发散，$V<0$，而其共轭光束 $Q'R'A'$ 会聚于 A' 点，$V'>0$，所以 $\Phi=V'-V>0$。这表示，凡具有正光焦度的光学系统必对光束起会聚作用，反之，具有负光焦度的光学系统必对光束起发散作用。可见，光焦度是光学系统对光束会聚或发散能力大小的标志。大光焦度或短焦距的光学系统，会使出射光线相对于入射光线偏折得厉害，而平行平板，由于其光焦度为零，就不会对光线起偏折作用。

如果光学系统位于空气中，$n'=n=1$，其光焦度用 φ 表示，为：

$$\varphi=\frac{1}{f'}=-\frac{1}{f} \tag{4-21}$$

光焦度的单位是折光度或屈光度。规定以空气中焦距为正 1 米时的光焦度为 1 屈光度。按此，一个光学系统的屈光度数就等于以米为单位的焦距的倒数。例如 $f'=-200$ 毫米的系统，光焦度 $\varphi=-5$ 屈光度。

前面我们已讨论了光学系统的横向放大率 β，下面在此基础上，再讨论另二种放大率。

设 A 和 A' 是光学系统的一对轴上共轭点，当物点 A 沿光轴作一微量移动 dx 或 dl 时，其像点也随着移动一相应的距离 dx' 或 dl'。二者之比称为轴向放大率，即 $\alpha=dx'/dx=dl'/dl$。微分牛顿公式并应用(4-4)式可得

$$\alpha=-\frac{x'}{x}=-\beta^2\frac{f'}{f}=\frac{n'}{n}\beta^2 \tag{4-22}$$

当光学系统位于空气或同一介质中时，有

$$\alpha=\beta^2 \tag{4-22'}$$

上式表明，如物体在沿轴方向有一定深度，则因垂轴和沿轴方向的不等倍率，其像不可能与物体相似，除非物体处于 $\beta=\pm1$ 的位置。

过光轴上一对共轭点任取一对共轭光线，例如图 4-4 中的 AQ 和 $Q'A'$，其与光轴的夹角 u' 和 u 的正切之比称为角放大率，即 $\gamma=\mathrm{tg}u'/\mathrm{tg}u$。根据拉氏公式(4-17)可得 γ 与 β 的关系

$$\gamma=\frac{\mathrm{tg}u'}{\mathrm{tg}u}=\frac{ny}{n'y'}=\frac{n}{n'}\frac{1}{\beta} \tag{4-23}$$

当 $n'=n$ 时，角放大率与横向放大率互为倒数。所以，在成放大像时，$|\gamma|<1$，此像是以比物方入射光束细的光束所成，反之亦然。由于 β 随物像位置而变，角放大率也仅随物像位置而异。在同一对共轭点上，任一对共轭光线与光轴夹角 u' 和 u 的正切之比恒为常数。

根据式(4-22)和(4-23)可得三种放大率之间的关系：

$$\alpha\gamma=\beta \tag{4-24}$$

上述有关放大率的公式与第二章所得的实际光学系统近轴区的相应公式完全相同。这再次表明理想光学系统的性质可在实际系统的近轴区得到实现。

下面，根据上述放大率公式来看光学系统几个基点上放大率的情况：

1. 物方焦面上

在此面上有 $x=0$，$x'=\pm\infty$，故有

$$\beta_F=\pm\infty,\ \alpha_F=\infty,\ \gamma_F=0$$

此时，x' 和 β 有正有负，是因为 x 可以由不同方向趋近于零之故。横向放大率等于∞表示物方焦面上有限大小物体成一无限大的像于无穷远。轴向放大率为∞表示物点在焦点前后作一微小移动时，它的像有无限大的位移。角放大率为零表示由物方焦点发出与光轴成有限角度的光

线，在像方平行于光轴射出。

2. 像方焦面上

在此面上有 $x'=0, x=\pm\infty$，故有

$$\beta_{F'}=0, \alpha_{F'}=0, \gamma_{F'}=\pm\infty$$

3. 主平面上

不论像方焦距 f' 是正的还是负的，总有 $x_H=-f$，因此 $x'_H=-f'$，读者可作图验证这一点，故主面上的三种放大率分别为

$$\beta_H=1, \alpha_H=n'/n, \gamma_H=n/n'$$

若光学系统位于空气或同一介质中，则有

$$\beta_H=\alpha_H=\gamma_H=1$$

角放大率等于 1 表示通过物方主点的光线，其共轭光线必从像方主点以相同的方向射出，即有 $u'_H=u_H$。

然而，当物、像方介质不同时，必有 $\gamma_H\neq1$。此时，若令 $\gamma=1$ 可得 $x=f', x'=f$。$\gamma=1$ 的一对共轭点称为光学系统的节点，用 J、J' 表示。显然，过节点的光线满足 $u'_J=u_J$，是彼此平行的，如图 4-7 所示。

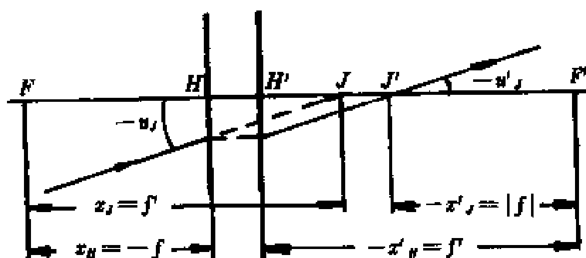


图 4-7

若光学系统位于空气或同一介质中，因 $f'=-f$，节点与主点重合。

光线通过节点方向不变的性质，可方便地用于图解求像，并且易于据此用实验方法寻求实际光学镜头的节点。如图 4-8，当光学系统绕过像方节点 J'，且垂直于光轴的轴线正反旋转一角度时，像方焦平面上无穷远物体的像是不会动的。实验寻找节点位置时，应将被测镜头装于节点架上，镜头可作沿轴移动和垂轴转动。当镜头沿节点架轴线移动到某一位置，且在正反向转动节点架而未见焦面上的无穷远物体的像在横向有所移动时，转轴轴线与光轴的交点即为像方节点。

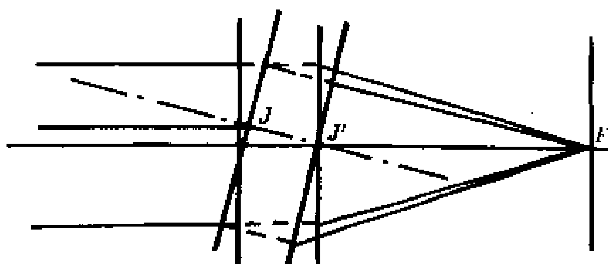


图 4-8

一对节点、一对主点和一对焦点，统称光学系统的基点。知道它们的位置以后，就能对理想光学系统的成像性质了解无遗。

§4-4 光学系统的图解求像

一个光学系统的基点位置知道后，对于任何位置的点、线和面就可以方便地用作图方法求得其共轭的点、线和面。

图解方法主要是应用光学系统基点或基面的性质，对适当选用的光线或辅助光线画出其共轭光线的方法。可资选择的光线和利用的性质主要有：(1)平行于光轴入射的光线，经系统后过像方焦点；(2)过物方焦点的光线经系统后平行于光轴；(3)过节点的光线相互平行；(4)倾斜于光轴入射的平行光束过系统后汇交于像方焦面；(5)自物方焦面上一点发出的光束经系统后成倾斜于光轴的平行光束；(6)光线与主面的交点，其高度相等。此外，任意一对已知的共轭点或共轭光线都可资利用。

图 4-9 所示是对轴外物点 B 用作图方法求像的例子。本例利用了上述光线 1～3 和性质 6。实际作图时，只要任选两条光线并利用性质 6 即可。

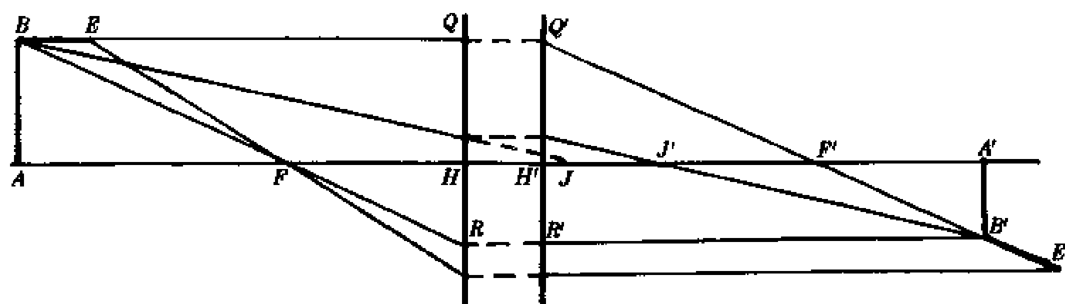


图 4-9

如果要求过 B 点的垂轴物体 BA 的像，只要过 B 点的像 B' 作一垂轴线段 $B'A'$ 即可。如果物体是一过 B 点且平行于光轴的线段 BE，为求得其像，还需作出 E 点的共轭点 E'。由图可见，物 BE 与光轴平行，而其像 $B'E'$ 则倾斜于光轴。这是因为 B 和 E 点的横向放大率不等的缘故。

图 4-10 是求作轴上点成像的例子，实际上也是对任意光线求其共轭光线的例子。可见，必须选用适当的辅助光线来求解。选用的辅助光线应是与欲作图的光线密切相关，且能直接画出其共轭光线者。

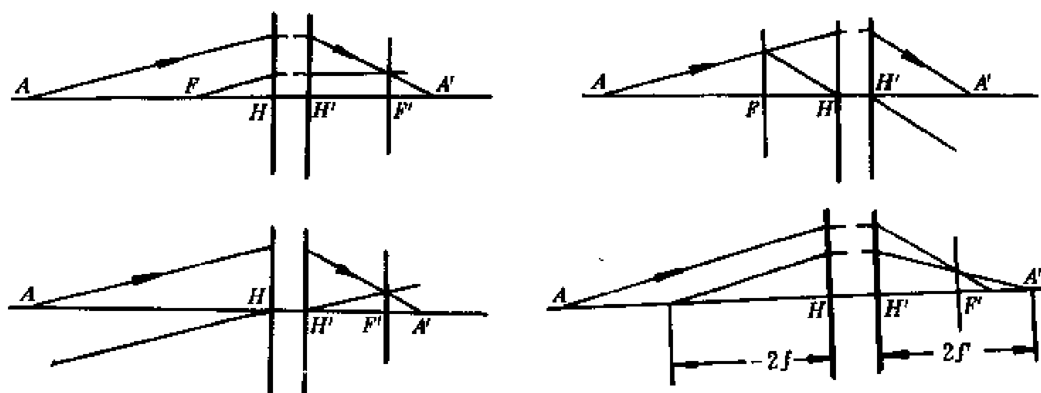


图 4-10

只要掌握好任意光线的共轭光线的作图方法，就不难解决由物经任意光组求像、或由像求物、或已知各光组的基点，求等效系统基点的图解问题。图 4-11 即为用作图法求复杂系统像方

基点的例子，读者可用类似方法求解物方基点。

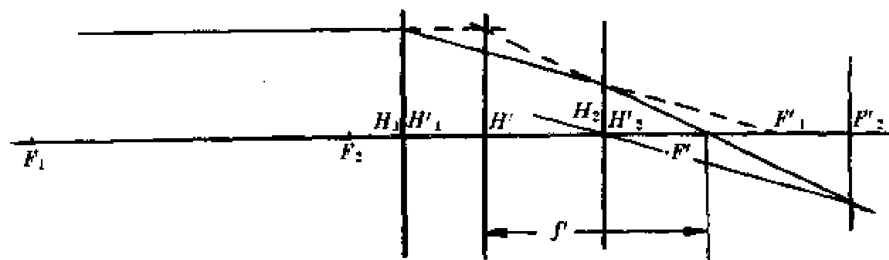


图 4-11

从实用的角度讲，图解求像并不能代替实际的计算。但对初学者来说，掌握好图解方法、对帮助理解光学成像的概念是必要的。

§4-5 光学系统的组合

在实际工作中，常常会遇到这样的问题：已知焦距和基点位置的若干个光组处于一定位置时，相当于一个怎样的等效系统？或者相反，当用单组无法达到某些特殊要求而需用多组来实现时，这个系统应由怎样的个别光组来组成？前一问题要求求出等效系统的基点和焦距，后一问题要求求出个别光组的焦距和位置。这些就是光组的组合问题。

两个光组的组合是最常遇到的问题。为推导有关的计算公式，图 4-12 按正规的作图方法画出了由两个光组组合成的等效系统在两空间的焦点和主点。

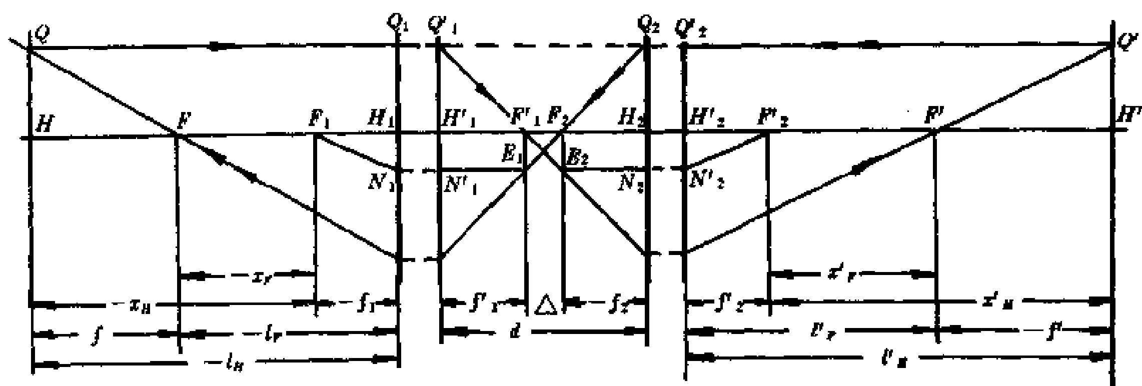


图 4-12

等效系统的像方焦点 F' 和主点 H' 的位置可用相对于第二光组像方焦点 F'_2 的距离 F'_2F' 和 F'_2H' 来确定，也可用相对于第二光组像方主点 H'_2 的距离 H'_2F' 和 H'_2H' 来确定。它们分别用 x'_F 和 x'_H、l'_F 和 l'_H 表示，这些量的正负分别以 F'_2 和 H'_2 为原点来决定，左负右正。同样，等效系统的物方焦点 F 和主点 H 的位置，相应地以相对于第一光组的物方焦点 F_1 和物方主点 H_1 的距离 x_F、x_H 和 l_F、l_H 来确定，并以此为原点决定其正负。

由图可见，等效系统的像方焦点 F' 和第一光组的像方焦点 F'_1，正好是第二光组的一对共轭点。按牛顿公式，焦物距 $x=-\triangle$，则其焦像距

$$x'_F=-\frac{f_2f'_2}{\triangle} \tag{4-25}$$

同理可得

$$x_F=\frac{f_1f'_1}{\triangle} \tag{4-26}$$

等效系统的焦距可以从图中与之有关的已知量之间的关系中找出。根据$\triangle Q'H'F' \backsim \triangle N'_2H'_2F'_2$和$\triangle Q'_1H'_1F'_1 \backsim \triangle E_2F_2F'_1$可导出

$$f'=-\frac{f'_1f'_2}{\triangle} \tag{4-27}$$

同理可得

$$f=\frac{f_1f_2}{\triangle} \tag{4-28}$$

得到等效系统的焦距f'、f和焦点位置x'_F、x_F的表示式后，主点位置的表示式就能从其相互间的关系得出。从图可见

$$x'_H=x'_F-f' \text{ 和 } x_H=x_F-f \tag{4-29}$$

实用上，也常相对于主点来确定等效系统的基点位置。它们易于从上面已得的公式直接变换过来。在绝大多数情况下，光学系统位于空气中，应有$f'_1=-f_1$、$f'_2=-f_2$和$f'=-f$。由此，光学间隔$\triangle$可表示为

$$\triangle=d-f'_1+f_2=d-f'_1-f'_2$$

将其代入公式(4-27)和(4-28)，得

$$f'=-f=\frac{f'_1f'_2}{f'_1+f'_2-d} \tag{4-30}$$

或者表示成光焦度形式，即

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2-d\varphi_1\varphi_2 \tag{4-31}$$

根据图 4-12，还可写出如下关系

$$l'_F=f'_2+x'_F \text{ 和 } l_F=f_1+x_F \tag{4-32}$$

$$l'_H=l'_F-f' \text{ 和 } l_H=l_F-f \tag{4-33}$$

据此即可得出等效系统的基点相对于主点的位置关系。

等效系统的放大率β仍可用基本公式$\beta=-f/x$来计算。但此时，f应该是等效系统的焦距，x应该是物点到等效系统的物方焦点的距离，将相应的公式代入之，得

$$\beta=\frac{f_1f_2}{f_1f'_1-x_1\triangle} \tag{4-34}$$

以上就是两个光组组合时的有关计算公式。如果要对三个光组进行组合，可先求出第一和第二光组的等效系统，然后再与第三个光组组合，求得总的等效系统。但这样的过程比较复杂，且容易出错。实用中常用其它方法来解决多光组的组合问题。

图 4-18 中画出了一条平行于光轴的光线经三个光组时的光路，光线经每个光组时的高度分别为h_1、h_2和h_3，出射光线与光轴的夹角为u'_3，显然有$l'_F=h_3/\mathrm{tg}u'_3$和$f'=h_1/\mathrm{tg}u'_3$。若有k个光组，其一般形式的表示式为

$$l'_F=\frac{h_k}{\mathrm{tg}u'_k} \tag{4-35}$$

$$f'=\frac{h_1}{\mathrm{tg}u'_k} \tag{4-36}$$

所以，关键问题是如何计算h_k和u'_k。将高斯公式(4-8)两边同乘以h，过渡公式(4-10)两边同乘以$\mathrm{tg}u'$，并利用$h/l'=\mathrm{tg}u'$、$h/l=\mathrm{tg}u$和$u_i=u'_{i-1}$，得

$$\mathrm{tg}u'=\mathrm{tg}u+\frac{h}{f'} \tag{4-37}$$

$$h_i=h_{i-1}-d_{i-1}\mathrm{tg}u'_{i-1} \qquad (i=2,3,\cdots,k) \tag{4-38}$$

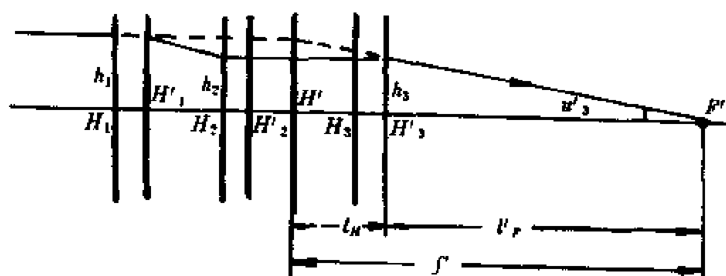


图 4-13

当用来计算基点位置和焦距时，应令 $\text{tg}u_1=0$。在任意选取 h_1 值后，利用上二公式，可以对若干个光组连续计算光线经各光组时的高度 h 和角度 u'。直到最后求得 h_k 和 u'_k。这一方法称为正切计算法。

光线在各面上的高度 h 和角度 u 之间有 $l\text{tg}u=l'\text{tg}u'=h$ 的关系。对各面利用这种关系，可将公式(4-36)改写为

$$f'=\frac{l'_1l'_2\cdots l'_k}{l_2l_3\cdots l_k} \tag{4-39}$$

基于这一公式，只要令 $l_1=-\infty$，然后对每一光组重复应用高斯公式(4-8)和过渡公式(4-10)，分别求出其像距和物距，即可求得复杂系统的焦距。而最后一光组的像距 l'_k，即为决定系统像方焦点位置的 l'_F。这一方法称为截距计算法。

当利用上两方法计算物方焦点的位置时，可将整个系统倒转后进行计算，但计算结果须改变一个符号。

公式(4-37)中，利用 $\text{tg}u_i=\text{tg}u'_{i-1}$ 的关系，对各光组逐个取代，并以光焦度 φ 代替其中的 $1/f'$ 后可合并为

$$\text{tg}u'_k=h_1\varphi_1+h_2\varphi_2+\cdots+h_k\varphi_k=\sum h\varphi$$

将其代入公式(4-36)可得复杂光学系统总光焦度与各组成光组的光焦度之间的关系式：

$$\varphi=\frac{1}{h_1}\sum h\varphi \tag{4-40}$$

(4-40)公式表明，个别光组对等效系统总光焦度的贡献，除与本身的光焦度大小有关外，还与该光组在光路中的位置有关。当透镜位于像面或中间像面上时，虽然具有一定的光焦度，但因光线在其上的高度很小或为零，该透镜对总光焦度的贡献也很小或为零。

本节公式甚多，相互关系密切，且都十分重要。为掌握其应用，请读者多做实例计算。例如，由两个光组组成的系统，设两光组均是薄的，且在空气中，有 $f'_1=90$，$f'_2=60$，$d=50$，单位均为毫米。读者可分别用正切计算法和截距计算法求等效系统的基点和焦距，并对位于第一光组前 150 毫米处的物分别经两光组和其等效系统求像的位置和放大率，以证实合成系统的等效性。下面举两个简单例子：

例 1. 计算一个对无穷远物体成实像的光学系统。要求焦距为 1m，总长度 $L=700\text{mm}$，工作距离 $l'_F=400\text{mm}$。

解：根据要求，系统的长度比焦距短，表明像方主面必定在系统之前，用单个光组无法实现，须由两个光组组合而成。设两个光组的焦距分别为 f'_1 和 f'_2，间隔为 d，均为薄透镜，根据题中所给三个条件可列出三个方程式

$$f'=\frac{f'_1f'_2}{f'_1+f'_2-d}=1000\ (\text{mm})$$

$$l'_F=f'(1-\frac{d}{f'})=400\ (\text{mm})$$

$$d+l'_F=L=700\ (\text{mm})$$

方程组中 f' 和 x'_F 均根据有关公式写成 f'_1、f'_2 和 d 的函数，解之得 $f'_1=500\text{mm}$，$f'_2=-400\text{mm}$，$d=300\text{mm}$。

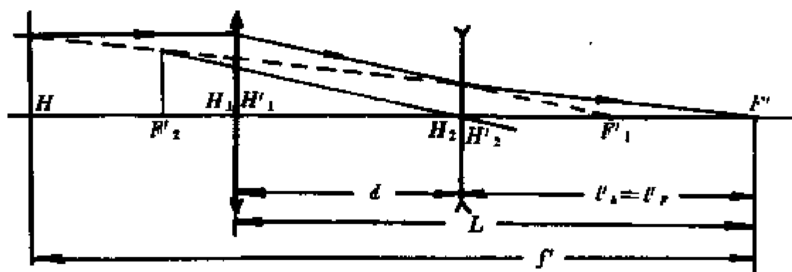


图 4-14

所以，这是一个由正负光组以一定间隔分离而成的系统，其特点是可使主面移到外面，如图 4-14 所示。长焦距照相物镜为使镜筒长度不致过长，常采用这种结构。反之，焦距很短的系统为达到足够的工作距离，使 $l'_F>f'$，常采用正负分离、负组在前的结构。

例 2. 计算一个间距为 50mm 的双透镜系统，要求能对物体成放大 5 倍的实像，物像共轭距为 150mm。

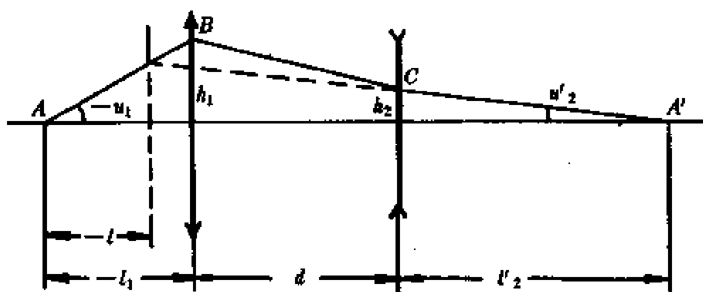


图 4-15

解：本题的要求如果用单透镜来实现，其解是唯一的。物、像距和焦距分别为 $l=-25\text{mm}$、$l'=125\text{mm}$，$f'=20.833\text{mm}$。但当用双透镜系统来实现时，就可有很多解，以满足各种特殊要求。例如获得比 $l=-25\text{mm}$ 更大或更小的物距。现设 $l_1=-35\text{mm}$。由于该系统等效于已求得的单透镜，入射光线与出射光线应与之重合，如图 4-15，故两透镜间的光线即为入射光线与第一透镜交点 B 和出射光线与第二透镜交点 C 之连线。又因放大率为 -5，则 $u_1=-5u'_2$。设 $u_1=-0.5\text{rad}$，则 $u'_2=0.1\text{rad}$。于是得

$$h_1=l_1u_1=17.5\ (\text{mm}),\quad h_2=l'_2u'_2=(150-50-35)u'_2=6.5\ (\text{mm})$$

$$u'_1=u_2=(h_1-h_2)/d=0.22\ (\text{rad})$$

则按公式(4-37)可求得两个透镜的焦距为 $f'_1=24.306(\text{mm})$，$f'_2=-54.167(\text{mm})$。

§ 4-6 望远镜系统

前面我们讨论的是平行于光轴的入射光线，其共轭光线与光轴相交的情况，本节将讨论出射的共轭光线与光轴平行的情况。

使入射的平行光束仍保持平行地出射的光学系统称为望远镜系统。显而易见，这种系统可由两个独立光组组成，其第一光组的像方焦点与第二光组的物方焦点重合，光学间隔$\Delta=0$。从上节的公式可知，望远镜系统的焦距为无穷大，焦点和主点位于无穷远。因此，与有限焦距系统相比，望远镜系统的成像特性有其独特之处。为推导其物像公式，选用第一光组的物方焦点F_1和第二光组的像方焦点F'_2作为确定焦物距和焦像距的原点，它们是望远镜系统的一对共轭点。

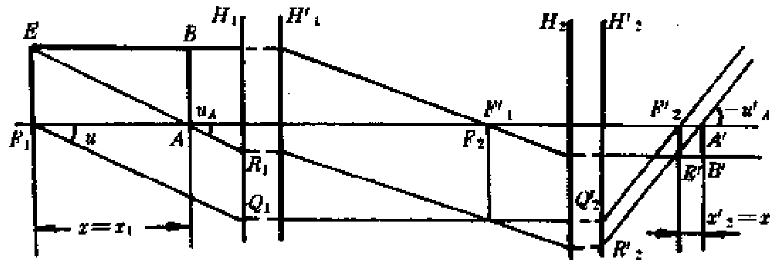


图 4-16

如图 4-16 所示，物点A相对于原点F_1的距离为x_1，A经系统所成的像A'相对于原点F'_2的距离为x'_2。对两个光组分别应用牛顿公式，并考虑到过渡公式(4-11)中$\Delta=0$，可导出

$$x'_2=\frac{f_2f'_2}{f_1f'_1}x_1 \tag{4-41}$$

$$\beta=\beta_1\beta_2=\frac{f_2}{f'_1} \tag{4-42}$$

轴向放大率公式可由对(4-41)式微分得到

$$\alpha=\frac{dx'_2}{dx_1}=\frac{f_2f'_2}{f_1f'_1} \tag{4-43}$$

望远镜系统的角放大率，按式(4-14)应有

$$\gamma=\frac{\mathrm{tg}u'}{\mathrm{tg}u}=-\frac{yf}{y'f'}=-\frac{1}{\beta}\frac{f}{f'}$$

虽然望远镜系统的焦距为无穷大，但二焦距之比f/f'是定值，可按公式(4-27)和(4-30)求出，将其与(4-42)式的β一起代入上式得

$$\gamma=\frac{\mathrm{tg}u'}{\mathrm{tg}u}=\frac{f_1}{f'_2} \tag{4-44}$$

通常，望远镜总在空气中应用，应有$f'_1=-f_1$，$f'_2=-f_2$，因此上述公式可写成：

$$\beta=-\frac{f'_2}{f'_1} \tag{4-45}$$

$$\alpha=\beta^2 \tag{4-46}$$

$$\gamma=-\frac{f'_1}{f'_2}=\frac{1}{\beta} \tag{4-47}$$

$$x'_2=\alpha x_1 \tag{4-48}$$

由此可见，望远镜系统的各种放大率，仅由组成该系统的两个光组的焦距所决定，是不随物像位置而改变的常值。这是与有限焦距系统所不同的，但诸放大率之间的关系仍相同。

望远镜系统的放大率为常值，这一性质是极易从图 4-16 得到理解的，但它并不独立用作成像系统，而是供眼睛观察以扩大眼睛对远处物体的洞察能力。从无穷远物体上各点发出并射向望远镜系统的平行光束，经系统后仍为平行光束。正常眼的光学系统正好把这些平行光束会聚于视网膜上，形成无穷远物体的像。

供眼睛观察用的光学系统称目视光学系统。这种系统的两个光组中，朝向物体的那个称为

物镜，靠眼睛的那个称为目镜。对于目视光学系统来说，最有意义的是视觉放大率。望远镜系统的视觉放大率是远处物体经系统所成的像对眼睛张角 W' 的正切与该物体直接对眼睛张角 W 的正切之比，以 Γ 表示。显然，W' 即相当于图 4-16 中的 u' 角，而无穷远物体直接对眼睛的张角 W 可认为是图中的 u 角。因此，望远镜系统的视觉放大率就等于该系统的角放大率，即

$$\Gamma=\frac{\mathrm{tg}W'}{\mathrm{tg}W}=\gamma=-\frac{f'_1}{f'_2} \tag{4-49}$$

所以，望远镜系统的视觉放大率就是物镜焦距与目镜焦距之比，如果物镜的焦距大于目镜的焦距，通过它观察远处物体时，成在网膜上的像就得到放大。根据需要，物镜的焦距可以几倍直至上百倍于目镜的焦距。通常，物镜的焦距总是正的，若目镜的焦距也为正，$\Gamma<0$，眼睛所看到的是物体的倒像；若为负目镜，则成正像。

在一个望远镜系统后再加一个望远镜系统时，仍组合成望远镜系统。这种组合可将倒像转成正像。如在望远镜系统后加上一个有限焦距系统，得到的则是一个有限焦距系统。显然，此等效系统的像方焦点就是所加系统的像方焦点，如图 4-17，而其等效焦距可推得

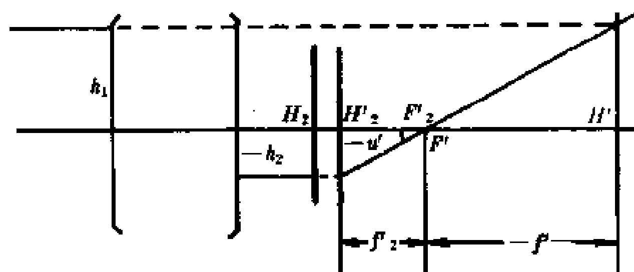


图 4-17

$$f'=\Gamma f'_2 \tag{4-50}$$

此式表明，一个有限焦距系统之前加角放大率为 Γ 的望远镜系统时，整个系统的焦距为原系统焦距的 Γ 倍。这种组合常会遇到，如眼睛通过望远镜观察远物就是这种组合系统，相当于眼睛的焦距被望远镜扩大了 Γ 倍，也就使远物在网膜上的像比用肉眼观察时放大了 Γ 倍。

§4-7 厚透镜

在第二章中所讨论的薄透镜由于忽略了它的厚度，我们可认为它的一对主面与表面的顶点重合。但是，实际应用的透镜总需要有一定的厚度。如果把透镜的两个球面看作是两个组元，由于已知其焦距和主点位置，应用前面的组合公式就可求得透镜的焦距和基点位置。

对于单个折射球面，两个主面皆重合于球面的顶点，而其焦距可按公式(2-14)和(2-15)写出。考虑到透镜在空气中，有 $n_1=n'_2=1$，$n'_1=n_2=n$(透镜玻璃的折射率)，且透镜的光学间隔为 $\triangle=d-f'_1+f_2$，即可由公式(4-27)得出透镜的焦距公式：

$$f'=-f=\frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]} \tag{4-51}$$

如将上式表示成光焦度的形式，则有

$$\varphi=\frac{1}{f'}=(n-1)(\rho_1-\rho_2)+\frac{(n-1)^2}{n}d\rho_1\rho_2 \tag{4-52}$$

式中，ρ 为球面曲率。

决定透镜主面位置的公式可由公式(4-32)、(4-33)和(4-25)、(4-26)组合得出，为

$$\left.\begin{aligned} l'_H&=\frac{-dr_2}{n(r_2-r_1+(n-1)d}\\ l_H&=\frac{-dr_1}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}\end{aligned}\right\}\tag{4-53}$$

基于上述公式，对各种透镜讨论如下：

1. 双凸透镜

这种透镜，有 $r_1>0$，$r_2<0$。由公式(4-51)可知，保持两面的半径不变，随厚度 d 的不同，其焦距可正可负。当 $d<|n(r_2-r_1)/(n-1)|$ 时，$f'>0$，是会聚的。再由公式(4-53)可知，$l'_H<0$，$l_H>0$，且二者的绝对值不会大于透镜的厚度，因此两个主面总位于透镜内部，如图 4-18 所示，但具体的位置随厚度而异。当厚度增大到 $d=r_1-r_2$，即为同心的双凸透镜时，$l'_H=r_2<0$，$l_H=r_1>0$，此时两个主面重合于两球面的公共球心处，如图 4-19 所示。若继续增加厚度，则两主面的相对位置发生颠倒，H' 将位于 H 之前了。当透镜的厚度 $d=|n(r_2-r_1)/(n-1)|$ 时，$f'=\infty$，相当于一个望远镜系统。而当 $d>|n(r_2-r_1)/(n-1)|$ 时，透镜的焦距成为负值，且 $l'_H>0$，$l_H<0$，主面已在透镜之外了。

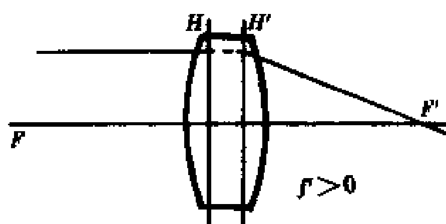


图 4-18

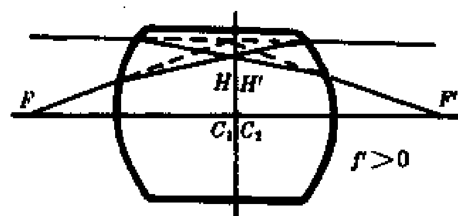


图 4-19

2. 双凹透镜

这种透镜有 $r_1<0$，$r_2>0$。从公式(4-51)可知，f' 恒为负值，是发散透镜。再从公式(4-53)可知，$l'_H<0$，$l_H>0$，两主面也总位于透镜内部，请读者画出该图。

3. 平凸透镜

设第一面为凸面，即 $r_1>0$，$r_2=\infty$。此时，焦距和主面位置的公式简化成

$$f'=-f=\frac{r_1}{n-1},\ l'_H=-\frac{d}{n},\ l_H=0$$

这就是说，平凸透镜的像方焦距恒为正值，且其值与透镜的厚度无关。两主面中的一个相切于球面的顶点，另一个位于透镜内部，如图 4-20。

4. 平凹透镜

也设第一面为凹面，即 $r_1<0$，$r_2=\infty$ 时，焦距和主面位置的公式与平凸透镜一样，焦距恒为负值，且与厚度无关，一个主面与球面顶点相切，另一个位于透镜内部。请读者参照图 4-20 画出该图。

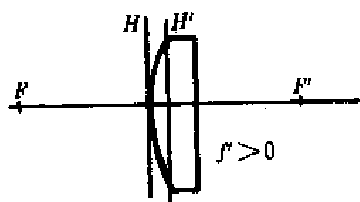


图 4-20

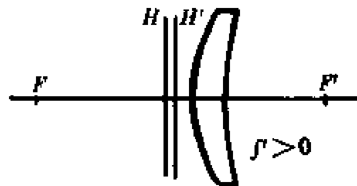


图 4-21

5. 弯月形凸透镜

这种透镜是两个球面的半径同号，但凸面半径的绝对值较小，由焦距和主面位置的公式可知，像方焦距恒为正值，若凸面朝向物方，则物方主面在凸面之前，像方主面在凹面之前，且二者都在透镜外面，如图 4-21。

6. 弯月形凹透镜

这种透镜两个面的半径也同号，但凸面半径的绝对值较大。如两个半径均大于零，则应 $r_1>r_2$。它与双凸透镜相似，其焦距的正负和主面的分布也随厚度而异。请读者根据公式(4-51)和(4-53)分析讨论，并作出图形。值得指出，这种透镜由于两面半径同号，在两半径值差别较小时，不需很大的厚度就可获得给定正光焦度的效果。以后会看到，这种透镜将在校正像面弯曲方面有重要应用。

实际应用的透镜，其厚度与曲率半径相比都较小，因此用透镜的沿轴厚度是大于还是小于其边缘厚度来判别透镜的焦距正负是可靠的。除弯月形凹透镜外，厚度很大的其它透镜并无实用意义。但从光组组合的角度来看，上述不同型式的透镜正好提供了双光组组合的所有基本模式，包括正、负光焦度的不同组合及有限光焦度与平行平板的组合。熟知它们的焦距变化和基点位置的分布，就能对各种双光组的组合和等效系统的性质有更深刻的了解。

如果在上面所得出的有关厚透镜的公式中令厚度 $d=0$，则可得到薄透镜的光焦度公式，并将发现，略去厚度的薄透镜，两个主面皆重合于透镜，其光学性质仅由焦距决定，导致计算的极大方便。因此，光学系统设计的初始阶段总是先从薄透镜或薄光组入手的。

§4-8　实际光学系统的焦距和基点位置的计算，焦距的测定

一、基点位置和焦距的计算

焦距是任何一个光学镜头或系统的重要性能参数之一，因此，光学工作者常需对已知结构参数的实际光学系统作基点位置和焦距的计算。

鉴于一切共轴光学系统的近轴区都具有理想光学系统的性质，本章所述有关理想光学系统的理论可以应用于实际光学系统的近轴区。计算实际系统的基点位置和焦距，自然可以按光组组合的方法，但这样做不胜其繁，无需采用。实际应用的最简便方法是对一条平行于光轴的近轴光线进行计算，从而把一方空间的基点位置和焦距计算出来。由于计算是逐面重复进行的，一般都使用按公式列成的表格，以提高效率和减少错误。下面以一个简单的望远镜物镜为例，叙述基点位置和焦距的计算方法。物镜由两块透镜胶合而成，结构参数如下：

		$n_1=1$
$r_1=62.5$	$d_1=4.0$	$n'_1=n_2=1.51633$
$r_2=-43.65$	$d_2=2.5$	$n'_2=n_3=1.6727$
$r_3=-124.35$		$n'_3=1$

方法 1：

应用公式(2-11)和过渡公式(2-28)，即

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \text{和} l_{i+1}=l'_i-d_i$$

计算时应令 $l_1=\infty$。最后求得的 l'_k 决定了像方焦点的位置。像方焦距可按(4-39)式计算。算出 l'_k 即 l'_F 和 f' 后，主点的位置即可得出。请读者按此法自行计算，注意为保证应有的精度，计算时应取六位有效数字。这里仅列出双胶合物镜按此法计算结果为：

$$l'_F=l'_3=97.0093, f'=99.8966, l'_H=l'_F-f'=-2.8873$$

方法 2:

应用公式(2-12)和过渡公式(2-29),即

$$n'u'-nu=\frac{n'-n}{r}h \text{ 和 } h_{i+1}=h_i-d_iu'_i$$

此时,应令 $u_1=0$,h_1 可以任取,最后求得 h_k 和 u'_k 后,焦点位置为 $l'_F=l'_k=h_k/u'_k$,焦距为 $f'=h_1/u'_k$。

对以上双胶合物镜,令 $h_1=10$,得计算结果为:$h_3=9.71097$,$u'_3=0.1001036$,则

$$l'_F=97.0092, f'=99.8965, l'_H=-2.8873$$

表 4-1

$l=-\infty, u=0, h=10$

	1	2	3
l	$-\infty$	179.547	341.467
$-\ r$	62.50	−43.65	−124.35
$l-r$ $\times\ u$ $\div\ r$	$h_1=10$	223.197 0.054482	465.817 0.028439
i	0.160000	−0.278585	−0.106533
$\times\ n/n'$	1/1.51633	1.51633/1.6727	1.6727/1
i' $\times\ r$ $\div u'=u+i-i'$	0.105518 0.054482	−0.252542 0.028439	−0.178198 0.100104
$l'-r$	121.047	387.617	221.359
$+\ r$	62.5	−43.65	−124.35
l'	183.547	343.967	97.009
$h=lu=l'u'$	10	9.78207	9.71097
$l'=h/u'$	183.547	343.967	97.009
$-\ d$	4	2.5	
l	179.547	341.467	

方法 3:

除了当仅需计算系统的基点位置和焦距时,常采用上述两种较简便的方法外,在光学系统设计时,近轴光线的光路计算一般都应用公式组(2-5)~(2-8),即对光线的光路进行追迹,逐面地由初始值 l 和 u 计算出入射角 i 和折射角 i',再求得 u' 和 l'。之所以这样做是为了用这些中间值定性地分析像差的形势和定量地计算像差近似值的分布,这是光学系统设计时必须了解和运用的。计算时,应取 $l_1=\infty$,$u_1=0$。但此时,因公式(2-5)不能直接应用,需用 $i_1=h_1/r_1$ 来计算入射角。h_1 为平行光线的入射高度,原则上可任取。最后一面求得的 l'_k 决定了像方焦点的位置,焦距同样由 $f'=h_1/u'_k$ 求取。表 4-1 所列就是用方法 3 对上述物镜计算的例子。其结果为 $l'_F=l'_3=97.009$,$f'=h_1/u'_3=99.8961$。可见,三种方法的计算结果完全一致。

如果要求物方基点,可将系统倒转后再作一般的正向计算,不过所得结果必须改变符号以后才是物方的量。本例对应的物方的量为 $f=-99.8965$,$l_F=-98.599$,$l_H=1.2975$。图 4-22 是根据上面的计算结果画出的该物镜基点位置图。

矩阵理论亦可用于高斯光学计算,读者如有兴趣,可参阅参考文献[4]。

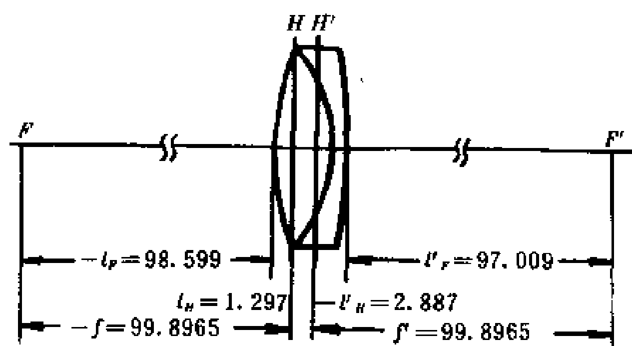


图 4-22

二、焦距的测定

在实际工作中,常会遇到对透镜或测定焦距的问题。焦距的测定有多种方法,读者可参阅参考文献[3]。这里仅介绍主要的两种。

方法 1:

用一固定大小的物体经被测透镜或系统在两个位置成像,并量出在这两个共轭位置时像的大小来计算焦距。如图 4-23 所示,大小为 y 的物体位于 A_1 时,经被测系统成像于 A'_1,放大率为 β_1;当物移到另一位置 A_2 时,成像于 A'_2,放大率为 β_2。根据放大率公式 $\beta=-f/x$,并令 $x_2-x_1=\triangle x$,可导出

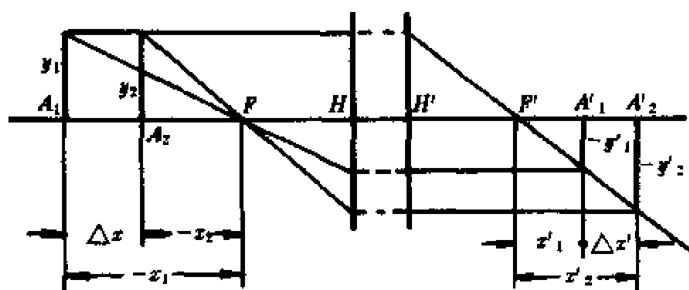


图 4-23

$$f=\frac{\triangle x}{1/\beta_1-1/\beta_2} \tag{4-54}$$

式中,$\triangle x$ 为物体的移动距离,为已知值,所以只要量出二个位置的像的大小 y'_1 和 y'_2,即可求知二个 β,并按上式算出焦距。

若应用公式 $\beta=-x'/f'$,则可得出以像方焦距 f' 表示的相应公式:

$$f'=\frac{\triangle x'}{\beta_1-\beta_2} \tag{4-55}$$

所以,只要量出二个像位置的间距 $\triangle x'$ 和像的大小,即可求得像方焦距。

方法 2:

用平行光管测定焦距。如图 4-24 所示。先看被测系统 O_2 本身的光路。一束与光轴成 W 角的入射平行光束经系统 O_2 以后,会聚于焦平面上的 B' 点。它就是距 O_2 为无限远的某轴外物点的像。B' 点的高度 y' 可以由一对过节点的共轭光线来确定。通常光学系统位于空气中,主点与节点重合,因此,由图可得

$$y'=-f'\mathrm{tg}W'=-f'\mathrm{tg}W \tag{4-56}$$

这里,给定倾角的平行光束是由平行光管 O_1 提供的,在平行光管 O_1 的前焦面上设置一刻有几

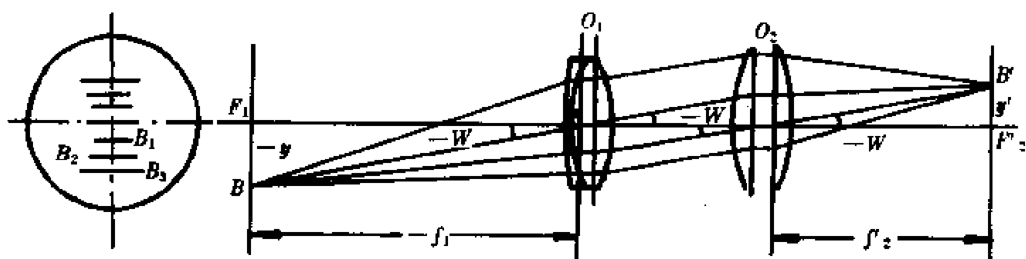


图 4-24

对已知间隔线条的分划板，用以产生平行光束。平行光管物镜的焦距经精确测定而为定值，因此与每对刻线对应的平行光束的倾角 $\mathrm{tg}W'=-y/f_1$ 也是已知的。按此，被测物镜的焦距

$$f'_2=-\frac{y'}{\mathrm{tg}W'}=\frac{f_1}{y}y' \tag{4-57}$$

可见，整个测试工作仅在于测得被测物镜焦面上某对刻线像的间隔。专门用来测量焦距的焦距仪即按此原理制成。该仪器中，被测刻线像的间隔 $2y'$ 是用装在被测系统后面的一个读数显微镜来量测的。

习　题

1. 有一薄透镜，其焦距 $f'=100\mathrm{mm}$，分别求 $l=-\infty$、$-4f'$，$-2f'$，$-f'$，$-0.5f'$，0，f'，$4f'$ 时像的位置 l' 和放大率 β，并说明像的正倒和虚实。将结果列于表中，并总结其成像规律。类似地，对负透镜的成像性质也给以讨论之。

物		像			
物距 l	实或虚	位置(像距 l')	大小(放大率 β)	正或倒	实或虚
$-\infty$					
$-4f'$					
$-2f'$					
…					
f'					
$4f'$					

2. 单薄透镜成像时，若共轭距(物与像之间的距离)为 250mm，求下列情况下透镜应有的焦距：(1)实物，$\beta=-4$；(2)实物，$\beta=-1/4$；(3)虚物，$\beta=-4$；(4)实物，$\beta=4$；5)虚物，$\beta=4$。

3. 一个 $f'=80\mathrm{mm}$ 的薄透镜当物体位于其前何处时，正好能在：(1)透镜之前 250mm 处成像；(2) 透镜之后 250mm 处成像？

4. 有一实物被成一实像于薄透镜后 300mm 处时，其放大率正好为 1 倍。问放大率为 50 倍时，实像应位于透镜后什么位置？

5. 用作图方法求解(见附图)。

6. 一透镜对无限远处和物方焦点前 5m 处的物体成像时，二像的轴向间距为 3mm，求透镜的焦距。

7. 位于光学系统之前的一个 20mm 高的物体被成一 12mm 的倒立实像。当物向系统方向移动 100mm 时，其像成于无穷远，求系统的焦距。

8. 用 135 照相机(物镜的焦距为 50mm)拍照时，若要求对身高为 1.7m 的人在底片上获

得 17mm 高的像，物镜相对于焦平面的调焦量应为多少？人大致离照相机多少距离？

9. 一正薄透镜将物体成像于屏幕上时，测得其放大率 $\beta=-3$，而当透镜向物体移近 180mm 时，屏上像的放大率为 -4，问该透镜的焦距为多少？

10. 一物体被一正薄透镜在屏上成一 50mm 高的像。保持物体和光屏的位置不变而移动透镜 1.5m 时，重又在屏上形成一 200mm 高的像，求物的高度和透镜的焦距。

11. 一焦距为 10cm 的正薄透镜在某一共轭距时，二个成清晰像的透镜位置相距 15cm；现若将共轭距加倍，问此时能成清晰像的二个透镜位置相距多少？

12. 一薄透镜对某一物体成一 $\beta=-1$ 的像于屏上。当再用另一薄透镜紧靠于其上时，则见光屏需向透镜方向移近 20mm，且 $\beta=-3/4$，求二块透镜的焦距。

13. 有一光学系统，已知物、像面之间的共轭距为 500mm，放大率 $\beta=-10$，两焦点的间距为 96mm，求系统的焦距，并以图形表示出主点和焦点的位置。

14. 一个焦距为 540mm 的正薄透镜在其焦平面上给出无穷远物体的像。现欲在透镜之后再插入一 $f'=200$mm 的薄透镜以使原来的像缩小一半，求此薄透镜的位置。

15. 有二个薄透镜，已知 $f'_1=40$mm，$f'_2=30$mm，间隔 $d=15$mm，求合成系统的焦距和基点位置，并以图示之。若在焦点 F 前 80mm 处有一 20mm 高的物体，求像的位置和大小，并要求回答物相对于第一透镜的主点 H_1，焦点 F_1 和等效系统的主点 H 的距离 l_1，x_1 和 l；类似地写出在像方的 l'_2，x'_2 和 l'。

16. 一短焦距广角照相物镜的焦距 $f'=28$mm，工作距离 $l'_F=40$mm，总长度（第一透镜到物镜像方焦点的距离）$L=55$mm，求组成此系统的二个薄透镜的焦距 f'_1、f'_2 及其间隔 d。

17. 有一双透镜系统，已知 $f'_1=100$mm，$f'_2=-50$mm，要求总长度（第一透镜至系统像方焦点的距离）为系统焦距的 0.7 倍，求二透镜的间隔和系统的焦距。

18. 一平面朝前的平凸透镜对垂直入射的平行光束会聚于透镜后 480mm 处。如此透镜的凸面为镀铝的反射面，则使平行光束会聚于透镜前 80mm 处。求透镜的折射率和凸面的曲率半径。（计算时，透镜的厚度忽略不计）。

19. 人眼可简化成一曲率半径为 5.6mm 的单个折射球面，其像方折射率为 4/3。求远处对眼睛张角为 1°的物体在视网膜上所成像的大小。

20. 有一 5D 的眼镜片（即光焦度为 5 屈光度），其折射率为 1.5，第一面为 600 度（即 $\varphi_1=6D$），厚度忽略不计，求二面的曲率半径。（分别就 $\varphi=5D$ 和 $\varphi=-5D$ 计算之）。

21. 试回答如何用二个薄透镜或薄透镜组组成如下要求的光学系统：(1)保持物距不变时，可任意改变二镜组的间距而倍率不变；(2)保持二镜组的间距不变时，可任意改变物距而倍率不变。

22. 一个折反射系统，以任何方向入射并充满透镜的平行光束，经系统后，出射光束仍为充满透镜的平行光束；并且当物面与透镜重合时，其像面也与之重合。试问此折反射系统的最简单的结构是怎样的？

23. 有一由二薄透镜组成的系统，已知 $f'_1=50$mm，$f'_2=-150$mm，它对实物成一放大 4 倍的实像，并且 $\beta_1=-2$，试求二透镜的间隔和物像共轭距，并回答保持物面位置不变，移动第一透镜至何处时，仍能在原像面位置成物体的清晰像？与此相应的放大率为多少？

24. 有一光学系统，已知 $f'=-f=100$mm，总厚度（第一面到最后一面的距离）为 15mm，$l'_F=96$mm，$l_F=-97$mm。求此系统对实物成放大 10 倍的实像时的物距（离第一面）l_1、像距（离最后一面）l'_k 及共轭距 L。

25. 一块厚度为 15mm 的平凸透镜放在报纸上，当平面朝上时，报纸上的文字的虚像在平面下 10mm 处；当凸面朝上时，像的放大率为 $\beta=3$，求透镜的折射率和凸面的曲率半径。

26. 某望远镜物镜由正、负分离的二个薄透镜组组成，已知 $f'_1=500\text{mm}$，$f'_2=-400\text{mm}$，$d=300\text{mm}$，求其焦距。若用此望远镜来观察前方 $200m$ 处的物体时，仅用第二个负透镜组来调焦以使其像仍位于物镜的原始焦平面上，问该镜组应向什么方向移动多少距离？此时物镜的焦距为多少？

27. 有一由三个薄透镜组成的系统，已知 $f'_1=60\text{mm}$，$f'_2=-45\text{mm}$，$f'_3=70\text{mm}$，$d_1=15\text{mm}$，$d_2=20\text{mm}$，计算此组合系统的焦距和基点位置，并以图示之。

28. 如图 4-22 所示的双胶合望远镜物镜，请按如下要求：分别计算组合系统的焦距和像方基点位置，并以图示之。

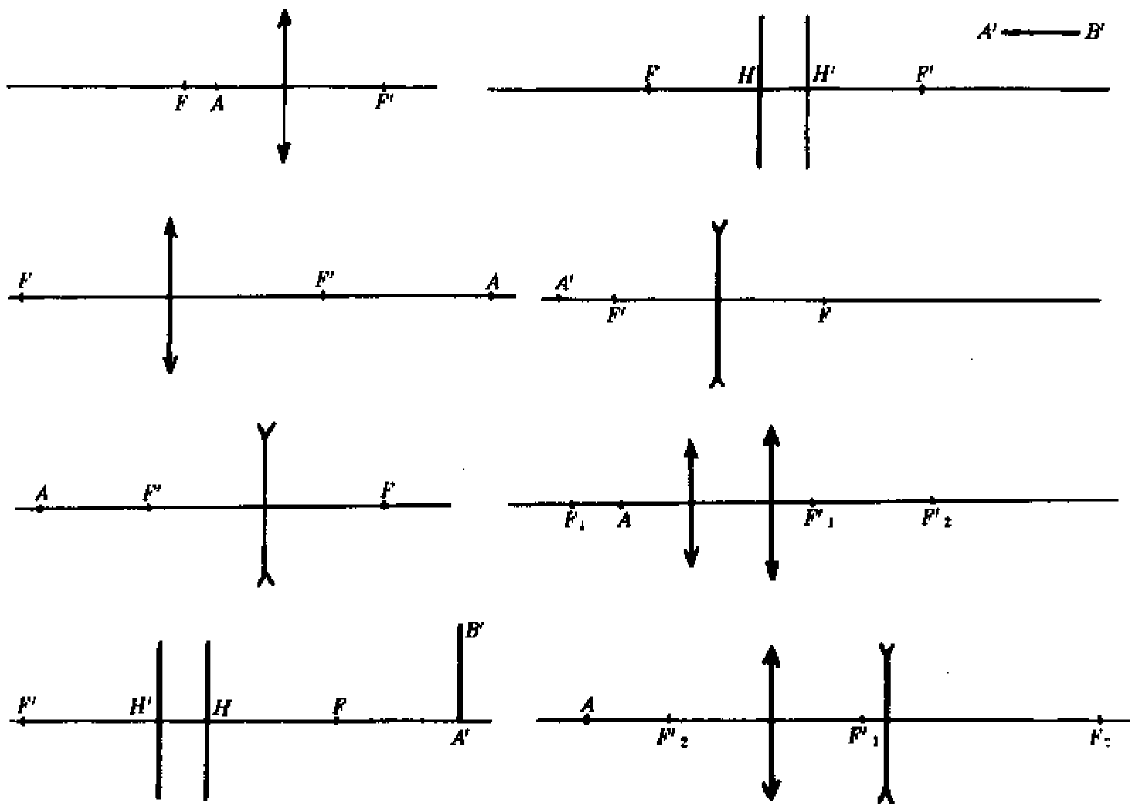
(1)在双胶合物镜前加一视觉放大率 $\Gamma=-8$ 的望远镜系统；

(2)在双胶合物镜之前加一 $\Gamma=3$ 的望远镜系统；

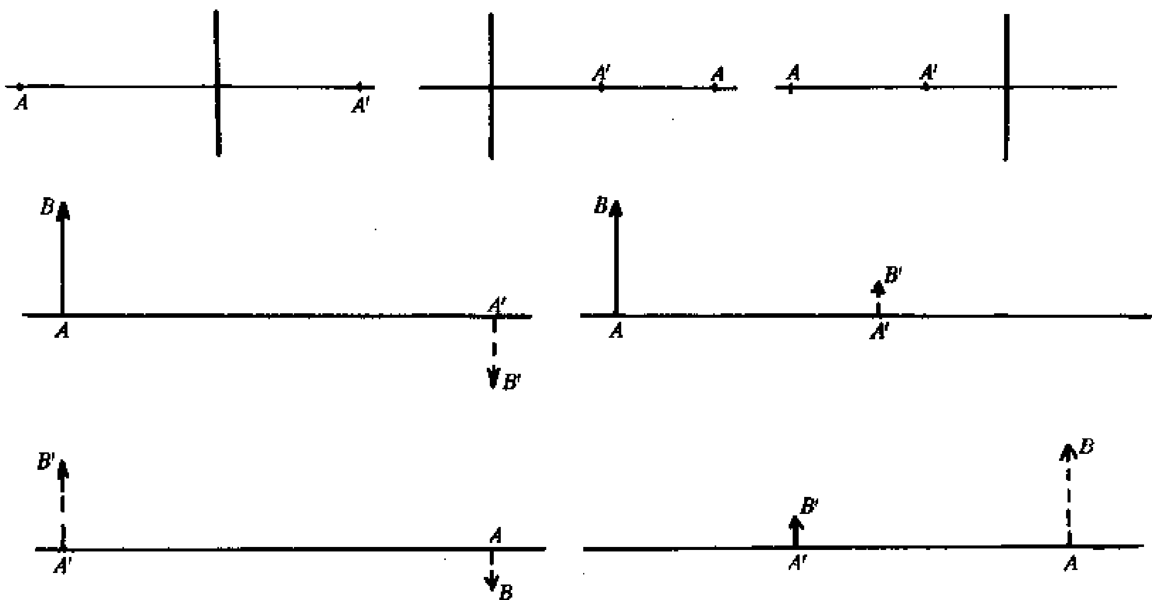
(3)在双胶合物镜之后加一厚度为 60mm，折射率为 1.5 的平行平板。

附图(第四章习题第5题图)

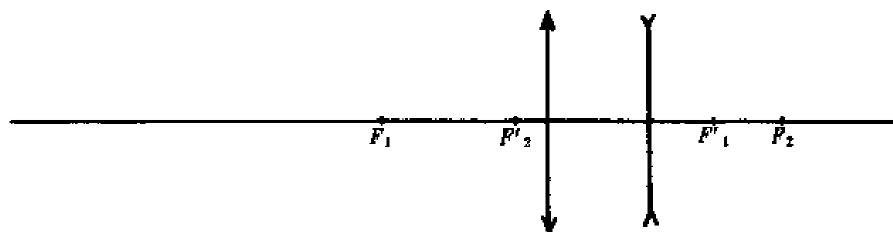
(1)求物点 A 的像或像对应的物：

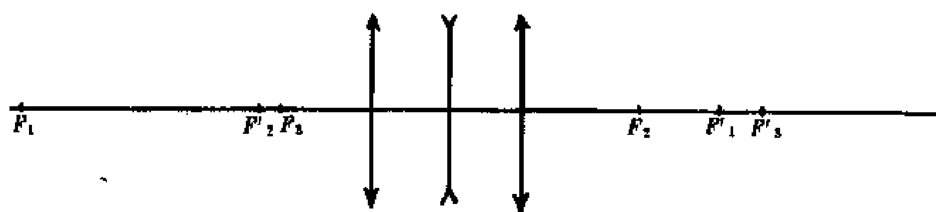


(2)求透镜的焦距、画出焦点 F、F' 的位置：



(3)求等效系统的基点位置：





第五章　光学系统中光束的限制

§5-1　概述

任何成像用的光学系统，均须满足一系列根据使用要求提出的条件。首先，使物体在给定共轭距上成要求倍率的像，由此决定了光学系统的轴向尺寸，这就是我们前面所讨论的。其次，系统还要具有要求的成像范围，所成的像还应具有一定的光度水准，并能反映物体的微细结构。前者规定了成像的线视场或视场角，后者与成像光束的孔径角有关。亦即：光学系统应对于要求成像范围内的物点，以要求孔径角的光束成像。这实质上是一个如何确定光学零件的横向尺寸或通光孔径，从而给通过光学系统的光束以合理限制的问题。

光学零件的通光孔径决定了能通过该零件的光束直径或立体角的大小，故光学系统中光学零件的镜框就是限制光束的光孔。此外，为了某些特殊需要和限定成像范围，还需在光学系统中设置一些被称为光阑的光孔。这些光孔在多数情况下是圆形的，并与整个系统同轴。有不同作用的几种光阑：

1. 孔径光阑

限制成像光束立体角的光阑称为孔径光阑，它决定了轴上点成像光束中最边缘光线的倾斜角，称其为光束的孔径角。这种光阑在任何光学系统中都存在。

2. 视场光阑

限制物平面或物空间能被系统成像的最大范围的光阑称为视场光阑，它决定了光学系统的视场。

3. 渐晕光阑

光阑以减小轴外像差为目的，使物空间轴外点发出的、本来能通过上述两种光孔的成像光束只能部分通过，称渐晕光阑。

4. 消杂光光阑

只对那些从视场外射入系统的光能和由镜头内部的光学表面、金属表面及镜座内壁的反射和散射所产生的杂散光起部分限制作用。杂散光若通过系统，将在像面上产生一个杂光背景，危害像质。大型光学仪器、尤其是天文仪器中的望远镜系统和折反射系统等必须专门设置消杂光光阑。一般的光学仪器通常只将镜筒内壁车成螺纹，并涂以黑色无光漆或发黑来减少杂散光的影响。

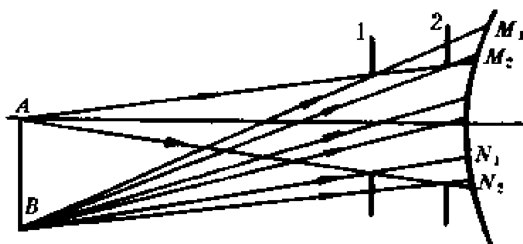


图 5-1

在光学系统中，视场光阑的位置是固定的，它总设置在系统的实像平面或中间实像平面上。若系统没有这种实像平面，则不存在视场光阑，此时必有渐晕光阑。当然，有视场光阑时也可能有渐晕光阑。而孔径光阑的位置则随系统而异，有些系统对其位置有特定的要求，如目视光学系统和远心光学系统等。除此之外，孔径光阑的位置是可选择的。不同的孔径光阑位置就

等于从物点发出的宽光束中挑选不同部分的光束参与成像。如图 5-1 所示，光阑在位置 1 时，轴外物点 B 以光束 BM_1N_1 成像，而在位置 2 时，则以光束 BM_2N_2 成像。故合理选择光阑的位置有助于改善轴外点的成像质量，可阻拦偏离于理想成像要求较远的光束。此外，对于目视光学系统，须把眼瞳也作为系统中的一个光孔来考虑。并且一般都假定系统对光阑是理想成像的。

§5-2 光学系统的孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳

在一个光学系统的若干通光孔中，一定有一个光孔起着限制成像光束的作用。如图 5-2 所示的系统，它由两个透镜组(为方便计，画成薄镜组)及其之间的一个专设光阑 Q 所组成，共有三个光孔 O_1，Q 和 O_2。图中画出了自物体中心(即轴上点 A)发出的与光轴成不同角度的三条光线，分别经过三个光孔的边缘，其中经光阑 Q 边缘 Q_1 点的光线与光轴的夹角最小，这表明，由 A 点发出的光束中，只有比此角小的光线才能通过系统参予成像。所以在这个系统中，光阑 Q 起着限制成像光束的作用，是系统的孔径光阑(以下简称孔阑)。

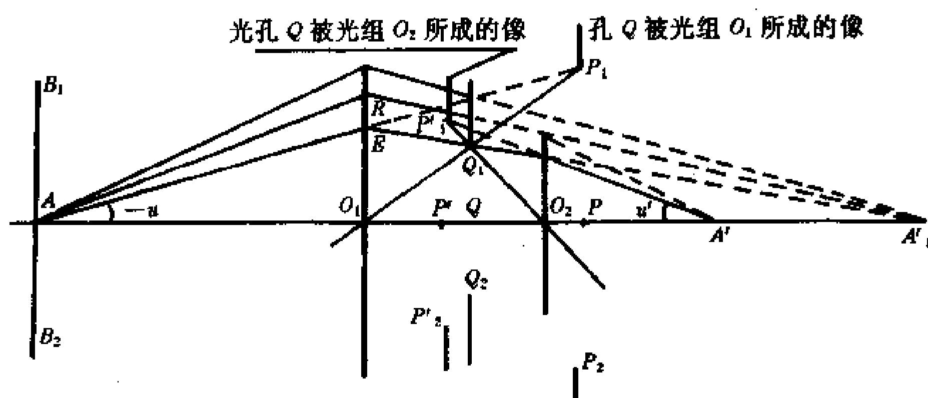


图 5-2

在图 5-2 中，我们画出了孔阑被其前面的镜组 O_1 所成的像 P_1PP_2，同样也易于画出光孔 O_2 被其前面的镜组所成的像。显然，在所有光孔被其前面的镜组在物空间所成的像中，孔径光阑的像 P_1PP_2 对轴上物点 A 的张角仍为最小。可见，只要找出所有光孔被其前面的镜组成在物空间的像，并求出它们对轴上物点的张角就能作出判断。即，与对轴上物点 A 张角最小的那个像相对应的光孔就是孔阑。那个光孔像，即孔阑被其前面的镜组在物空间中所成的像称为光学系统的入射光瞳(以下简称入瞳)。在图 5-2 中，入瞳就是 P_1PP_2。图 5-3 对同一系统画出了轴上点 A 和轴外点 B 的成像光束经过系统的情况，可以看出，入瞳决定了物点成像光束的最大孔径，并且是物面上各点成像光束的公共入口。同样，孔阑被其后面的镜组在系统像空间中所成的像 $P'_1P'P'_2$，也是所有光孔在像空间的像中对轴上点的像 A' 张角最小的一个。这个像称为光学系统的出射光瞳。出瞳是物面上各点的成像光束自系统出射时的公共出口，并且是入瞳经整个系统所成的像。

前面所述，孔阑位于系统之间，因而是与入瞳和出瞳各不重合的一般情况。当然，孔阑也常位于系统之前、系统之后，有时也与镜组重合。相应地，孔阑或与入瞳重合，或与出瞳重合，或与入瞳、出瞳皆重合。请读者自行画出这三种情况下的光学系统图。

轴上物点发出的过入瞳边缘的光线与光轴的夹角 u 称为物方孔径角；由出瞳边缘射至轴上像点的光线与光轴的夹角 u' 称为像方孔径角。过入瞳中心的光线称为主光线。由于共轭关

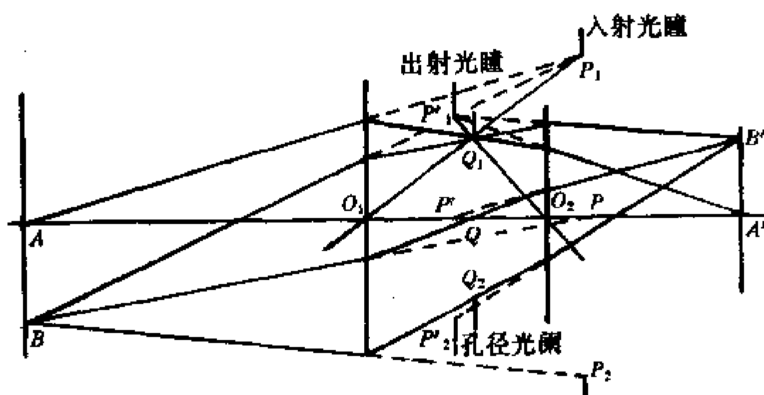


图 5-3

系，主光线也通过孔阑和出瞳的中心。主光线是物面上各点成像光束的中心光线，它们构成了以入瞳中心为顶点的同心光束，这一光束的立体角决定了光学系统的成像范围。同时，过入瞳边缘的光线也必过孔阑的边缘和出瞳的边缘。

在大多数情况下，轴外点发出并充满入瞳的光束会受到远离孔阑的透镜的通光孔径的限制，被部分遮拦而不能全部通过系统，这种现象称为轴外光束的渐晕，我们将在下一节讨论。

必须指出，光学系统中的孔阑只是对一定的物体位置而言的。如果物体位置发生了变化，原来的孔阑将可能会失去限制光束的作用，成像光束将被其他光孔所限制。这是因为光孔在物空间的像对轴上物点的张角与物体位置有关。如果一个光学系统对无穷远物体成像，则要看系统中的所有光孔被其前面的镜组在物空间所成的像中何者直径最小，这个像就是入瞳，它所共轭的光孔就是孔阑。

以上只是对已有的光学系统就如何寻找出孔阑以及相关的问题进行了分析和讨论。至于一个光学系统，孔阑究竟该如何设置，这是一个需在设计阶段解决的问题。一般而言，孔阑的位置是根据是否有利于缩小系统外形尺寸、镜头结构设计、使用方便，尤其是是否有利于改善轴外点成像质量等因素来考虑决定的，它的大小(即通光孔半径)则由轴上点 A 所要求的孔径角 u 的边缘光线在光阑面上的高度来决定。最后，按所确定的视场边缘点的成像光束和轴上点的边缘光线无阻拦地通过的原则，来确定系统中各个透镜和其他光学零件的通光直径。可见，孔阑位置不同，会引起轴外光束的变化和系统各透镜通光直径的变化，而对轴上点光束却无影响。因此，孔阑的意义，实质上是被轴外光束所决定的。

§5-3 光学系统的视场光阑、入射窗和出射窗、渐晕光阑

在光学系统中，起限制成像范围作用的光孔称为视场光阑(以下简称视阑)。显然，如果有接收面，则接收面的大小直接决定了物面上有多大的范围能被成像。因此，在成实像或有中间实像的系统中必有位于此实像平面上的视阑，此时有清晰的视场边界。视阑被其前面的镜组成在系统物空间的像称为入射窗，被其后面的镜组成在系统像空间的像称为出射窗。显然，入射窗必与物面重合，出射窗必与像面重合。且出射窗是入射窗经整个系统所成的像。

物方视场边缘点，即入射窗的边缘对入瞳中心的张角称为物方视场角，像方视场边缘点，即出射窗的边缘对出瞳中心的张角称为像方视场角。如果物位于无穷远处，则物方视场的大小以物方视场角来表示。而如果物位于有限距离处，通常以线视场来表征物方视场的大小。

在某些情况下，系统中没有实像面，也没有中间实像面，此时则不存在视场光阑，视场也就

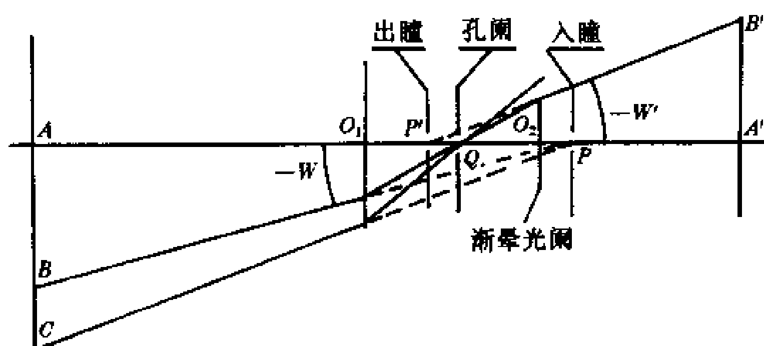


图 5-4

没有清晰的边界。但是，是否在此情况下视场就不受任何限制呢？不是的。让我们看看图 5-4 所示的入瞳为无限小的特殊情况。此时可认为物面上各点只有一条主光线通过。在物平面光轴以下的一边取 B,C 两点，使其主光线 BP 和 CP 分别经过镜组 O_1 和 O_2 的边缘。可以看出，过镜组 O_2 边缘的那条主光线 BP 与光轴的夹角最小，即只有在 B 点以内的物点才能被系统成像，在 B 以外的物点，虽然其主光线能通过镜组 O_1，但却被镜组 O_2 的镜框所拦。可见此时镜组 O_2 是决定物面上成像范围的光孔，它就是在像空间中对出瞳中心张角最小的那个光孔像（或在物空间中，对入瞳中心张角最小的那个光孔像）所共轭的光孔。

然而，这只是假定入瞳为无限小的情况。实际上，入瞳总有一定大小，情况将复杂一些。这时上述那个光孔在不同位置时将阻拦光束的上面部分或下面部分，使成像光束不能全部通过系统，即造成轴外光束的渐晕。因而我们称此光孔为渐晕光阑。为清楚起见，略去透镜和其他光孔，仅画出物平面、入瞳平面和渐晕光阑在物空间的像来说明这一问题，如图 5-5 。显然，物面上以 AB_1 为半径的圆形区域内物点发出的光束都能通过系统，B_1 以下区域发出的能通过入瞳的光束将部分地被渐晕光阑所阻拦，B_2 点发出的光束只有主光线以下的一部分可以通过，而 B_3 点只有一条光线可以通过。物面上 A、B_1、B_2、B_3 四点被系统成像时能通过的光束截面示于图 5-5 右面的四个图形中。显然，只有阴影部分的光线才能通过系统参于成像。

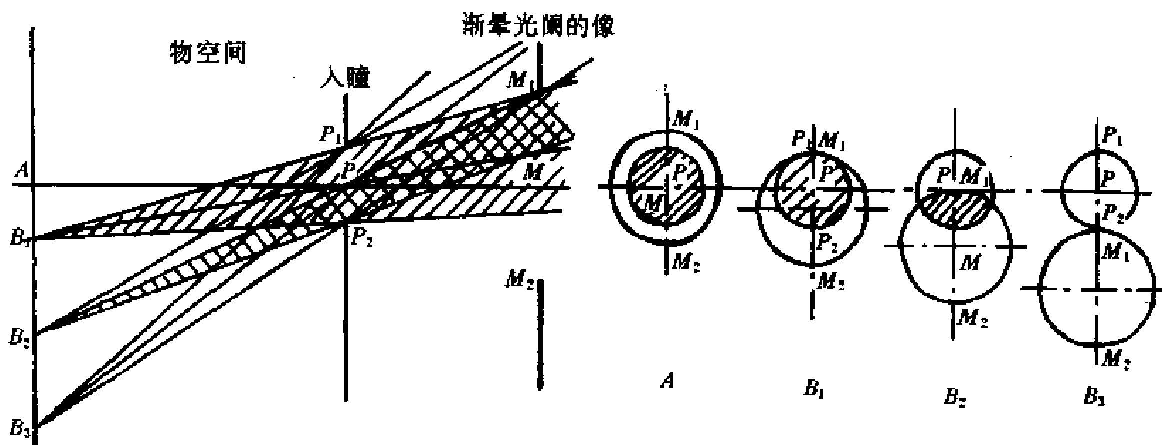


图 5-5

一般以渐晕系数来描述光束渐晕的程度，定义为：轴外点能通过光学系统的成像光束在入（出）瞳面上的截面积与入（出）瞳面积之比，称面渐晕系数；也可定义为：轴外点能通过系统成像的子午光束（即含轴面内光束）在入（出）瞳面上的线度与入（出）瞳直径之比，称线渐晕系数。按此，图 5-5 中 B_1 点以内线渐晕系数为 1；由 B_1 点到 B_2 点，线渐晕系数由 1 降到 0.5，B_2 点由入瞳中心 P 和渐晕光阑像的边缘点 M_1 的连线所确定；由 B_2 点到 B_3 点，光束的渐晕更为严重，

线渐晕系数由 0.5 降到 0，B_3 点是可能被成像的最边缘点，由 P_2 和 M_2 的连线所确定。

图 5-5 所示为渐晕光阑对轴外光束单向拦光的情况，相当于孔阑位于光学系统之外。但对于孔阑位于系统内部的系统，可能存在两个渐晕光阑，它们在物空间的像分立于入瞳的两侧，一个拦去光束的下边部分，另一个拦去光束的上边部分。

由于每个光孔均有一定大小，因此在没有视阑的系统中，必存在渐晕光阑；同时，在有视阑的系统中，也可能存在渐晕光阑，原因是我们并不希望把远离孔阑的透镜直径取得太大，更主要的是当视场边缘的物点以与轴上点相同孔径角的光束成像时，光束边缘部分的光线总偏离理想光路较远，像差难以校正。因此常常有意识地减小离孔阑最远的透镜的直径，拦截这些危害像质的光线。拦光通常不超过 50%，实在不得已时，拦掉 70%也是勉强许可的。

§5-4　平面上空间像的不清晰度、景深

我们已对垂轴平面上的物体的成像进行了讨论。属于这一类成像的光学仪器有某些显微镜、照相复制镜头和电影放映机等。此外，还有为数较多的光学仪器要求在某个像平面上给出整个空间或部分空间的像，如照相机、电影摄影机和望远镜等，眼睛也属于这一类。理论上，立体空间经光学系统成像时，只有与像平面共轭的那个平面上的物点能真正成像于该像平面上，其它非共轭平面上的物点在这个像平面上只能得到相应光束的截面，即弥散斑。如图 5-6，空间点 B_1 和 B_2 位于物平面 A 以外，其像 B'_1 和 B'_2 也在像平面 A' 之外，在像平面 A' 上得到的是这两点的成像光束的截面 Z'_1 和 Z'_2，它们分别与物空间中的相应光束在 A 平面上的截面 Z_1 和 Z_2 共轭。如果弥散斑足够小，例如它对眼睛的张角小于眼睛的最小分辨角（约 1 分），眼睛看起来并无不清楚之感。此时，弥散斑 Z'_1 和 Z'_2 可认为是空间点在平面上的像，它们的位置由空间点的主光线和像平面的交点决定。显然，它们的大小与入瞳大小和空间点至共轭平面 A 的距离有关。

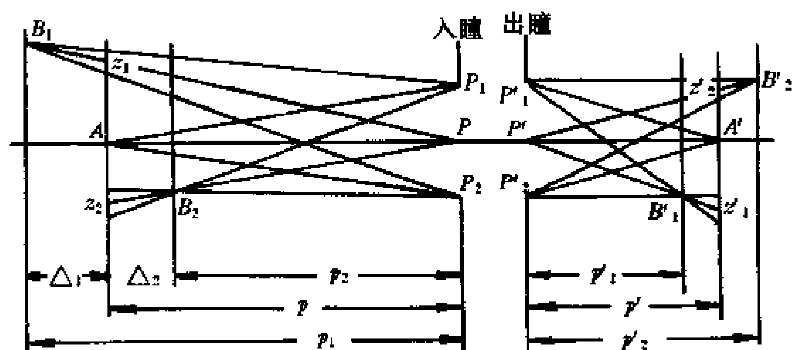


图 5-6

上述平面上空间点的像虽不是真正意义上的像，但从实用观点来看，数学般准确的点像既无必要，也不可能获得。因为任何光能接收器，如眼睛和照相乳胶等都不会没有缺陷。因此，只要我们对这些弥散斑给出一个大小的限制或质量标准，使其不超过光能接收器的分辨能力，这些弥散斑仍可看成是清晰像。光学仪器的性能和应用范围也因此才得以扩大。

能在像平面上获得清晰像的空间深度称为景深。在图 5-6 中，景深就是 $\triangle_1+\triangle_2$。像平面 A' 称景像平面，其共轭平面 A 称对准平面。能在景像平面上呈清晰像的最远平面称为远景，能在景像平面上呈清晰像的最近平面称为近景。根据三角形相似关系，当已知入瞳直径 $2a$ 以及远景平面、近景平面和对准平面到入瞳的距离 P_1，P_2，P 时，即可求出远景和近景平面上物点

的成像光束在对准平面上的截面大小 Z_1 和 Z_2。此二截面被系统成像于景像平面上，成为弥散斑，当小到一定程度时可认为是清晰的像，故对 Z_1 和 Z_2 应有相同的限制。于是可解得远景和近景平面到入瞳的距离分别为

$$P_1=\frac{2aP}{2a-Z},\quad P_2=\frac{2aP}{2a+Z} \tag{5-1}$$

由于 $Z=Z'/\beta$，并将放大率 β 近似地写成 $\beta=f'/P$，于是

$$P_1=\frac{2aPf'}{2af'-PZ'},\quad P_2=\frac{2aPf'}{2af'+PZ'} \tag{5-2}$$

由此，远景和近景到对准平面的距离分别为

$$\triangle_1=P_1-P=\frac{P^2Z'}{2af'-PZ'},\quad \triangle_2=P-P_2=\frac{P^2Z'}{2af'+PZ'} \tag{5-3}$$

$\triangle_1$ 和 $\triangle_2$ 分别称为远景深度和近景深度，二者之和为总的成像空间深度，即景深

$$\triangle=\triangle_1+\triangle_2=\frac{4af'P^2Z'}{4a^2f'^2-P^2Z'^2} \tag{5-4}$$

可见，当景像平面上的弥散斑大小 Z' 规定后，景深与系统的入瞳直径、焦距和对准平面的距离有关。入瞳直径越大，焦距越大，景深越小；拍摄距离越大，景深越大；同时，远景深度 $\triangle_1$ 总要比近景深度 $\triangle_2$ 为大。下面就几种具体情况为例讨论之：

1. 欲使对准平面以后的整个空间深度都能在景像平面上成清晰像：此时 $\triangle_1=\infty$，有 $2af'-PZ'=0$，得对准平面位置 $P=(2a/Z')f'$，近景平面位置 $P_2=af'/Z'=P/2$。若照相物镜的 $f'=50\text{mm}$，$2a=12.5\text{mm}$，并规定 $Z'=0.05\text{mm}$，则有 $P=12.5\text{m}$，$P_2=6.25\text{m}$。即在此种情况下，景深范围是 6.25m～∞。

2. 如果把上例的照相物镜调焦于无穷远，则此时的近景 $P_2=2af'/Z'=12.5\text{m}$，为在 $P\to\infty$ 时的极限。也就是说，此时的景深等于自物镜前 12.5 米的平面起到无穷远。与第一种情况相比，景深减小。因此，把物镜调焦于无穷远是不利的。

3. 若调焦物镜使对准平面位于 $P=5\text{m}$ 处，可得近景和远景的深度和位置分别为 $\triangle_2=1.428\text{m}$，$P_2=3.572\text{m}$，$\triangle_1=3.333\text{m}$，$P_1=8.333\text{m}$，景深 $\triangle=4.76\text{m}$，即自物镜前 3.57m 至 8.33m 止均为成像清晰的范围。

§5-5 远心光学系统

有相当一部分光学仪器是用于测量物体长度的，如工具显微镜、投影仪等计量仪器。其原理是在物镜的实像平面上置一刻有标尺的透明分划板，标尺的格值已考虑了物镜的放大率。当被测物体成像于分划板平面上时，按刻尺读得的物体像的长度即为物体的长度。使用时应保证标尺分划板与物镜之间的距离固定不变，以确保按设计规定的物镜的放大率为常值。同时通过调焦（整体移动光学系统或移动工作台）使被测物体的像重合于分划板的刻尺平面，以免产生测量误差。但由于存在景深，很难精确调焦到物体的像与分划平面重合，这就难免要产生误差。若能将物 B_1B_2 调焦到正确位置 A_1，将测得物体的精确长度为 M_1M_2 如图 5-7 所示。而当调焦不准，例如在位置 A_1 之前 A_2 时，其像应在刻尺之后而不与之重合。此时，像点 B'_1、B'_2 的成像光束在刻尺面上将截得对应的弥散斑，实际读得的长度是像点 B'_1、B'_2 的主光线与刻尺面的交点间距离 N_1N_2，显然它比 M_1M_2 略长。反之，当调焦于正确位置之后时，所测长度偏短。像面与分划刻线面不重合的现象称为视差，视差越大，光束与光轴的倾斜角越大，测量误差也越大。

如果给主光线的方向以适当的控制，就可以消除或减小这种由于视差而引起的测量误差。

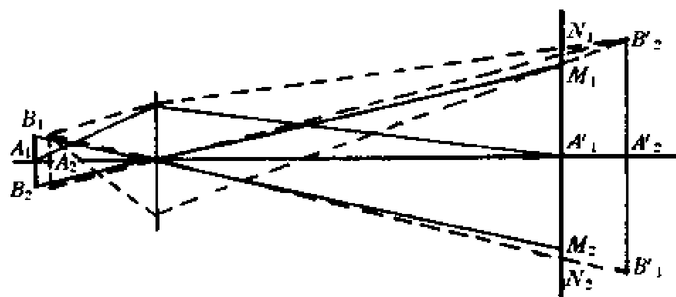


图 5-7

这只要把孔阑设置在物镜的像方焦面上即可。显然，它也是物镜的出射光瞳，如图 5-8 所示。此时，物面上各点的成像光束经物镜后，其主光线都通过像方焦点。相应地，物方主光线均平行于光轴。如果调焦准确，自然获得精确长度 M_1M_2；如果由于调焦不准，物体不在位置 A_1 而在 A_2，它的像 $B'_1B'_2$ 将偏离于刻尺，在刻尺平面上得到的是一投影像斑。但由于物体上同一物点的成像光束的主光线并不随物体位置而变，过投影像斑中心的主光线仍然通过 M_1 和 M_2，读出的长度仍为 M_1M_2。这就是说，上述调焦不准并不影响测量结果。这种光学系统，因为物方主光线平行于光轴，相当于其会聚中心在物方无穷远，故称为物方远心光路。

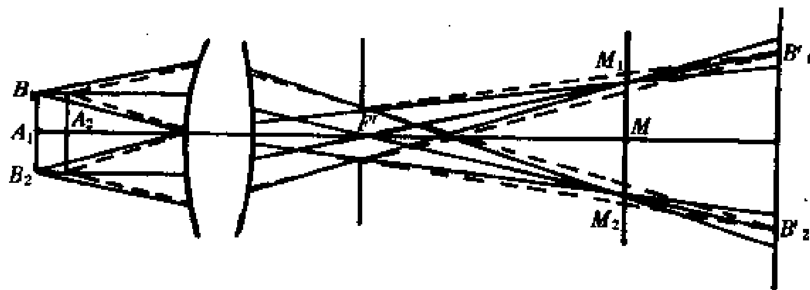


图 5-8

也有把孔阑设置在物方焦平面上的光学系统，如大地测量仪器。这类仪器是通过测量已知物（如远处的标尺）的像高，求得放大率，从而得出物距的。因此标尺不动，分划板相对于物镜将有移动，同样存在视差导致的测量误差。为消除或减小视差的影响，宜将孔阑设置于物方焦平面上，使像方主光线平行于光轴。这种光学系统称为像方远心光学系统。读者可参照图 5-8 画出像方远心光学系统的光路图。

习　题

1. 已知照相机物镜的焦距为 50mm，相对孔径 $D/f'=1:2.8$，底片尺寸为 $24\times36\text{mm}^2$，求最大的入瞳直径和视场角。若选用 $f'=28\text{mm}$ 的广角镜头和 $f'=75\text{mm}$ 的远摄镜头，其视场角分别为多少？

2. 有一 $f'=140\text{mm}$ 的薄透镜组，通光直径为 40mm，在镜组前 50mm 处有一直径为 30mm 的圆形光孔。问实物处于什么范围时，光孔为入射光瞳？处于什么范围时，镜组本身为入射光瞳？处于无穷远物体，镜组无渐晕成像的视场角和渐晕一半时的视场角各为多少？

3. 有一焦距为 50mm 的放大镜，直径 $D=40\text{mm}$，人眼（指瞳孔）离放大镜 20mm 来观看位于物方焦平面上的物体，瞳孔直径为 4mm。(1)问此系统中，何者为孔径光阑？何者为渐晕光阑？并求入瞳、出瞳和渐晕光阑在物方、像方的像的位置和大小。(2)求能看到半渐晕时的视场

范围。

4. 一个 20 倍的望远镜，视场角 $2W=3.2°$，物镜的焦距 $f_o=50$cm，直径 $D_o=6.25$cm，为系统的入射光瞳。在物镜与目镜的公共焦面上设有视场光阑。设目镜为单个正薄透镜组，求(1)整个系统的出瞳位置和大小；(2)视场光阑的直径；(3)望远镜的像方视场角 $2W'$。

5. 有一 4 倍的伽利略望远镜(目镜焦距为负的望远镜)，物镜的焦距 $f_o=160$mm，直径 $D_o=40$mm；眼瞳在目镜后 10mm，直径为 5mm，是系统的出射光瞳，目镜的直径为 10mm。求：(1) 确定何者为系统的渐晕光阑？并求它在物空间和像空间的像的位置和大小；(2)无渐晕时的视场角为多少？(3)半渐晕时的视场角为多少？

6. 试据理说明全对称光学系统(即孔径光阑居中，在其前后的透镜两两相同，且朝向对称于光阑面)中：(1)入射光瞳和出射光瞳分别与物方主面和像方主面重合；(2)像方视场角 $2W'$ 与物方视场角 $2W$ 相同；(3)相当于其半部加一位于孔阑平面上的平面镜的折反射系统。

7. 采用变焦距照相物镜，以 150mm 的焦距值，分别在相对孔径为 1/4、1/5.6、1/8 和 1/11 的情况下拍照时，若眼睛在相距景像平面为 $D=f'$ 的距离观察底片，并设眼睛的分辨角为 1.5′，问：(1)当要求对准平面以远的整个空间成像清晰时，对准平面和近景平面应位于何处？(2)当把对准平面设定在无穷远时，近景平面位于何处？(3)当对准平面在 3m 远时，求远景平面、近景平面的位置及景深。

8. 用焦距为 75mm 的照相物镜在 1/8 相对孔径下拍照，要求对准平面以远的整个空间成像清晰，并且要将底片放大成 50 倍的照片供观察者在 10m 远处观看(设人眼的分辨角为 1.5′)，求对准平面和近景平面的位置。

第六章　光能及其计算

光学系统作为成像工具，用几何光线的概念来研究其成像规律已经足够。这里，几何光线是携带光能的载体，只有携带了足够的光能，所成的像才能有一定的光度水准，才能被接收器所感受。因此，尽管几何光学不涉及能量问题，但若不知道光能经光学系统的传播问题，对各种光学仪器的了解就太不完整了。基于上述目的，本章将对与光学系统有关的光能问题作一简要的讨论。

§6-1　辐射能通量、光通量

光束是能量的载体。置一块涂黑的光屏于光路中，经一定时间后就会变热。此热能就是由能量受体所吸收的辐射能转变而来。变热的程度除与入射的辐射能数量有关以外，还与能量受体对辐射能的吸收程度有关。某一瞬间通过某一面积的全部辐射能与通过时间的比值称为辐射能通量，其单位为瓦。即

$$W=\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\quad(\mathrm{W})$$

为全面表征辐射能，不仅要知道其功率，还要知道其光谱分布，即辐射能中所包含的各种波长的单色辐射能通量的大小。图6-1表示某辐射体的能量分布曲线。P_λ 是某一波长附近单位波长间隔内所具有的功率，称辐射能通量随波长的分布函数。则在某一微小波长范围 $d\lambda$ 内所包含的辐射能通量

$$dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}=P_\lambda\cdot\mathrm{d}\lambda$$

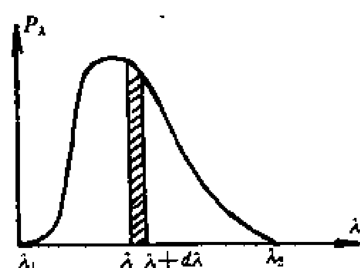


图 6-1

辐射体的总辐射能通量为

$$W=\int_\lambda P_\lambda\cdot d\lambda \tag{6-1}$$

任何能量接收器都只能选择性地接收某一小部分光谱区域内的辐射能，且对该区域内不同波长的辐射，其敏感程度也不同。人眼仅能感受波长从400至760纳米区域的辐射能，故称这一区域的辐射为可见光，这一区域的辐射能称为光能。按辐射能通量所引起的光作用而确定的功率称为光通量，光通量的单位是流明。

人的眼睛具有正确比较二个光刺激的强弱和判断其是否相等的能力，这是光度学的基础。但人眼对不同波长单色光的敏感程度并不一样，即相同功率的不同单色光所引起的光刺激或所相当的光通量是不相同的。经过大量实验确定，人眼对波长为555纳米的黄光最为敏感。如果在单位波长内 P_λ 瓦的辐射能通量相当于 Φ_λ 流明的光通量，则其比值

$$K_\lambda=\frac{\Phi_\lambda}{P_\lambda} \tag{6-2}$$

可表示1瓦单色辐射能通量所相当的流明数。显然，波长为555纳米的黄光的这一数值 K_{555} 为最大。任一其它波长的单色光的 K_λ 值与 K_{555} 之比表征了人眼对该单色辐射的相对灵敏度，称为光谱光视效率或视见函数，以 $V(\lambda)$ 表示，即

$$V(\lambda)=\frac{K_\lambda}{K_{555}} \tag{6-3}$$

各种波长单色光的光谱光视效率值是在大量实验的基础上，由国际照明委员会 CIE 所确定的，列于表 6-1 中。相应的 $V(\lambda)$ 曲线即人眼的光谱灵敏度曲线如图 6-2 所示。

表 6-1　光谱光视效率 V_λ 值(眼睛的光谱灵敏度)

光的颜色	波长(nm)	V_λ	光的颜色	波长(nm)	V_λ
紫	400	0.0004	黄	580	0.870
	410	0.0012		590	0.757
	420	0.0040	橙	600	0.631
	430	0.0116		610	0.503
蓝	440	0.023		620	0.381
	450	0.038		630	0.265
青	460	0.060		640	0.175
	470	0.091		650	0.107
	480	0.139	红	660	0.061
	490	0.208		670	0.032
绿	500	0.323		680	0.017
	510	0.503		690	0.008
	520	0.710		700	0.0041
	530	0.862		710	0.0021
黄	540	0.954		720	0.00105
	550	0.995		730	0.00052
	555	1.000		740	0.00025
	560	0.995		750	0.00012
	570	0.952		760	0.00006

有了光谱光视效率的概念和数值后，就能对光通量作数量上的描写。在狭窄的波长间隔内，有

$$d\Phi=V_\lambda P_\lambda\cdot d\lambda$$

总光通量为

$$\Phi=\int V_\lambda P_\lambda d\lambda \tag{6-4}$$

此式给出的光通量单位为瓦，若将其表示成流明，应有

$$\Phi=K_{555}\int V_\lambda P_\lambda d\lambda \quad (\mathrm{lm}) \tag{6-5}$$

一个辐射体或光源发出的总光通量与总辐射能通量之比 η 称为光源的发光效率，即

$$\eta=\frac{\Phi}{W} \tag{6-6}$$

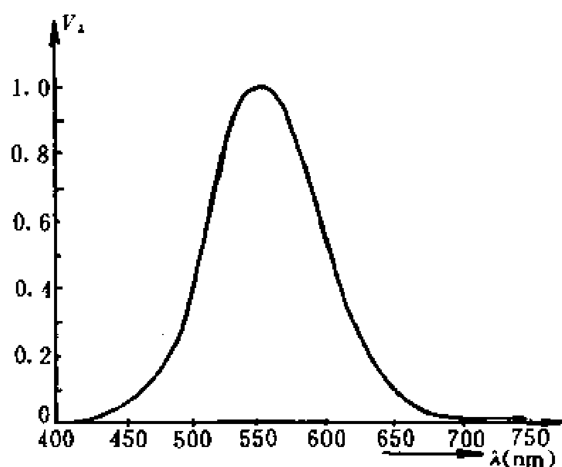


图 6-2

它表示每瓦辐射能通量所产生的光通量。由于 P_λ 和 V_λ 难以用具体的函数形式表示，使(6-1)和(6-5)式积分发生困难，故实际上，对于用电能点燃的光源，都用每瓦耗电功率所产生的流明数作为其发光效率。例如一个 100W 的钨丝灯泡所发出的总光通量为 1400lm，则其发光效率为 14lm/W。表 6-2 列出了一些光源的发光效率。

表 6-2　常用光源的发光效率(lm/w)

光源名称	钨丝灯	卤素钨灯	萤光灯	氙　灯	碳弧灯	钠光灯	高压汞灯	镝灯
发光效率	10—20	—30	30—60	40—60	40—60	—60	60—70	—80

§6-2　发光强度、光照度、光出射度和光亮度

一、发光强度

图 6-3 所示的点光源 C 向各个方向发出光能。在某一方向上划出一个微小的立体角 $d\omega$，则在此立体角限定的范围内光源发出的光通量 $d\Phi$ 与 $d\omega$ 的比值称为点光源在该方向上的发光强度，即

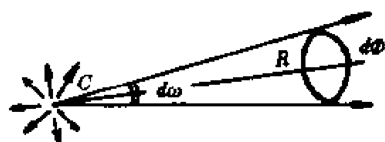


图 6-3

$$I=\frac{d\Phi}{d\omega} \tag{6-7}$$

对于均匀发光的光源，其 $I=I_0$ 为常数，此时有

$$I_0=\frac{\Phi}{\omega} \tag{6-8}$$

由于点光源周围整个空间的总立体角为 4π，故这种点光源向四周发出的总光通量为

$$\Phi=4\pi I_0 \tag{6-9}$$

对于发光强度随方向而变的光源，其在各方向发出的光通量各不一样，故 $\Phi/4\pi$ 只是其平均发光强度。如果我们把图 6-4 所示的坐标系中位于原点的点光源在由 i 和 φ 角所决定的方向上的发光强度表示为 $I(\varphi,i)$，并写出立体角的微分 $d\omega$ 的表达式为

$$d\omega=\sin i\cdot di\cdot d\varphi \tag{6-10}$$

则对 $d\Phi$ 在整个空间积分即可求出该点光源发出的总光通量。

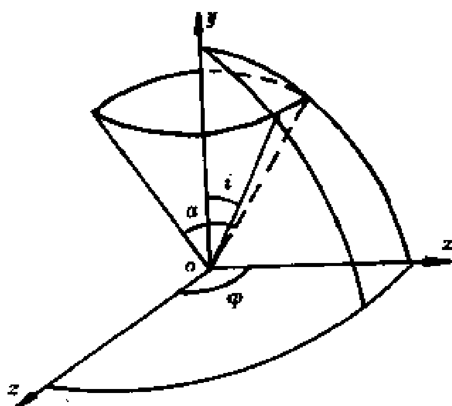


图 6-4

实际中，常需要求出各向均匀发光的点光源在锥角为 α 的锥体内发出的光通量。若锥体的轴线与 y 轴重合，且点光源位于光学系统的光轴上，则其对入瞳的张角 $2U$ 即为图 6-4 中的锥角 α，据此可求得光源发出能进入光学系统的光通量为

$$\Phi=4\pi I_0\cdot\sin^2\frac{U}{2} \tag{6-11}$$

光源发出的全部光通量不可能被任何光学系统增大，但光学系统可改变光通量的分布，以使它集中于某一方向上。探照灯的作用就是如此，它能使沿轴线方向的发光强度比光源的原有平均发光强度增大上千倍。普通的照明灯泡或光源，如果配以适当的反光灯罩，也能使更多的光通量射向欲照明的范围，以提高照明效果。

发光强度的单位被国际照明委员会规定为光度学的基本单位，这是因为表征一定发光强度的标准光源或标准具容易复制，且具有较好的客观性和较高的准确性之故。当然，发光强度的单位在历史上有一个不断演变和发展的过程。现在使用的定义是 1979 年第十六届国际度量衡会议规定的，即 1 坎德拉是光源在给定方向上，在每球面度立体角内发出 1/683＝0.00146 瓦频率为 540×10^{12} 赫兹的单色辐射(即波长为 555 纳米的单色光) 能通量时的发光强度。

光通量的单位是流明，国际单位符号为 lm。1 流明等于发光强度为 1cd（坎德拉）的均匀发光点光源在 1 球面度立体角内所发出的光通量。即

$$1\text{lm}=1\text{cd}\cdot\text{sr}$$

二、光照度

当光源发出的光通量投射到某一表面时，该表面被照明。在某一微小面积 dS 上投射的光通量 $d\Phi$ 与该小面积的比值 E 称为该小面积上的光照度，即

$$E=\frac{d\Phi}{dS} \tag{6-12}$$

显然，光照度表征了受照面被照明的亮暗程度。如果光通量是均匀射入受照表面的，则有

$$E=\frac{\Phi}{S} \tag{6-13}$$

光照度的单位是勒克斯，国际单位符号为 lx。1 勒克斯等于 1 流明的光通量均匀地照射在 1 平方米的面积上所产生的照度，即

$$1\text{lx}=1\text{lm}/\text{m}^2=1\text{cd}\cdot\text{sr}/\text{m}^2$$

按此，如果在 1 米半径的圆球球心上放一发光强度为 1 坎德拉的点光源，则在球面上产生的光照度正好是 1 勒克斯。

下面计算由点光源直接照射某一面积时，在该面积上所获得的光照度。如图 6-5，发光强度为 I 的点光源 C 照明相距 R 处的面积 dS 时，该面积对点光源所张的立体角是

$$d\omega=\frac{dS_n}{R^2}=\frac{dS\cdot\cos i}{R^2}$$

点光源在此立体角内发出的光通量为 $d\Phi=Id\omega$，得 dS 上的光照度为

$$E=\frac{I\cdot\cos i}{R^2} \tag{6-14}$$

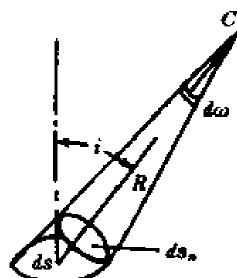


图 6-5

可见，由点光源直接照射到某一面积所产生的光照度与光源的发光强度成正比，与光源到受照面积的距离平方成反比，并且还与照射方向有关，垂直照明时所得的光照度最大。

三、光出射度

某一发光表面上微小面积范围内所发出的光通量与这一面积之比称为这一微小面积上的光出射度，即

$$M=\frac{d\Phi}{dS} \tag{6-15}$$

若为均匀发光表面，且在 2π 立体角内发出的光通量为 Φ，则

$$M=\frac{\Phi}{S} \tag{6-16}$$

可见，光出射度与光照度有相同的形式。这表示两者有相同的含义，其差别仅在于光照度公式中的 Φ 是表面接收的光通量，而光出射度公式中的 Φ 是从表面发出的光通量。因此，光出射度的单位和光照度的单位一样，也是勒克斯。

除了自身发光的光源以外，被照明的表面也能反射或散射出入射于其上的光通量，称二次光源。二次光源的光出射度与受照后的光照度和表面的反射率有关，可表示为

$$M=\rho E \tag{6-17}$$

大多数物体对光的反射具有选择性，即对不同的色光具有不同的反射率。当白光入射于其上时，反射光的光谱组成与白光不同，从而引起颜色的感觉。有一类物体在可见光谱中对于所

有波长的 ρ 值相同且接近于 1，这种物体称为白体，如氧化镁、硫酸钡或涂有这种物质的表面，其反射率达 95%。反之，对于所有波长 ρ 值皆同，但接近于 0 的物体称为黑体，例如炭黑和黑色的毛糙表面，其反射率仅 0.01。当白体和黑体得到相同的光照度时，前者的光出射度要比后者大九十几倍。

有的书上也将光照度和光出射度统称为光通量(面)密度。

四、光源和光束的光亮度

一个有限面积的光源，尽管在某一方向的发光强度与另一点光源在相同方向的发光强度相同，但看起来会觉得点光源更亮些。这表明仅用发光强度来表征有限面积光源的发光特性是不全面的。

如果在光源表面上划出一元面积 dS，如图 6-6，那么在与法线 N 成 i 角的方向上，由元面积 dS 和受照小面积所限定的范围内，从该元面积所发出的光通量应与立体角 $d\omega$ 和元面积在垂直于光束轴线的平面上的投影 dS_n 成比例。用 L_i 表示比例系数，则称此比例系数为光源在与法线成 i 角方向上的光亮度，即

$$d\Phi = L_i \cdot \cos i \cdot dS \cdot d\omega \tag{6-18}$$

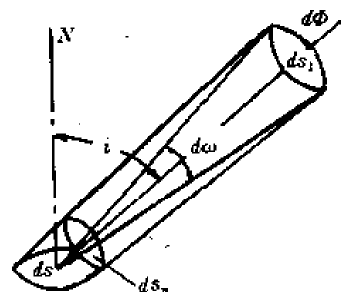


图 6-6

光亮度用 L 表示，单位是尼特，国际单位符号是 nt。1 尼特等于 1 平方米均匀发光表面在其法线方向的发光强度为 1 坎德拉时的光亮度，即

$$1\text{nt} = 1\text{cd/m}^2$$

光亮度的另一种单位是熙提，单位符号是 sb，它是 1 平方厘米的均匀发光表面在其法线方向发出 1 坎德拉发光强度时的光亮度，即 1 熙提＝1 坎德拉/1 平方厘米。故有 1sb＝10000nt。

一般光源的光亮度在不同辐射方向上有不同的值。也有一些光源，其光亮度不随方向而异。这种光亮度为常数的光源或辐射体称为朗伯光源或余弦辐射体。一般的漫射表面，如磨砂玻璃等漫透射表面和涂有氧化镁或硫酸钡的漫反射面等，经光源照明以后，其漫透射光和漫反射光都近似地具有这种特性，是常被采用的朗伯光源。

光源的光亮度与光出射度之间有一定关系。为求得此种关系，先求出光源在 2π 立体角范围内发出的总光通量。设光源为余弦辐射体，则对式(6-18)在 2π 立体角内作定积分得此光通量为

$$\Phi = \pi L \cdot dS \tag{6-19}$$

将此式代入光出射度的公式(6-16)，得

$$M = \pi L \tag{6-20}$$

由此可见，光亮度为常数的光源，其光出射度为光亮度的 π 倍。

对于不是本身发光的二次光源，其光亮度可按上式和(6-17)式表示为

$$L = \frac{\rho E}{\pi} \tag{6-21}$$

对于受其它光源照明以后依靠散射发光的表面亮度，用亚波熙提为单位。1 亚波熙提等于光照度为 1 勒克斯的理想漫反射面所产生的光亮度。因系理想漫反射面，反射率 $\rho=1$，照度为 1 勒克斯，则 1 平方厘米面积反射出来的光通量为

$$\Phi = MS = 1\text{lm} \cdot 1\text{cm}^2/\text{m}^2 = 10^{-4}\text{lm}$$

故该面积的亮度为

$$L=M/\pi=\Phi/(S\pi)=10^{-4}/\pi=0.0000318\text{lm/cm}^2\cdot\text{sr}$$

显然以上光亮度的单位为熙提，同时根据上面对散射发光表面光亮度的定义，它又应为亚波熙提，故

$$1\text{asb}=0.0000318\text{sb}$$

表 6-3 列出了一些情况下所达到或所需要的光照度，表 6-4 列出了一些光源所具有的光亮度值。读者如需了解其它光源或这些光源的其他参数，请参阅参考文献[2]。表 6-5 是上述诸物理量的单位及其换算关系。

表 6-3　有关情况时的光照度(勒克斯)

晚间无月光的光照度	3×10^{-4}	读书必需的光照度	50
月光下的光照度	0.2	精细工作时所需的光照度	100～200
明朗夏天室内的光照度	100～500	摄影棚内所需的光照度	10,000
没有阳光时室外的光照度	1000～10000	判别方向必需的光照度	1
阳光直射时室外的光照度	100,000	眼睛能感受的最低光照度	1×10^{-9}

表 6-4　一些光源所具有的光亮度(熙提)

地面所见的太阳表面	150,000	乙炔焰	8
月亮表面	0.25	生活照明用白炽钨丝灯	300～1000
晴朗的白天天空	0.3	放映、汽车前灯用钨丝灯	1000～2000
日光照射下的纸面	2.5	卤素钨丝灯	3000
放射磷光的表面	6×10^{-5}	碳弧灯	100,000
没有月亮的夜空	10^{-8}	低压汞灯	2～3
烛焰	0.5	超高压球形汞灯	120,000
煤油灯焰	1.5	氖气灯	0.1

表 6-5　光度学中诸物理量的单位及其关系

物理量	法定计量单位		非法定计量单位		单位换算
	单位名称	单位符号	单位名称	单位符号	
发光强度	坎德拉	cd			
光通量	流明	lm			$1\text{lm}=1\text{cd}\cdot\text{sr}$
光照度	勒克斯	lx			$1\text{lx}=1\text{lm/m}^2=1\text{cd}\cdot\text{sr/m}^2$
光出射度	(与光照度同)		辐脱	ft	$1\text{ft}=1\text{lm/cm}^2=10^4\text{lx}$
光亮度	尼特	nt			$1\text{nt}=1\text{cd/m}^2$
			熙提	sb	$1\text{sb}=1\text{cd/cm}^2=10^4\text{nt}$
			亚波熙提	asb	$1\text{asb}=3.18\times10^{-5}\text{sb}$

为了了解光能经光学系统的传递，还必须讨论光束的光亮度。

如图 6-7 所示，二个中心相距 R 的元面积 dS_1 和 dS_2 限定了一个范围，从一个元面积上各点发出并射向另一个元面积的光束，在这二个截面之间不会越出这一范围。这种由二个元截面积所限定的光束通道称为元光管。该元截面之一可以是光源的发光表面，也可以是被光源照明的物面；另一个元截面可以是光学系统入瞳面上的元面积。同样，也可以由出瞳面积和像面上的元面积组成一个光管。设二个元截面的光亮度分别为 L_1 和 L_2，则按公式(6-18)可分别写出由 dS_1 射向 dS_2 的光通量 $d\Phi_1$ 和 $d\Phi_2$ 的表达式。因为在此元光管内光线不会越出管外，所以，若

不考虑光在介质中的吸收和散射，应有 $d\Phi_1=d\Phi_2$，据此读者易于导出 $L_1=L_2$ 这就是说，光能在同一均匀介质的光管中传递时，若忽略介质对光的吸收和散射，则在传播途径中的任一截面上，光通量和光亮度均保持不变。这里，L_1 和 L_2 称为光束的光亮度。如果光管的截面之一就是光源的发光表面，则光束的光亮度就等于光源表面的光亮度。

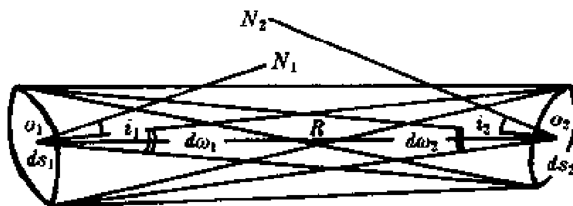


图 6-7

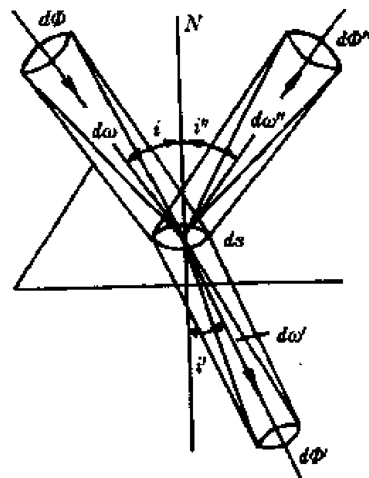


图 6-8

下面讨论光束经二透明介质分界面反射和折射时的光亮度变化。如图 6-8，入射光管的截面之一 dS 在二介质的界面上。通过光管入射的光通量 $d\Phi$ 经界面时，被反射和折射的光通量分别为 $d\Phi''$ 和 $d\Phi'$，并分别构成了反射光管和折射光管。若忽略介质的吸收和散射损失，应有

$$d\Phi=d\Phi''+d\Phi' \tag{6-22}$$

令入射光束、反射光束和折射光束的光亮度分别为 L、L'' 和 L'，则按(6-18)式可写出

$$\begin{aligned} d\Phi &= L\cdot dS\cdot \cos i\cdot d\omega \\ d\Phi'' &= L''\cdot dS\cdot \cos i''\cdot d\omega'' \\ d\Phi' &= L'\cdot dS\cdot \cos i'\cdot d\omega' \end{aligned} \tag{6-23}$$

为求知 L''、L' 和 L 的关系，必须知道光管经反射和折射后立体角的变化。根据反射定律和折射定律可导出

$$\begin{aligned} d\omega'' &= d\omega \\ n'^2\cdot \cos i'\cdot d\omega' &= n^2\cdot \cos i\cdot d\omega \end{aligned} \tag{6-24}$$

根据以上关系，由(6-23)式可导出，反射光束的光亮度与入射光束的光亮度之比等于相应的光通量之比。令此比值为 ρ，即

$$\frac{L''}{L}=\frac{d\Phi''}{d\Phi}=\rho \tag{6-25}$$

其中 ρ 称为反射率，表示光传播到二透明介质分界面上时，有多少光能从界面反射掉，也可作为光束在界面折射时光亮度损失的度量。反射率可根据费涅尔公式计算，由物理光学知

$$\rho=\frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}+\frac{\mathrm{tg}^2(i-i')}{\mathrm{tg}^2(i+i')}\right] \tag{6-26}$$

由于反射的存在，折射入第二介质的光通量相应地减少，根据公式(6-22)应有

$$d\Phi'=d\Phi-d\Phi''=(1-\rho)d\Phi \tag{6-27}$$

根据式(6-23)并结合式(6-24)可得

$$L'=(1-\rho)L\cdot n'^2/n^2 \tag{6-28}$$

可见，折射光束的光亮度 L' 除因反射而损失了 ρL 之外，还与界面两边介质的折射率有关。对

于在同一介质，一般是空气中的光学系统或光通过某光学零件时，该折射率因子将不存在。

§6-3 光学系统光能损失的计算

光能经光学系统传递时，不可避免地将发生光能损失。光在折射面上折射时总伴随着少量反射损失，在镀金属的反射面上也不可能全部反射，光经介质传播时还有吸收存在，这是三种主要的光能损失因素。此外，光学材料内部的气泡、杂质和局部混浊等将导致光的散射；光学零件表面磨光不良和疵病会造成光的漫反射和漫折射。这不仅将再损失些许光能，还会形成杂散光而严重影响光学系统的像质。为此，必须对光学零件的材料和表面加工质量提出严格要求。

折射时光能的反射损失，可按上节的公式(6-26)计算。从该式可见，反射率 ρ 是折射面两边介质的折射率和入射角的函数。计算表明，在入射角小于 30°时，反射率与入射角为 0°时的数值基本相同，小于 45°时也相差不多，而当入射角继续增大时，ρ 值就很快增加，这一点读者很容易通过计算和作图来验证。实际上，光束经光学系统传递时，光线在每一面上的入射角很少会超过 45°，故公式(6-26)可以用小角，即 $i=0$ 的简单形式来表示。此时有

$$\rho=\left(\frac{n'-n}{n'+n}\right)^2 \tag{6-29}$$

可见，反射率和光的行进方向（从空气到玻璃或从玻璃到空气）无关，因此，位于同一介质中的光学零件，其两个折射面的反射率相等，数值大小仅决定于折射面两边的折射率差，相差越大，则 ρ 值越大。例如由空气到玻璃，当 $n'=1.5$ 时，$\rho=0.04$；$n'=1.7$ 时，$\rho=0.067$。图 6-9 所示是光在空气与不同折射率的光学介质分界面上垂直入射时，反射率与折射率的关系曲线。

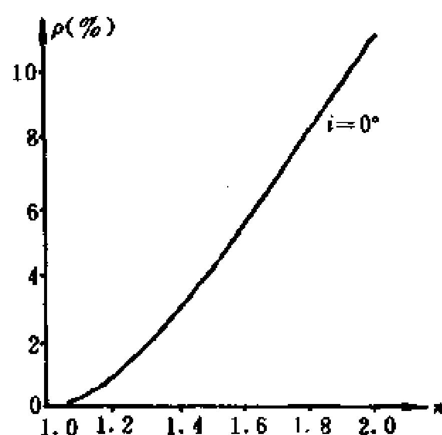


图 6-9

在光学系统中，胶合透镜应用甚多。由于胶合面两边的折射率相差很小，一般不超过 0.2，反射率不超过 0.004，因此反射损失可略去不计。

由于每一与空气接触的折射面上都要反射掉入射光能的 4～7%，故由很多面组成的复杂光学系统，因反射而损失的光能是相当可观的。例如一个具有 10 个与空气接触的折射表面的中等复杂系统，若平均取每面的反射率为 0.05，按(6-28)式，最后自系统出射的光束亮度为

$$L'=\prod(1-\rho_i)L_i=(1-0.05)^{10}L=0.599L$$

即仅反射一项就要损失 40%的光能。

折射时必然伴随的反射损失不仅使出射光束的光亮度受损，而且各面的反射光又将被其前面的折射表面部分地反射。这种表面间偶次反射的光将通过光学系统以杂散光形式散布在像面上，造成一个杂光背景，或者在视场内有一个明亮的目标时，可能在像面上形成一个多次反射的杂光像(称鬼像)。这些都严重危害光学系统的成像质量。因此，尽可能减少折射面上的光的反射，对提高光学系统的性能和质量有重要意义。现今的光学系统，凡与空气接触的折射表面均镀以某种薄膜，称为光学增透，这种薄膜称为减反射膜或增透膜。根据物理光学原理，具有一定折射率和一定厚度(约波长的 1/4)的薄膜，可以使某一波长的反射光强度干涉为零，其它波长反射光的强度也有所减小，从而可大大减少反射损失。经镀单层增透膜的折射表面，其

反射率可降低到 1.5%左右，若镀上多层膜，可使反射率在较宽的波段内降低到 0.4～0.5%以下。

除反射损失外，光经介质传播时的吸收损失也是不能忽略的。如果光束在介质中某一位置时的光亮度为 L_0，它传播了 d 厘米路程后去掉被吸收部分所剩余的亮度可按下式计算：

$$L=L_0\tau^d \tag{6-30}$$

式中 τ 是介质的透过率，表示光亮度为 1 的光束在介质中传播 1 厘米后所得到的光亮度。显然，$1-\tau$ 为介质的吸收率。吸收率的大小与介质本身的性质和光的波长有关，一般用百分数表示。普通的光学玻璃对白光的平均吸收率约为 1%，但强烈地吸收光谱的紫外部分。

知道光学材料的吸收率和光在光学零件中的光路长度后，就能计算因吸收造成的光束光亮度的损失。计算时，光在介质中的光路长度可近似地取各光学零件的沿光轴厚度。

光学系统中的金属层反射面也不能把入射于其上的光能全部反射，是因为它也要吸收光能。金属层反射面的光学特性由其反射率 ρ_r 决定，且随波长而异。在可见光范围内，最常用的是镀银和镀铝面，它们具有较高的反射率。银的反射率高达 95%，但不耐久，铝的反射率约 0.85～0.9，且经久耐用，故更为常用。几种主要金属反射面的反射率参见图 3-37。

为计算光经整个光学系统后的全部损失，需知道该系统中与空气接触的折射面数、光学零件的沿轴厚度、折射率和吸收率。如果折射面镀有增透膜，须知道镀膜以后的实际反射率。系统中如果有反射镜还须知其面数和反射率，但这里不计全反射棱镜反射时的损失。

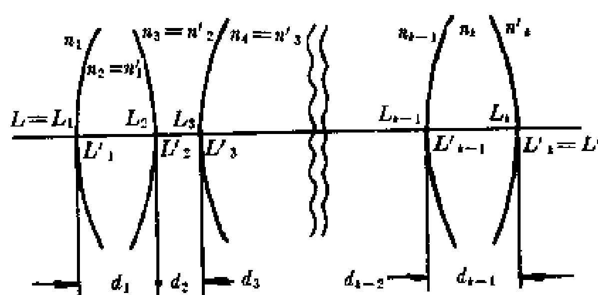


图 6-10

图 6-10 所示是一个光学系统的前几个面和最后几个面，并表示出了光束在各个面前后的光亮度。L_1 是光束进入第一面前的光亮度，因可忽略光在空气中传输时的吸收，它就是光源或物面的初始光亮度 L。L'_k 是光束从最后一面出射时的光亮度，也就是像面的光亮度 L'。由此，可交替地按公式(6-28)和(6-30)写出去掉各折射面上反射损失和各光学零件中吸收损失所剩余的光亮度，最后可得

$$L'=L(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots(1-\rho_k)\tau_1^{d_1}\tau_2^{d_2}\cdots\tau_{k-1}^{d_{k-1}}(n'_k/n_1)^2$$

如果系统中含有 m 个金属层反射面，只要在上式中再乘上因子 ρ_r^m 即可，则有

$$L'=KL(n'_k/n_1)^2 \tag{6-31}$$

式中，K 称为光学系统的透过率，表示为

$$K=\rho_r^m\prod(1-\rho_i)\prod\tau_j^{d_j} \tag{6-32}$$

实际上，各种光学玻璃的吸收率相差甚微，可认为相同，其值约为 0.01（对白光的平均值），这样上式可近似写成

$$K=0.99^{\Sigma d}\cdot\rho_r^m\prod(1-\rho_i) \tag{6-33}$$

例如，对于图 6-11 所示的 6×30 双筒棱镜望远镜（6×30 表示放大倍率为 6 倍、物镜通光

直径为 30 毫米)，计算所需要的数据列于下表：

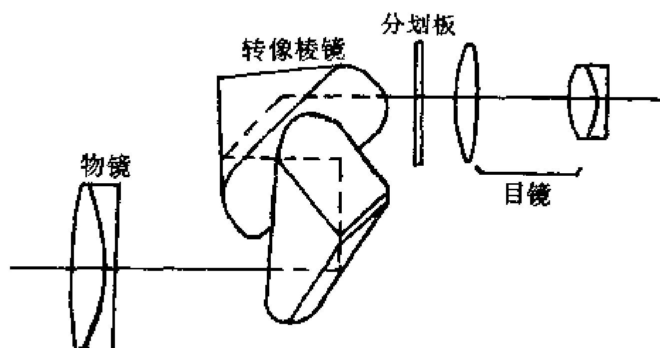


图 6-11

	沿光轴厚度(cm)	折射率	ρ	$1-\rho$	折射面数
物镜：第一透镜	0.7	1.542	0.045	0.955	1
第二透镜	0.3	1.613	0.055	0.945	1
转像棱镜	8.6	1.569	0.049	0.951	4
分划板	0.3	1.516	0.042	0.958	2
目镜：向场镜	0.45	1.512	0.042	0.958	2
接目镜：透镜 1	0.46	1.574	0.050	0.950	1
透镜 2	0.10	1.613	0.055	0.945	1
	$\Sigma d=10.91$				12

根据表中的数据可算出，光经 12 个与空气接触的折射面时的反射损失为 44.2%、光学零件的吸收损失为 10.4%，出射光束的光亮度为 $L'=0.558\times0.896L=0.50L$。若各折射面镀增透膜，并设 $\rho=0.01$，可得 $L'=0.794L$。即光亮度损失减小了 21%。实际上，以上所算出的光亮度要比真正的数值略小，这是因为有表面间多次反射的小部分光能以杂散光形式通过系统之故。可见，用镀增透膜来减小折射面的反射损失，不仅能提高光学系统的光效率、对改善成像质量也是很有意义的。

§6-4　通过光学系统的光通量，像的照度

为了计算像的照度，首先须求知通过光学系统的光通量。显然，由物面上同一面元发出能进入系统的光通量随入瞳面积的增大而增大。如图 6-12 所示，设物面上辐射元 dS 是余弦辐射体，其在各个方向的光亮度均为 L，并由入瞳大小决定了光学系统的物方孔径角为 U，则按公式(6-18)在由 $2U$ 决定的立体角上积分，可得由 dS 发出能进入入瞳的全部光通量

$$\Phi=\pi L\cdot\sin^2U\cdot dS \tag{6-34}$$

物面上的辐射元 dS 被光学系统在像面上成像为 dS'，它与出瞳构成了与图 6-12 完全相对应的关系。若出射光束的光亮度为 L'，则自出瞳射向像元 dS' 上的光通量

$$\Phi'=\pi L'\cdot\sin^2U'\cdot dS' \tag{6-35}$$

将公式(6-31)中的 L' 代入上式，可得

$$\Phi'=\pi KL\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2\cdot\sin^2U'dS' \tag{6-36}$$

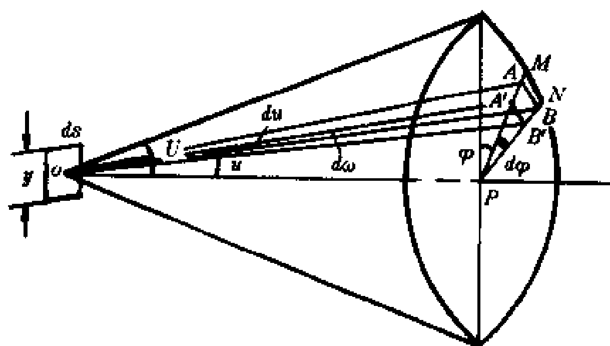


图 6-12

上式中的透过率 K 同样可用来表征光通量经光学系统的传递，但比较光亮度和光通量传递的原始公式(6-28)和(6-27)可知，在光通量的传递中是没有折射率因子的，即

$$\Phi' = K\Phi \tag{6-37}$$

因而可用 Φ 和 K 表示 Φ'，即

$$\Phi' = \pi KL \cdot \sin^2 U \cdot dS \tag{6-38}$$

因此像元 dS' 上的光照度为

$$E = \frac{\Phi'}{dS'} = \pi KL\left(\frac{n'_k}{n_1}\right)^2 \cdot \sin^2 U' \tag{6-39}$$

或利用公式(6-38)，并将 dS/dS' 用系统的横向放大率来表示，则有

$$E = \pi KL \cdot \sin^2 U \cdot \frac{1}{\beta^2} \tag{6-40}$$

可见，像面上轴上点处小面积的光照度与孔径角正弦的平方成正比，与放大率的平方成反比。

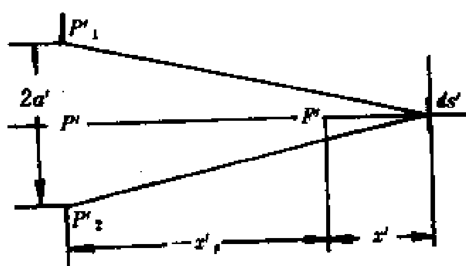


图 6-13

下面把一般形式的像的光照度公式表示成适用于摄影系统的实用形式。如图 6-13，$P_1'P'P_2'$ 是系统的出瞳，直径为 $2a'$。像面和出瞳平面相对于像方焦点的距离，以惯用的符号 x' 和 x_p' 表示，则光照度计算公式(6-39)中的 $\sin U'$ 可近似地表示为

$$\sin U' = \frac{a'}{x' - x'_p}$$

将上式中各量分别用 a，β_p，β 和系统的焦距 f' 表示，代入(6-39)式，并设系统位于空气中，可得

$$E = \frac{\pi KL}{4}\left(\frac{2a}{f'}\right)^2 \frac{\beta_p^2}{(\beta_p - \beta)^2} \tag{6-41}$$

式中，入瞳直径与焦距之比 $2a/f'$ 称为相对孔径，它是摄影系统的一个重要性能参数。

由(6-41)式可见，像的光照度除与相对孔径的平方成比例以外，还与物体的位置有关。当物面位于无穷远时，因 $\beta=0$，于是有

$$E = \frac{1}{4}\pi KL\left(\frac{2a}{f'}\right)^2 \tag{6-42}$$

而当物面位于有限距离时，因成实像，$\beta<0$，而 $\beta_p>0$，则(6-41)式中的 $\beta_p/(\beta_p-\beta)<1$，因此像的照度要较物在无穷远时有所降低。对于某些照相复制镜头，一般具有对称型结构，有 $\beta_p=1$，当用它来作 1∶1 的图像复制时，像的光照度仅为 $\beta=0$ 时的四分之一。

以上所讨论的，只是像面中心处很小面积上的光照度。对于轴外点的像，由于其成像光束

的孔径角较轴上点小，其光照度要有所降低。读者可根据图 6-14 推演出轴外点孔径角 U'_W 和 U' 的关系；推导时假设 U'_W 和 U' 相对较小，其余弦近似相等。结果可导出

$$\sin U'_W = \sin U' \cdot \cos^2 W'$$

将其代入公式(6-39)可得

$$E'_W = E \cdot \cos^4 W' \qquad (6\text{-}43)$$

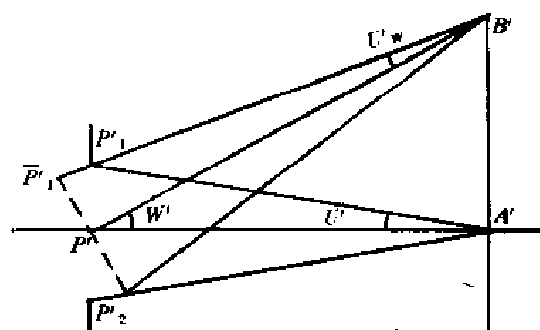


图 6-14

可见，轴外像点的光照度随视场角余弦的四次方而降低。但必须指出，上式只当出瞳处无像差和系统无轴外光束渐晕时才适用。下表列出了不同像方视场角时的像点光照度与轴上点光照度的比值：

W'	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$E_w/E=\cos^4 W'$	1.00	0.941	0.780	0.562	0.344	0.171	0.0625

从表可见，一般视场较小的光学系统，视场边缘光照度的减弱是微不足道的，可认为整个视场内照度均匀。摄影物镜的视场一般较大，当 $2W'$ 不超过 60°时，视场边缘的照度约为中心照度的 56%，还不会引起摄影胶片感光的明显不均匀。但对于广角和特广角的摄影物镜，其像方视场角可大至 120°，此时，视场边缘点的光照度仅为中心的 6.25%，这样悬殊的照度差别，必将引起胶片上感光的严重不均匀，是不能允许的，须采取其它办法解决之。

如果轴外点的成像光束有渐晕，轴外像点的光照度将减弱得更为严重。若已知系统的面渐晕系数 K，则轴外点的光照度应为

$$E_W = K \cdot E \cdot \cos^4 W' \qquad (6\text{-}44)$$

这里 K 是上一章所讨论的几何渐晕系数，其值恒小于 1。

习　题

1. 有一钨丝白炽灯，其各方向的平均发光强度正好与灯泡的功率(瓦数)相同，问该灯泡每瓦电功率的发光效率为多少？

2. 一个 $3\times4\text{m}^2$ 的房间被一挂在房顶天花板中间的 100W 吊灯(相当于 100cd 的发光强度)所照明。灯泡离地板的高度为 2.5m，求灯下地板上和房间角落地板上的照度。

3. 与一平面镜相距 2.5m 处有一与之平行的屏幕，其间距平面镜 0.5m 处有一发光强度为 20cd 的均匀发光点光源，设平面镜的反射率为 0.9，求屏幕上与法线交点处的照度。

4. 拍照时，为获得底片的适度曝光，根据电子测光系统指示，在取曝光时间为 1/125s 时，光圈数(即相对孔径的倒数)应为 8。现在为了拍摄快速运动目标，需将曝光时间缩短为 1/500s，问光圈数应改为多少？反之，希望拍照时有较大的景深，需将光圈数改为 11，问曝光时间应为多少？

5. 有二个发光强度不同的点光源分立在光具座的二端，相距 2 米。当光屏位于距亮光源 1.4m 时，正好二光源在屏的二边产生相同的照度。现在于亮光源之前放一中性滤光片，正好使在相反位置(即离较暗光源 1.4m)时的光屏上具有相同的照度。求所加滤光片的透过率。

6. 有一发光强度为 15cd 的点光源，位于透镜前 60mm 处的光轴上，其发出的光束被透镜会聚于镜后 120mm 处，透镜的通光直径为 42mm，求在像方离透镜 60mm 和 135mm 处的垂轴光屏上，与光束所截面积内的照度。若将透镜拿去，问该点光源直接在上述二个位置的光屏上，于相应的截面积内所产生的照度是多少？

7. 在一个仪器的照明系统中，光源为 6V25W 的仪器用钨丝灯泡，发光效率为 14lm/W，设其为在光轴上的均匀发光的点光源，且对聚光镜所张的孔径角为 $U=30°$。求灯泡发出的总光通量以及能进入聚光镜的光通量。

8. 有一张 $13\times18.5\text{cm}^2$ 的白纸被一光源照明，纸的反射系数为 0.75，由光源射到该纸面上的光通量为 5lm，问该纸面作为二次光源，其亮度为多少？

9. 一个光学系统，对 100 倍焦距处的物面成一缩小到 1/50 倍的像，物方孔径角为 $\sin U\approx u=0.005$，物面的照度为 1000lx，反射系数为 $\rho=0.75$，系统的透过率为 $K=0.8$，求像面的照度。

10. 一个 0.6328μm 的 3mW 氦氖激光器，其放电毛细管直径为 1mm(即发光圆面积直径)，激光束的发散角为 1mrad。问此激光器发出的光通量和亮度各为多少？

11. 对远物摄影时，要求曝光量 $Q=Et=0.4\text{lx}\cdot\text{s}$，被摄物体的表面亮度为 0.36cd/cm^2，物镜的透过率 $K=0.9$，如取曝光时间为 1/100s，问应选用多大光圈数？设物镜为对称型系统，$\beta_p=1$。

12. 如图 14-76 的放映系统，聚光镜 L_1 紧靠物镜(为一 $24\times36\text{mm}^2$ 的幻灯片)，放映物镜 L_2 把幻灯片成一 50 倍的像于银幕上。光源为 200W 的放映灯泡，发光效率为 15lm/W，灯丝面积为 $1.2\times1.2\text{cm}^2$，可看作是二面发光的余弦辐射体，它被聚光镜成像于放映物镜的入瞳上，并正好充满入瞳，物镜的物方孔径角为 $u=0.25$，整个系统的透过率为 0.6，求像面的照度。

13. 阳光直射时，地面的照度约为 10^5lx，现经一无像差的薄透镜组($f'=100\text{mm}$，$D/f'=1/5$)来聚焦时，所得照度为多少？已知太阳对地面的张角为 32′，光组的透过率为 1。

第七章　光线的光路计算[①]

由第二、三、四章的讨论可知，任何实际光学系统只要在近轴区，就能像理想光学系统那样完善成像。然而，只能对近轴小物体以细光束成像的光学系统并无实用意义，因为恰恰是相对孔径和视场这两个参数与光学系统的功能和使用价值密切相关。实际上，任何光学系统都需根据仪器的要求而具有远超出近轴区范围的孔径和视场，导致产生一系列像差。因此，任何实用的光学系统，都必须经过精细设计，校正其像差以达到良好的成像质量。

在设计光学系统时，为了获得像差的最佳校正和平衡，要不断地修改结构参数，包括表面的曲率半径、间隔和透镜的材料等。每修改一次，都必须计算出有关像差，以便进行综合分析和评价，确定是否需进一步修改及修改方向。所以，设计光学系统需要反复作大量光线的光路计算。通常需作如下四类光线的光路计算：

1. 作近轴光线的光路计算以确定像的理想状态；
2. 作含轴面内光线的光路计算以求得大部分像差；
3. 作沿主光线的细光束像点的计算以求得细光束像差；
4. 作空间光线的光路计算以全面了解系统的像质。

为作各类光线的光路计算，除需给出光学系统的结构参数外，还要知道物体的位置和大小以及孔阑的位置和大小。

不论作哪一类光线的光路计算，其基本方法各自相同，都是对系统的每一面重复进行的。但为了计算各种像差，须选取不同的光线，它们的初始数据各不相同，最后结果也要根据所求像差作相应的处理。

§7-1　近轴光线的计算

计算近轴光线的目的，如果只是为了求知高斯像的位置和大小，以及光学系统的基点位置和焦距，则应用公式(2-11)或(2-12)并辅以过渡公式(2-28)或(2-29)即可。但在光学设计时，通常还要利用近轴光线在各面上的高度和入射角等有关量，来算出各种初级像差及其分布，这就需按公式(2-5)～(2-8)来进行计算，并辅以过渡公式(2-27)和(2-28)。计算的初始数据为 l_1 和 u_1，如光线发自无穷远轴上点，则 $l_1=\infty$，$u_1=0$，此时取 h_1 作为初值。

要计算初级像差，需作两条近轴光线的光路计算，如图 7-1 所示，一条是轴上物点 A 发出、过入瞳边缘的第一近轴光线，其初始数据为：$l_1=l$(物距)，$u_1=\sin U$，当 $l_1=\infty$，$u_1=0$ 时，取 $h_1=a$(入瞳半径)；另一条是物面边缘点 B 发出、过入瞳中心 P 的第二近轴光线，初始数据为：$l_1=l_{p1}$，$u_1=u_{p1}=\sin W$。W 为视场角，有

$$\mathrm{tg}W=y_1/(l_{p1}-l_1) \tag{7-1}$$

若物体在无穷远，视场角是直接给定的。

表 7-1 列出了对第四章所举的双胶合望远镜物镜作第二近轴光线计算的结果。该物镜的

① 本章有关像差的概念请参阅八至十一章。

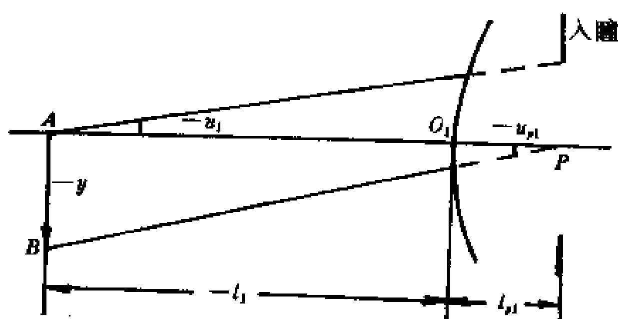


图 7-1

性能参数为：$f'=100$，相对孔径 $2a/f'=1/5$，视场 $2W=6°$。物镜作为入瞳，因此 $l_{p1}=0$，并且按视场角得出 $u_{p1}=\sin(-3°)=-0.052336$，这里负值是习惯上的取法。

表 7-1

$l=0, u=-0.052336$

	1	2	3
l	0	-4	-6.8712
$-\ r$	62.50	-43.65	-124.35
$l-r$	-62.50	39.65	117.4788
$-\ u$	-0.052336		
$\div\ r$			
i	0.052336	0.031352	0.029839
$\times\ n/n'$	1/1.51633	1.51633/1.6727	1.6727/1
i'	0.034515	0.028421	0.049911
$\times\ r$			
$\div u'=u+i-i'$	-0.034515	-0.031584	-0.051657
$l'-r$	-62.50	39.2788	120.1488
$+\ r$			
l'	0	-4.3712	-4.2012
$h=lu=l'u'$	0	0.138060	0.217020
l'	0	-4.3712	-4.2012
$-\ d$	4	2.5	
l	-4	-6.8712	

在遇到 $r=\infty$ 的平面时，可用 $i=-u$ 和 $l'=n'l/n$ 分别代替公式(2-5)和(2-8)。如果遇到平行平板，可以按公式(3-1)求出轴向位移量 $\Delta l'$，然后再过渡到计算表。

由于近轴光路计算公式对 u 角的线性关系，初始数据 u 或 h 的取值并不影响像的位置和大小、以及基点位置和焦距的计算结果。但当要计算初级像差时，u_1 和 u_{p1} 应按要求的孔径和视场来确定。通常要计算边缘孔径和边缘视场的初级像差，故应取全孔径和全视场。

§7-2　子午光线的光路计算

包含物点和光轴的平面称子午面，其上的光线称为子午光线。

光学系统的大部分像差可以由子午光线的光路计算结果求出，因此，必须进行大量的子午光线计算。通常按第二章公式(2-1)～(2-4)进行计算，过渡公式为 $L_{i+1}=L_i'-d_i$ 和 $U_{i+1}=U'_i$，最后的计算结果为 L'_k 和 U'_k。

为计算各种像差，需对从物面中心点和若干个轴外点发出的数量较多的子午光线进行光路计算，它们的初值各不相同。下面分两种情况讨论之。

一、当物在无穷远时

图 7-2 是轴上点 A 和轴外点 B 发出的光线入射于系统第一面时决定其初值的简图。ζ、η 是入瞳面坐标，因系子午光线，故 $\zeta=0$。

因系无穷远点，故轴上点 A 发出的光线需以离光轴的高度 h_1 来确定其初值，即：

$$h_1=\eta=K_\eta\cdot a=K_\eta\cdot\eta_{max} \tag{7-2}$$

式中，η_{max}是坐标 η 的最大值，等于入瞳半径；K_η 称孔径取点系数，由于轴上点发出的光线关于光轴对称，所以只算光轴之上的光线即可，故有 $0<K_\eta\leqslant1$。例如：当 $K_\eta=1$ 时，表示算的是边缘光线；当 $K_\eta=0.707$ 时，算的是 0.707 带光线。

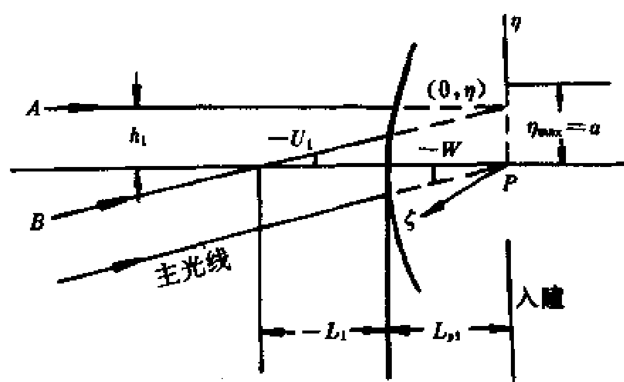


图 7-2

轴外点 B 发出的光线，由图可见，其初值为

$$\left.\begin{aligned} U_1&=K_W\cdot W_{max}=W\\ L_1&=L_{p1}+\frac{\eta}{\mathrm{tg}U_1}=L_{p1}+\frac{K_\eta\cdot\eta_{max}}{\mathrm{tg}U_1}\end{aligned}\right\} \tag{7-3}$$

式中，K_W 是视场取点系数，也满足 $0<K_W\leqslant1$，W 是视场角。对于轴外点光线，一般 U_1 角取负值。如 $K_W=1$，表示算的是光轴以下边缘物点发出的光线；如 $K_W=0.707$，表示光轴以下0.707带视场的光线。必须指出，由于主光线并非轴外点光束的对称轴，对称光线经系统后不能保持对称，因此主光线以上和以下的光线都要算，即 K_η 应在 -1 和 $+1$ 的范围内取值。请读者据此写出用于计算视场边缘点的上、下边缘光线和主光线的初值。

二、物在有限距时

按照同样的确定方法，可得出此时的光路计算初值。

对于轴上点光线，其初值可直接获得

$$L_1=l\text{(物距)}$$

$$\sin U_1=K_\eta\cdot\sin U_m$$

式中，U_m 为最大孔径角，K_η 为孔径取点系数。

对于轴外点发出的光线，有

$$
\left.\begin{aligned}
\mathrm{tg}\bar{U}_1 &= \frac{y-\eta}{L_{p1}-L_1} = \frac{K_w \cdot y_{max} - K_\eta \cdot \eta_{max}}{L_{p1}-L_1} \\
\bar{L}_1 &= L_{p1} + \frac{\eta}{\mathrm{tg}\bar{U}_1} = L_{p1} + \frac{K_\eta \cdot \eta_{max}}{\mathrm{tg}\bar{U}_1}
\end{aligned}\right\} \tag{7-4}
$$

式中：y 是物面纵坐标，表示线视场，y_{max}是边缘视场半径；K_w 为视场取点系数。请读者同样写出计算光轴以下的视场边缘点 B 发出的上、下光线和主光线的初值。

光线的初值 L_1 和 U_1 确定后，即可按公式(2-1)～(2-4)进行光路计算，直到求出 L'_k 和 U'_k。尽管现在光线的光路计算工作几乎全被电子计算机所承担，但作为初学者，为了熟悉计算方法、进行必要实践，有必要做点各类光线的人工计算。为便于人工计算时减少错误和提高效率，都把计算公式列成表 7-2，据表循序进行，表中角度单位为度。

表 7-2　轴上点边缘光线的计算

$L_1=\infty, U_1=0, h1=10$

	1	2	3
L $-\ r$	$-\infty$ 62.50	178.520 −43.65	351.294 −124.35
$L-r$ $\times\ \sin U$ $\div\ r$	$h=10$	222.170 0.0549482	475.644 0.0278444
$\sin I$ $\times\ n/n'$	0.160000 1/1.51633	−0.279675 1.51633/1.6727	−0.106506 1.6727/1
$\sin I'$ $\times\ r$ $\div\ \sin U'$	0.105518 0.0549482	−0.253530 0.0278441	−0.178153 0.100081
$L'-r$ $+\ r$	120.020	397.444	221.355
L'	182.520	353.798	97.005
U $-\ I$	0 9.20690	3.14989 −16.2408	1.59557 −6.11395
$U+I$ $-\ I'$	 6.05701	 −14.6865	 −10.2622
U'	3.14989	1.59557	5.74381
$(I-U)/2$	4.60345	9.6935	3.84477
$(I'-U')/2$	1.45356	8.14104	8.00301
$L\sin U$ $\div\cos[(I-U)/2]$	10 0.996774	9.80935 0.985717	9.78157 0.997738
PA $\times\cos[(I'-U')/2]$	10.03236 0.999678	9.95149 0.989922	9.80375 0.990261
$L'\sin U'$	10.02913	9.85120	9.70827
L' $-\ d$	182.520 4	353.794 2.5	97.005
L	178.520	351.298	

为确保计算结果的可靠性，在计算过程中须逐面校对。通常用 PA 校对法，即

$$\frac{L'\sin U'}{\cos[(I'-U')/2]}=PA=\frac{L\sin U}{\cos[(I-U)/2]} \tag{7-5}$$

式中，PA 是光线入射点到球面顶点的距离。只要折射光线和入射光线的 PA 值相等，且折射角 I' 和入射角 I 符合折射定律，就能使折射光线和入射光线在球面上相衔接，确保计算无误。PA 校对法的缺点是公式中没有包含折射率因子，因此，由 $\sin I$ 求 $\sin I'$ 时如发生错误是不会影响校对结果的，所以在计算这一步时须倍加小心。此外，在用过渡公式由 L'_i 求 L_{i+1} 时，也要特别留意防止出错。

作为例子，对前面举例的双胶合望远物镜计算其轴上点边缘光线($h_1=10$)，计算结果见表 7-2，请读者利用计算表自行计算视场边缘点主光线的光路。这里表 7-3 仅列出部分数据供核对和以后之用。

表 7-3　3°视场时主光线计算的一些结果

$L_1=0, U_1=3°$

	1	2	3
L	0	−4	−6.8716
U	−3	−1.97795	−1.80994
I	3	1.79664	1.70988
I'	1.97795	1.62863	2.86089
U'	−1.97795	−1.80994	−2.96095
L'	0	−4.3716	−4.1981

注：$y'_z=(L'_3-l'_3)\text{tg}U'_3=5.2349$

在光路计算时，有时会遇到 $\sin I>1$ 和 $\sin I'>1$ 两种情况。前者表示入射光线的高度已超过半球，后者总发生在光线从玻璃射入空气时，表示光线在该面上发生了全反射。二者都表示所算的光线实际上已不能通过系统。

当光线射经平面时，公式(2-1)～(2-4)不能直接应用，须以 $I=-U$ 和 $L'=L\text{tg}U/\text{tg}U'$ 代替其中的(2-1)和(2-4)二式。但计算 L' 的公式在小角度时很不精确，可变换为

$$L'=L\frac{\text{tg}U}{\text{tg}U'}=L\frac{n'}{n}\cdot\frac{\cos U'}{\cos U} \tag{7-6}$$

校对公式对平面仍适用。

当光线传经平行平板时，类似于近轴光线，也不必对其按两个平面来计算，只要按公式(3-4)求出轴向位移量，再过渡到按表计算即可。

如果计算中遇到反射球面，只要令 $n'=-n$ 即可照常进行。反射光线继续行进时，过渡公式 $L_{i+1}=L_i'-d_i$ 中的 d_i 值应改变符号。

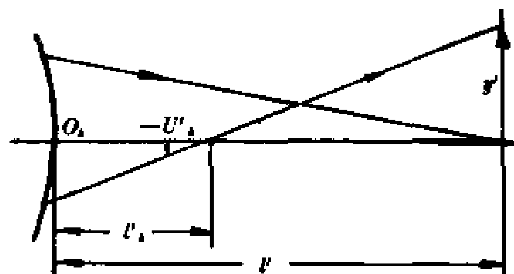


图 7-3

计算光线光路的目的是为了求知各种像差。轴上点光线求出其 L'_k 和 U'_k 后，可直接用于计算像差，但对轴外点光线的光路计算结果还需进行换算和处理。只要求出轴外点光线经系统后与高斯像面的交点高度 y'，就可计算出该点的全部子午像差。由图 7-3 显见，有

$$y'_k=(L'_k-l')\text{tg}U'_k \tag{7-7}$$

例如，根据表 7-3 列出的计算结果和第四章表 4-1 查得同一物镜的 l'，可算得该主光线与高斯像面的交点高度为 5.2349。

§7-3 子午光线经偏心球面时的光路计算

前面我们只考虑了共轴球面系统。实际上，由于工艺上的误差，难免会使某几个球面的曲率中心偏离于光轴，从而使轴上点的像出现本不应有的像差，影响成像质量。因此，为了计算偏心公差以控制中心偏，需要作光线经偏心球面时的光路计算。

如图 7-4 所示，P 是光线在偏心球面上的入射点，曲率中心 C 在光轴之下，相对于光轴偏离距离 $-\delta$。通常，中心偏用偏心距 δ 相对于球面顶点的张角 α 来表示，有 $\sin\alpha=-\delta/r$，并认为顺时针偏心时，角度 α 为正。OQ 是从球面顶点到入射光线的垂线，有 $OQ=L\sin U$。过 C 点作一平行于入射光线的直线，交 OQ 于 H 点，因此 $OQ=QH+HO$，且 $\angle PCH=I$，$\angle HCO=U-\alpha$，可得

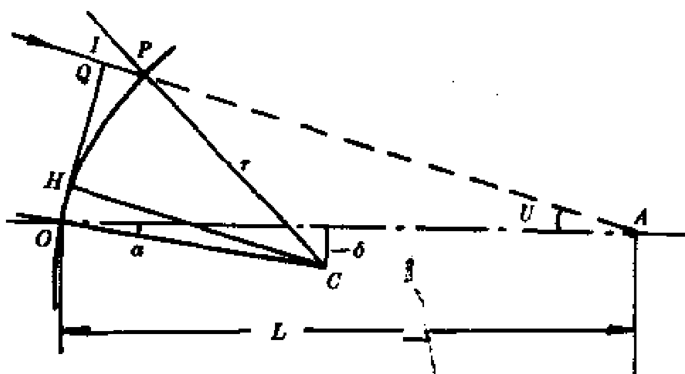


图 7-4

$$\sin I=\frac{L}{r}\sin U-\sin(U-\alpha) \tag{7-8}$$

这就是计算光线在偏心球面上入射角的公式。接下去，可按常规由式(2-2)和式(2-3)计算 $\sin I'$ 和 U'。对于折射光线，可由相同的方法导出与(7-8)式完全对应的公式，于是得

$$L'=r\left[\frac{\sin I'+\sin(U'-\alpha)}{\sin U'}\right] \tag{7-9}$$

以上就是偏心球面的子午光线的光路计算公式。转面的计算与常规的完全一样。如果在公式(7-8)和(7-9)中令偏心角 $\alpha=0$，则成为常规的公式。

由于球面偏心而相对光轴发生倾斜，本来沿光轴的光线将要经其折射而偏折，因此对于偏心球面来说，近轴光线已无意义。同时，由于光轴已非对称轴，即使轴上点光束中原对称于光轴的上、下光线，经偏心球面折射后也将产生光路差别而失去对称，从而引进了轴上点成像时本不应该有的所谓中心彗差。按(7-7)式分别算出该上、下、主光线与高斯像面的交点高度，即可按公式 $K=0.5(y'_上+y'_下)-y'$ 计算中心彗差。假设上述双胶合物镜的最后一面有 $\alpha=0.5°$ 的偏心，请读者列表计算光路，并求出中心彗差。计算结果为 $K=0.0325$。

§7-4 沿轴外点主光线的细光束像点的计算

为了求出细光束像散和像面弯曲，须计算沿主光线的细光束像点位置。首先考虑轴外点细光束经单个球面折射后所形成的像散光束及其结构特征。

如图 7-5，BM_1M_2 是由轴外物点 B 发出的一束子午细光束，BM 为主光线。对于单个球面来说，B 点可看成是在辅光轴 BC 上。该子午细光束经球面折射以后会聚于 B'_t 点，即子午像点。

若称包含主光线并与子午面垂直的平面为弧矢平面，则沿主光线的弧矢细光束的会聚点 B'_s 为弧矢像点，显然它就是主光线与辅轴的交点。图 7-6 表示出了弧矢细光束的成像情况。

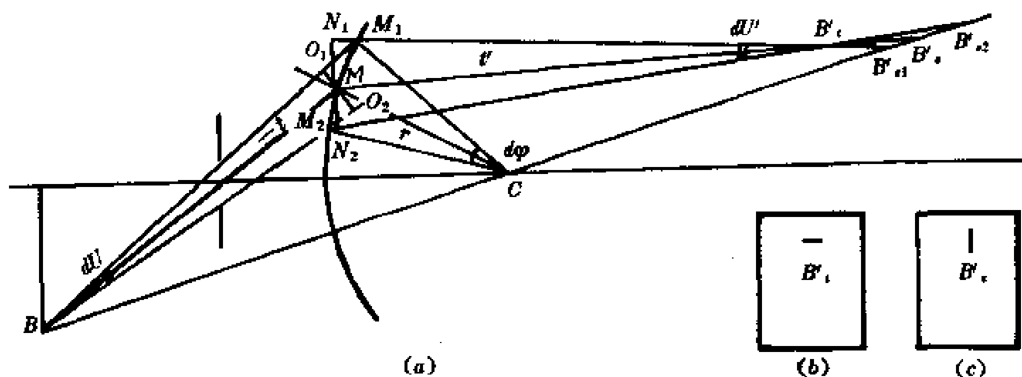


图 7-5

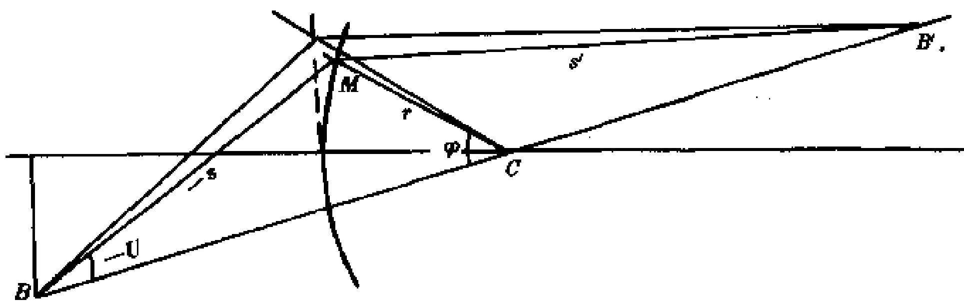


图 7-6

由于子午像点和弧矢像点并不重合，实际上弧矢细光束在 B'_t 处将截得一条垂直于子午平面的短线，即为子午焦线；子午细光束在 B'_s 处也将截得一条弧矢焦线。该二焦线之间的距离 $B'_tB'_s$ 就是像散。

因为子午像点和弧矢像点均位于主光线上，故它们的位置均沿主光线度量。分别用 t' 和 s' 表示从主光线在球面上的折射点 M 到 B'_t 和 B'_s 的距离。对应地，用 t 和 s 表示从 M 到 Bt 和 Bs 的距离，如图 7-5 和图 7-6 所示。在图中，B 为无像散的实际物点，应有 $t=s$。这些量的正负，以主光线在球面上的入射点为原点来确定。图中所示情况为 $t=s<0, t'>0, s'>0$。

下面推出由 t 求 t' 和由 s 求 s' 的公式。

在图 7-5 中，分别以 B 和 B'_t 为中心、以 t 和 t' 为半径作圆弧 Q_1Q_2 和 N_1N_2，考虑到 M_1M_2 的弧长为 $r\cdot d\varphi$，有

$$t'\cdot dU'=r\cos I'\cdot d\varphi,\quad t\cdot dU=r\cos I\cdot d\varphi$$

按 $\varphi=U+I=U'+I'$ 写出 dU' 和 dU，代入上式，并消去 $d\varphi$ 得

$$\frac{t'-r\cos I'}{t'dI'}=\frac{t-r\cos I}{tdI}$$

微分折射定律得 $n'\cos I'dI'=n\cos I\cdot dI$ 并与上式相乘，稍作整理得

$$\frac{n'\cos^2 I'}{t'}-\frac{n\cos^2 I}{t}=\frac{n'\cos I'-n\cos I}{r} \tag{7-10}$$

这就是由 t 求 t'，即求子午像位置的公式。

为推出 s 和 s' 之间的关系，须根据图 7-6。从图中的 $\triangle BMC$ 和 $\triangle B'_sMC$ 可得

$$\frac{r}{s}=\frac{\sin U}{\sin\varphi},\quad \frac{r}{s'}=\frac{\sin U'}{\sin\varphi}$$

第一式乘以 n,第二式乘以 n'，二式相减，并利用 φ 将 $n'\sin I'-n\sin I$ 转换成($n'\cos I'-n\cos I$) $\sin\varphi$,可导出

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'\cos I'-n\cos I}{r} \tag{7-11}$$

这就是由 s 求 s',即求弧矢像位置的公式。

计算细光束像散用的公式(7-10)和(7-11)称杨氏公式。如果在该二式中令 $I=I'=0$,二公式将相同,并得到与轴上点近轴光线的球面成像公式(2-11)完全相同的形式。它说明主光线与入射点法线重合的细光束经球面折射以后,不会产生像散。

由公式(7-10)和(7-11)可知,为计算细光束的子午像和弧矢像的位置,必须知道主光线经球面折射前后的入射角和折射角,所以需事先作主光线的光路计算。

为对整个系统进行像散光束的计算,需应用沿主光线的转面过渡公式。图 7-7 画出了光学系统的头二个折射面。从图显见有 $t_2=t'_1-D_1$,类似地有

$$t_{i+1}=t'_i-D_i,\quad i=1,2,\cdots,k-1 \tag{7-12}$$

对于弧矢光束,同样可得

$$s_{i+1}=s'_i-D_i,\quad i=1,2\cdots,k-1 \tag{7-13}$$

图 7-7

上二式中的 D 是相邻两表面之间沿主光线的距离。从图易得

$$D_i=\frac{h_i-h_{i+1}}{\sin U'_i} \tag{7-14}$$

或

$$D_i=\frac{d_i-x_i+x_{i+1}}{\cos U'_i} \tag{7-15}$$

式中 h_i 和 x_i 可按如下公式计算:

$$h_i=r_i\sin\varphi_i=r_i\sin(U_i+I_i) \tag{7-16}$$

$$x_i=PA_i^2/(2r_i) \tag{7-17}$$

为计算 h_i 和 x_i 所需的量均可从主光线的光路计算表格中直接查取。

在计算之初,首先必须确定初值。显然,对于自实际物点发出的细光束而言,t_1 和 s_1 是相等的。当物体位于无穷远时,$t_1=s_1=\infty$;而当物体位于有限距离时,则从物点 B 沿主光线到第一面入射点 M 的距离可从图 7-7 直接得出,有

$$t_1=s_1=\frac{h_1-y}{\sin U_1} \tag{7-18}$$

或

$$t_1 = s_1 = \frac{L_1 - x_1}{\cos U_1} \tag{7-19}$$

式中，物距 L_1、物高 y 和角度 U_1 均为已知，而 h_1 或 x_1 可按公式(7-16)或(7-17)求得。

在应用杨氏公式计算像散时，如遇到平面，公式仍然可用，只要以 $r=\infty$ 代入即可，此时主光线在平面上的高度就等于 PA 值，矢高 x 为零。

表 7-4　3°视场像散光束的计算

	1	2	3
n	1	1.51633	1.67270
n'	1.51633	1.67270	1
d	4	2.5	
U'	−1.97795	−1.80994	−2.96095
$\cos U'$	0.999404	0.999501	0.998665
$x=PA^2/2r$	0	−0.0002183	−0.0001896
$D_i=\dfrac{d_i-x_i+x_{i+1}}{\cos U'_i}$	4.00217	2.50128	
I	3	1.79664	1.70988
$\cos I$	0.998629	0.999508	0.999555
I'	1.97795	1.62863	2.86089
$\cos I'$	0.999404	0.999596	0.998754
$n'\cos I'$ $-n\cos I$	1.515426 0.998629	1.672024 1.515584	0.998754 1.671956
$n'\cos I'-n\cos I$ $\div\ r$	0.516797 62.5	0.156440 −43.65	−0.673202 −124.35
P	0.00826876	−0.00358397	0.00541376
$n\cos^2 I$ $\div\ t$	 ∞	1.514838 179.1598	1.671212 340.6023
$a=n\cos^2 I/t$ $+\ P$	0 0.00826876	0.00845524 −0.00358397	0.00490664 0.00541376
$b=n'\cos^2 I'/t'$	0.00826876	0.00487127	0.0103204
$n'\cos^2 I'$ $\div\ b$	1.514523 0.00826876	1.671349 0.00487127	0.9975096 0.0103204
t' $-\ D$	183.1620 4.0022	343.1035 2.5013	96.6542
t	179.1598	340.6023	
n/s $+\ P$	0 0.00826876	0.00845325 −0.00358397	0.00490499 0.00541376
n'/s'	0.00826876	0.0048928	0.01031875
n' $\div\ n'/s'$	1.51633 0.00826876	1.67270 0.00486928	1 0.01031875
s' $-\ D$	183.3806 4.0022	345.5212 2.5013	96.9109
s	179.3784	341.0199	

求得最后一面的 t_k 和 s_k' 以后，须将它们换算成相对于最后一面顶点的轴向距离 l'_t 和 l'_s。从图 7-8 易得

$$\left.\begin{aligned} l'_t &= t'_k\cos U_k + x_k \\ l'_s &= s'_k\cos U'_k + x_k \end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}20)$$

于是得

$$\left.\begin{aligned} \text{子午场曲} \quad x'_t &= l'_t - l' \\ \text{弧矢场曲} \quad x'_s &= l'_s - l' \end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}21)$$

$$\text{像散} \quad \triangle x' = x'_t - x'_s \quad (7\text{-}22)$$



图 7-8

对上述双胶合望远镜物镜在半视场角为 3 度时沿主光线的细光束像点位置进行计算(见表 7-4)，按公式(7-20)求得 $l'_t=96.5250$ 和 $l'_s=96.7813$ 后，得子午场曲 $x'_t=-0.4810$，弧矢场曲 $x'_s=-0.2277$，像散 $\triangle x'=-0.2563$。

最后值得指出，当遇到要对偏心球面计算像散光束时，本节所述杨氏公式仍然可用，其差别仅在于对主光线的光路计算要按上节所述方法进行。另外，当球面有偏心时，光轴已非系统的对称轴，除导致轴上点要产生中心像散外，物面上与光轴对称的上下轴外点所产生的像散和场曲也将不同，因此，为全面了解偏心的影响，需对物面上位于光轴上下的若干物点计算其像散光束。

§7-5　空间光线的光路计算

一、空间光线的光路计算

设计光学系统，尤其是视场和孔径都比较大的光学系统时，为了全面地考察和评定轴外点的成像质量，常须对子午面外的光线进行计算，如求弧矢像差须算弧矢光线，有时甚至还需对子午和弧矢平面以外的更多光线进行光路计算。这些光线因都在子午面外，故称其为空间光线。空间光线经系统各个面的传播过程中，总不会与光轴相交。但于由子午平面是光学系统的对称面，从轴外点发出对称于子午平面的前后两条光线，其光路也是对称的、出射光线相交于子午面上，有相同的坐标。因此，空间光线无需成对计算，只从子午面之前或之后选取就可以了。

空间光线的光路计算是个三维问题，用人工计算要较子午光线繁复得多。但用计算机来计算则是甚为快捷的。为此，在计算程序中，为使公式通用化、一般都兼用空间光线的光路计算公式来作子午光线的计算，只要在公式中令与子午平面垂直的坐标分量为零即可。

空间光线的计算方法有多种，国内一般采用基于矢量代数的 D. P. Feder 方法。

图 7-9 是相邻两个折射球面，从前一个面上 E_1 点射出，再入射于后一个面上 E_2 点的空间光线由位置矢量 $\boldsymbol{T}_1(x,y,z)$(表示 E_1 点的位置)和方向矢量 $\boldsymbol{\theta}_1(\xi,\eta,\zeta)$完全确定(表示光线出射方向的单位矢量)。这里，$(\xi,\eta,\zeta)$是光线的三个方向余弦。此光线经后一面在 $E2$ 点折射后，折射光线也被二个相应的矢量 $\boldsymbol{T}_2(x',y',z')$和 $\boldsymbol{\theta}_2(\xi',\eta',\zeta')$所决定。所以，空间光线的计算，就是要由已知的入射光线矢量 $\boldsymbol{T}_1$ 和 $\boldsymbol{\theta}_1$ 求折射光线矢量 $\boldsymbol{T}_2$ 和 $\boldsymbol{\theta}_2$。

自折射面顶点 O' 向入射光线作垂线，其垂足 F 的位置矢量用 $\boldsymbol{M}(M_x,M_y,M_z)$表示。令折射面上入射点法线的单位矢量为 $\boldsymbol{\varepsilon}$，则由图可写出如下矢量表示式：

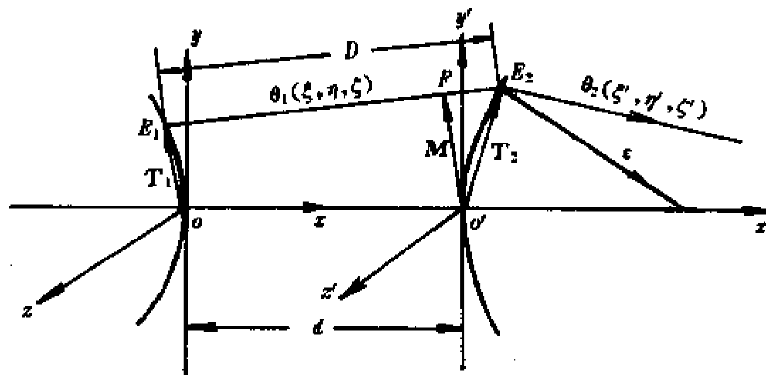


图 7-9

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{T}_1+e\boldsymbol{\theta}_1&=d\boldsymbol{i}+\boldsymbol{M}\\ \boldsymbol{M}+p\boldsymbol{\theta}_1&=\mathbf{T}_2\\ \mathbf{T}_2+r\boldsymbol{\varepsilon}&=r\boldsymbol{i}\end{aligned}\right\}\tag{7-23}$$

式中，e 为由 E_1 到 F 的距离，p 为由 F 到 E_2 的距离，$\boldsymbol{i}$ 为沿 x 轴的单位向量。根据方程组(7-23)，可导出

$$e=d\xi-(x\xi+y\eta+z\zeta)\tag{7-24a}$$

$$\boldsymbol{M}=(x+e\xi-d)\boldsymbol{i}+(y+e\eta)\boldsymbol{j}+(z+e\zeta)\boldsymbol{k}\tag{7-24b}$$

$$M^2=x^2+y^2+z^2-e^2+d^2-2dx\tag{7-24c}$$

为求知折射光线的位置矢量 $\boldsymbol{T}_2$ 或光线在球面上的入射点的坐标(x',y',z')，须求出相邻两面间光线的光路长度 D，它是 e 和 p 之和。由(7-23)中的第二、三个方程得 $p=r(\xi-\cos I)$，故

$$D=e+r(\xi-\cos I)\tag{7-24d}$$

仍由(7-23)中的第二、三个方程可得

$$\sin I=\boldsymbol{\theta}_1\times\boldsymbol{i}-(\boldsymbol{\theta}_1\times\boldsymbol{M})/r$$

据此可得出 $\cos I$ 的表达式为

$$\cos I=\left[\xi^2-\frac{1}{r}\left(\frac{M^2}{r}-2M_x\right)\right]^{1/2}\tag{7-24e}$$

折射角 I' 的余弦可根据折射定律求得，有

$$\cos I'=\left[1+\left(\frac{n}{n'}\right)^2(\cos^2 I-1)\right]^{1/2}\tag{7-24f}$$

利用式(7-24e)将 ξ-$\cos I$ 表示成

$$\xi-\cos I=\frac{(M^2/r-2M_x)/r}{\xi+\cos I}$$

可得到另一种形式的计算 D 的公式为

$$D=e+\frac{M^2/r-2M_x}{\xi+\cos I}\tag{7-24g}$$

求得 D 之后，即可求知空间光线的位置矢量 T_2。由图 7-9 可写出

$$\boldsymbol{T}_2=\boldsymbol{T}_1+D\boldsymbol{\theta}_1-d\boldsymbol{i}$$

对上式求取分量，即可得到计算入射点坐标(x',y',z')的公式：

$$\left.\begin{aligned}x'&=x+D\xi-d\\ y'&=y+D\eta\\ z'&=z+D\zeta\end{aligned}\right\}\tag{7-24h}$$

最后，为推导计算折射光线的方向矢量 $\boldsymbol{\theta}_2$，需应用矢量形式的折射定律(1-7) 式、即 $\boldsymbol{A}'-\boldsymbol{A}=P\boldsymbol{N}$。其中，$\boldsymbol{A}'=n'\boldsymbol{\theta}_2$，$\boldsymbol{A}=n\boldsymbol{\theta}_1$，$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{\varepsilon}$，$P$ 可按式(1-6)计算，故得折射光线方向矢量为

$$\theta_2=\frac{n}{n'}\theta_1-g\left(\frac{T_2}{r}-i\right)$$

式中

$$g=P/n'=(n'\cos I'-n\cos I)/n' \tag{7-24i}$$

故折射光线的方向余弦为

$$\left.\begin{aligned}\xi'&=\frac{n}{n'}\xi-g\left(\frac{x'}{r}-1\right)\\ \eta'&=\frac{n}{n'}\eta-g\,\frac{y'}{r}\\ \zeta'&=\frac{n}{n'}\zeta-g\,\frac{z'}{r}\end{aligned}\right\} \tag{7-24j}$$

至此，一个面的计算即告完成。计算的结果可用 $\xi^2+\eta^2+\zeta^2=1$ 来校对。转到下一个面的计算，无需另外的过渡公式。按上述方法求得的折射光线的二个矢量即为入射到下一面的入射光线矢量。如此递推，直至最后求得 $T_k(x_k',y_k',z_k')$ 和 $\theta_k(\xi_k',\eta_k',\zeta_k')$，就完成了整个系统的计算。

下面，把整套计算空间光线光路的公式，按应用先后重新列出：

$$\left.\begin{aligned}&e=d\xi-(x\xi+y\eta+z\zeta)\\ &M_x=x+e\xi-d\\ &M^2=x^2+y^2+z^2-e^2+d^2-2dx\\ &\cos I=\left[\xi^2-\frac{1}{r}\left(\frac{M^2}{r}-2M_x\right)\right]^{1/2}\\ &\cos I'=\left[1+\left(\frac{n}{n'}\right)^2(\cos^2I-1)\right]^{1/2}\\ &g=\cos I'-n\cos I/n'\\ &D=e+\frac{M^2/r-2M_x}{\xi+\cos I}\\ &x'=x+D\xi-d\\ &y'=y+D\eta\\ &z'=z+D\zeta\\ &\xi'=\frac{n}{n'}\xi-g\left(\frac{x'}{r}-1\right)\\ &\eta'=\frac{n}{n'}\eta-g\,\frac{y'}{r}\\ &\zeta'=\frac{n}{n'}\zeta-g\,\frac{z'}{r}\end{aligned}\right\} \tag{7-25}$$

二、光线初值的计算

光线初值的计算可分三种情况：

1. 物平面在无穷远而入瞳在有限距离

此时视场角 $2W$ 和入瞳直径 $2h$ 为已知。通常以入瞳平面作为参考面，即整个系统的第一面来确定入射光线的初始位置矢量 $T(x,y,z)$。入瞳的位置根据系统给出的孔阑位置易于求知。由图 7-10 可见，任一光线与入瞳面的交点坐标为：

$$x=0,\ y=ah,\ z=bh$$

其中，a 为入瞳平面上沿 y 轴方向的取点系数，如仅算 $x=z=0$ 的子午光线，一般取 $a=\pm1$，±0.85，±0.707，±0.5，±0.3，0；b 为沿 z 轴方向的取点系数。由于光束总对子午平面对称，b 只

图 7-10

需单向取值。当只计算 $x=y=0$ 的弧矢光线时，一般取 $b=1$，0.85，0.707，0.5，0.3。$b=0$ 时为子午光线，$a=0$ 时为弧矢光线，$a=b=0$ 时为主光线。

由于无穷远物点发出的是平行光束，其中每条光线的方向余弦是相同的，因此可从 oxy 平面内任取一条子午光线来确定之。现取图 7-10 中的光线 AB，从图中可看出

$$\xi=\cos(K_W W),\ \eta=-\sin(K_W W),\ \zeta=0 \tag{7-26}$$

上式中，K_W 是视场取点系数，一般取 $K_W=1$、0.85，0.707，0.5，0.3，0。$K_W=0$ 表示算的是轴上点发出的平行于光轴的光线。由于轴上点光束对光轴的对称性，在决定 **T** 时，不仅 $b=0$，而且 a 也只需单向取值。

2. 物面和瞳面均在有限远的情况

如图 7-11 所示。此时线视场 $2y$ 和孔径角 $2U$ 为已知。求得入瞳位置 l_z 后，入瞳半径 h 可按下式求得

图 7-11

$$h=(l_z-l)\operatorname{tg}U \tag{7-27}$$

当选用瞳面作为参考平面时，光线 BE 的位置矢量 **T** 应为：$x=0$、$y=ah$，$z=bh$。光线 BE 的长度为

$$BE^2=(l_z-l)^2+(ah-K_w y)^2+b^2h^2 \tag{7-28}$$

以上公式中，a、b 和 K_w 均为取点系数。已知 BE 由图可求 BE 的方向矢量。

3. 物面在有限远而瞳面在无穷远的情况

如图 7-12 所示。此时物面上各点的主光线都平行于光轴，并且相对于主光线同方位的光线也是互相平行的。由于入瞳在无穷远，只能取物平面作为参考面来确定入射光线的位置矢量

$T(x,y,z)$，于是有 $x=0$，$y=K_w y$，$z=0$。

图 7-12

入射光线的方向矢量 θ 可在垂直于光轴方向任取一个截面来确定。设在该面上全孔径时的光束截面半径为 $\bar{h}$，则由图可知

$$\bar{h}=\bar{l}\,\mathrm{tg}U$$

$$BE^2=\bar{l}^2+a^2\bar{h}^2+b^2\bar{h}^2$$

令 $BE/\bar{l}=\bar{D}$，则可得

$$\left.\begin{aligned}&\bar{D}=(1+a^2\mathrm{tg}^2U+b^2\mathrm{tg}^2U)^{1/2}\\&\xi=1/\bar{D}\\&\eta=a\,\mathrm{tg}U/\bar{D}\\&\zeta=b\,\mathrm{tg}U/\bar{D}\end{aligned}\right\}\qquad(7\text{-}29)$$

以上就是确定入射光线初值时可能遇到的情况。

计算空间光线的光路时，通常把高斯像面作为系统的最后一个面来处理，以便直接得到光线与高斯面的交点坐标 y' 和 z'，从而直接得知轴外点像的弥散情况和求得像差的垂轴分量，并可根据出射光线的方向余弦求得像差的沿轴分量。但细光束像散和场曲仍需应用杨氏公式来计算，计算所需的量可直接取自按空间光线计算主光线时的中间量，是很方便的。

请读者按上述公式(7-25)自行计算前述双胶合望远物镜在视场角为 $W=-3°$时的全孔径弧矢光线，其初值为：

$$T: x=0,\ y=0,\ z=10$$

$$\theta: \xi=\cos3°=0.008630,\ \eta=\sin3°=0.052336,\ \zeta=0$$

入瞳与第一面重合。最后可求得此弧矢光线与高斯像面的交点坐标为：

$$y'=5.23625,\ z'=-0.02343$$

§7-6 光线经非球面时的光路计算

在大型天文望远镜中，非球面早有应用。这是因为与球面相比，非球面在对像差的校正上有更多的自由度，应用非球面能起到提高像质和简化结构的作用。80 年代中期，日本已在民用照相机镜头上多次采用了塑料非球面。目前，随着非球面加工工艺和检验水平的提高，在各种光学仪器中大量应用非球面已不是一件很遥远的事了。

在光学仪器中应用最多的非球面是轴对称非球面，其面形用它的子午截线方程表示，即

$$x=Ay^2+By^4+Cy^6+\cdots \tag{7-30}$$

坐标系统的 x 轴与光轴(即非球面的对称轴)重合，坐标原点取在非球面顶点上。

但另一种在光路计算中常用的形式是把非球面表示成相对于二次曲面的偏离，即

$$x=\frac{cy^2}{1+\sqrt{1-c^2y^2(1-e^2)}}+a_4y^4+a_6y^6+a_8y^8+\cdots \tag{7-31}$$

式中右边如果只取第一项，则为二次曲面。因此，自 a_4y^4 以后即为该非球面相对于二次曲面的偏离。式中的 c 为曲面顶点处的曲率，e 是二次曲面的偏心率，可参阅参考文献[5]。

首先讨论子午光线经非球面时的光路计算。

计算光线经非球面时的光路，一个主要的问题是如何确定光线在曲面上的入射点的坐标(x, y)，然后根据非球面方程，即可定出该点的法线方向。如图 7-13，为了便于求得光线入射点的坐标，可把光线的方程表示为

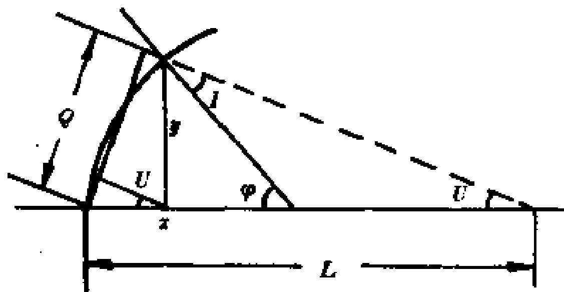


图 7-13

$$L\sin U=Q=x\sin U+y\cos U \tag{7-32}$$

式中的 x 和 y 应满足曲面方程(7-31)。这是一个非线性方程组，可化成非线性方程，并用迭代法求解。显然，入射光线与顶点球面或方程(7-31)右边第一项所表示的二次曲面的交点是易于求出的，以此为初值，只要迭代很少次数，就能得出满足要求的解(x,y)。

对于法线的倾角，显然应有

$$\mathrm{tg}\varphi=\mathrm{tg}(U+I)=\frac{dx}{dy} \tag{7-33}$$

按此式可求得光线的入射角 I。接下去按(2-2)和(2-3)计算，(2-4)式变换为

$$L'=x+y\,\mathrm{ctg}U' \tag{7-34}$$

转面时的过渡公式与计算球面的光路相同。

计算非球面的细光束像散和像面弯曲时，杨氏公式(7-10)和(7-11)仍然可用。但对于非球面而言，在主光线的入射点处，其子午曲率半径 r_t 和弧矢曲率半径 r_s 是不相同的，它们分别为

$$r_s=\frac{y(1+x'^2)^{1/2}}{x'},\quad r_t=\frac{(1-x'^2)^{3/2}}{x''} \tag{7-35}$$

$$r_s=\frac{y}{\sin(U+I)},\ r_t=\frac{1}{x''\cos^3(U+I)} \tag{7-36}$$

所以，应以(7-35)或(7-36)式算得的 r_t 和 r_s 分别代入公式(7-10)和(7-11)进行计算。

习　题

1. 以第四章所举的双胶合望远镜物镜为题，用近轴光线追迹方法求其物方焦点和主点的位置。

2. 对上题望远物镜计算：(1)轴上点 0.85 带光线的光路，求出 L' 和 U'(已知 $h_m=10$)；(2) 0.707 带视场的主光线，求出 L'_z 和 U'_z，再连续计算该主光线与高斯像面的交点高度 y'，(已知入瞳位置 $l_z=0$，高斯像面位置 $l'=97.009$)；(3)0.707 带视场时沿主光线的 t' 和 s' 值；(4)0.707 带视场时过入瞳上、下边缘的子午光线，即上光线和下光线的光路，分别求出其与高斯像面的交点高度 y'_a 和 y'_b；(5)0.707 带视场时 F 光和 C 光的主光线光路，求出其与高斯像面的交点

高度 y'_{p} 和 y'_{K}。

3. 有一显微镜物镜，$\beta=-40\times$，$\sin U=0.65$，通常对高倍显微物镜，以倒向进行光线追迹以求出其有关像差。已知像面离物镜最后一面的距离为 165mm，出射光瞳在最后一面之后 4mm 处，像面直径为 25mm，将物镜倒转进行光线追迹，试决定：(1)轴上点边缘光线、近轴光线；(2)视场边缘点主光线、上光线和下光线；(3)视场边缘点全孔径时的弧矢光线以及(4)沿主光线的细像散光束的计算初值。

4. 有一单块平凸透镜和凹球面镜，具有相同的焦距值和相对孔径，其结构参数为：单透镜：$r_1=51.63$，$r_2=\infty$，$d=4$，$n=1.5163$；凹面镜：$r=-200$。物在无穷远，分别计算轴上点 $h=12.5$ 时的边缘光线和近轴光线的光路。

第二部分　像差理论

由前面讨论的球面系统和平面系统的光路特征和成像特性可知，只有平面反射镜是唯一能对物体成完善像的光学零件。单个球面透镜或任意组合的光学系统，只能对近轴物点以细光束成完善像。随着视场和孔径的增大，成像光束的同心性将遭到破坏，产生各种成像缺陷，使像的形状与物不再相似。这些成像缺陷可用若干种像差来描述。

如果只考虑单色光成像，光学系统可能产生五种性质不同的像差，即球差、彗差、像散、像面弯曲和畸变，统称为单色像差。但是，绝大多数光学系统用白光或复色光成像，由于色散的存在会使其中不同的色光有不同的传播光路，由于这种光路差别而引起的像差称为色像差，包括位置色差和倍率色差。实际上，用白光成像时，由于其所包含的各种单色光有各自的传播光路，它们的单色像差也是各不相同的。为了便于分析，将其分成单色像差和色像差两类。其中，单色像差是对光能接收器最灵敏的色光而言的，色差是对接收器的有效波段内接近边缘的两种色光来考虑的。

事实上，我们不可能获得对整个空间都能良好成像的万能光学系统，只能为适应某种单一用途而设计专门的光学系统。同时，即使这样的光学系统，也不可能将各种像差完全校正和消除。但由于人眼和所有其它的光能接收器也具有一定的缺陷，只要将像差校正到某一限度以内，人眼和其它接收器就觉察和反映不出其成像的缺陷，这样的光学系统从实用意义上说可认为是完善的。

下面我们将分类讨论各种像差。

第八章　球差

§8-1　球差、带球差

在§2-2中我们已知，由光轴上一点发出的光线经球面折射后所得的截距 L'，随入射光线与光轴夹角 U 或入射光线在球面上的入射点高度 h 而异。这样，轴上点发出的同心光束经光学系统各个球面折射后，将不复为同心光束。不同倾角的光线交光轴于不同位置上，相对于理想像点的位置有不同的偏离。这是单色光的成像缺陷之一，称为球差。

绝大多数光学系统具有圆形入瞳，轴上点的成像光束是关于光轴对称的，因此，对应于轴上点球差的光束结构是非同心的轴对称光束，它与参考像面截得一弥散圆。此时，只要讨论含轴平面上位于光轴一侧的光线即可了解整个光学系统的球差。

图8-1中，轴上点 A 的理想像为 A'_0，由 A 点发出的过入瞳边缘的光线 AP(称边缘光线)从系统出射后，交光轴于 A'。由于球差，A' 与 A_0' 不重合。若它们的像方截距分别为 L' 与 l'，则

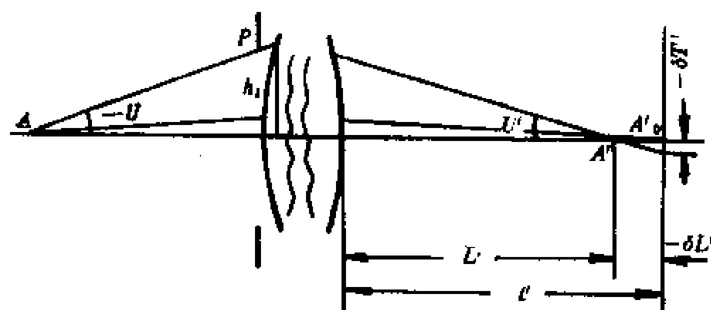


图8-1

$$\delta L' = L' - l' \tag{8-1}$$

为这条光线的球差。显然，在边缘光线以内与光轴成不同角度的各条光线都有各自的球差。

如图8-1所示：$\delta L' < 0$，称为球差校正不足或欠校正；若 $\delta L' > 0$，称为球差校正过头或过校正；若经过计算，使某一孔径带 $\delta L' = 0$，称光学系统对这一环带光线校正球差。大部分光学系统只能对一带光线校正球差，且一般只对边缘光线校正的。这种光学系统叫消球差系统。

球差对成像质量的危害，是它在理想像平面上引起半径为 $\delta T'$ 的弥散圆。$\delta T'$ 称为垂轴球差，它与轴向球差 $\delta L'$ 之间有如下关系：

$$\delta T' = \delta L' \cdot \mathrm{tg}U' \tag{8-2}$$

轴上点以单色光成像时只有球差，但轴上点以近轴细光束所成的像是理想的，可见，轴上点球差完全是由于光束的孔径角增大而引起的。所以，大孔径系统只允许有足够小的球差。同时由此还可看出，球差必然是 U_1 或 h_1 的函数。尽管它们之间的关系难以用显函数形式表示出来，但由于光束的轴对称性质，可以简单地把球差表示成 U_1 或 h_1 的幂级数。考虑到当 U_1 或 h_1 变号时球差不变，以及当 U_1 或 h_1 为零时球差为零，可写出以下两个表达式：

$$\left.\begin{aligned}\delta L'&=A_1h_1^2+A_2h_1^4+A_3h_1^6+\cdots\\ \delta L'&=a_1u_1^2+a_2u_1^4+a_3u_1^6+\cdots\end{aligned}\right\}\tag{8-3}$$

同理并结合(8-2)式考虑，得垂轴球差为

$$\left.\begin{aligned}\delta T'&=B_1h_1^3+B_2h_1^5+B_3h_1^7+\cdots\\ \delta T'&=b_1u_1^3+b_2u_1^5+b_3u_1^7+\cdots\end{aligned}\right\}\tag{8-4}$$

展开式中的第一项称为初级球差，此后各项分别称为二级球差、三级球差等。二级以上的球差统称为高级球差。

球差的精确数值须对光线作光路计算后按式(8-1)求得。但对于仅有初级球差的系统，只需计算一条光线，通常是边缘光线的球差，即可求得公式中的系数 A_1 或 a_1，从而求知其它带的球差。同理，若同时有初级和二级球差，则只要计算二条光线的球差值，即可确定各项系数，并求得其它各带的球差。大多数光学系统属于此类。对于这种系统，利用初级球差和二级球差的平衡，可以对一个孔径带校正球差，此时在其它带上必具有剩余球差。那么，按通常做法，当对边缘光线校正球差后，在什么带上将具有最大的剩余球差，数值如何？为解决这个问题，首先以光线的相对高度表示展开式

$$\delta L'=A_1\left(\frac{h}{h_m}\right)^2+A_2\left(\frac{h}{h_m}\right)^4\tag{8-5}$$

式中 h_m 表示边缘光线的入射高度。下标 m 表示边缘光线。当对 $h=h_m$ 的边光消球差时，有 $A_1=-A_2$。为求得球差的极值，将上式对 h 微分，并令其为零，得

$$h=0.707h_m$$

即当边光球差为零时，$h=0.707h_m$ 这一带光线通常称带光，具有最大的剩余球差，其值为

$$\delta L'_{max}=0.25A_1$$

由此可得结论：对于可用展开式中前二项来描述球差的光学系统，当对边光校正了球差后，在0.707高度的带光具有最大的剩余球差，其值是边光为平衡高级球差所需的初级球差的四分之一。若高级球差为正，带球差一定是负的。光学系统的高级球差越大，带球差也越大；反之，已对边光消球差的系统，带球差大者，高级球差必大。有关高级球差的理论请参阅参考文献[6]。实际计算表明，结构型式一定的光学系统，在修改结构参数的过程中，高级球差变化甚微。同时，有关推导表明，一个面产生的高级球差与初级球差的比值和折射面的相对孔径(即 h/r)的平方成比例。因此一般而言，光学系统各折射面的半径应大些，以使其具有小的相对孔径。一般 $h/r<0.5$，并且，一定型式的系统，为使带球差不超过容限，其相对孔径不可任意增大。相对孔径或数值孔径很大的系统必须有较复杂的结构。

下面以前面一直用以举例的双胶合望远物镜为例，作有关的数值计算。

按表 4-1 和表 7-2，该物镜的近轴光和边缘光的像方截距分别为：$l'=97.009$、$L_m'=97.005$。另外，对 0.707 带光作光路计算 $L'_Z=96.983$。由此，该物镜的边光球差和带光球差分别为

$$\delta L'_m=-0.004 \qquad \delta L'_Z=-0.026$$

由(8-5)式求得：$A_1=-0.100$，$A_2=0.096$，即该物镜的球差展开式为

$$\delta L'=-0.1\left(\frac{h}{h_m}\right)^2+0.096\left(\frac{h}{h_m}\right)^4$$

按此式求得的球差和由光线的光路计算求得的球差均列于下表：

光线的高度 h/h_m	0.3	0.5	0.707	0.85	1
按公式求得 $\delta L'$	−0.0082	−0.0190	−0.0260	−0.0222	−0.0040
由光路计算得 $\delta L'$	−0.008	−0.020	−0.026	−0.022	−0.004

可见，用二种方法计算所得的球差在数值上甚为一致，表明该物镜主要存在初级球差和二级球差，这种系统只能对一个孔径带采用初级球差和二级球差相抵消的办法校正球差。

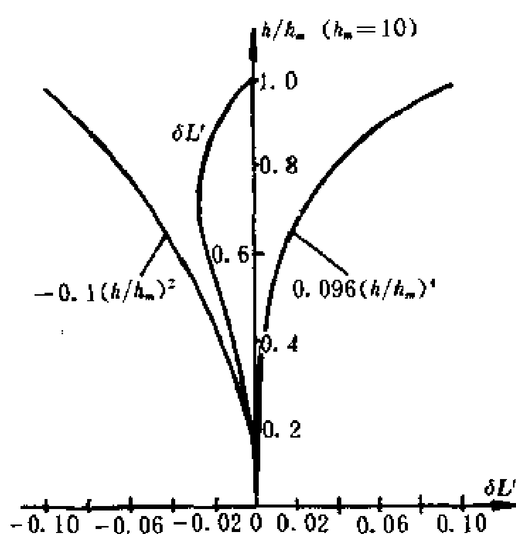


图 8-2

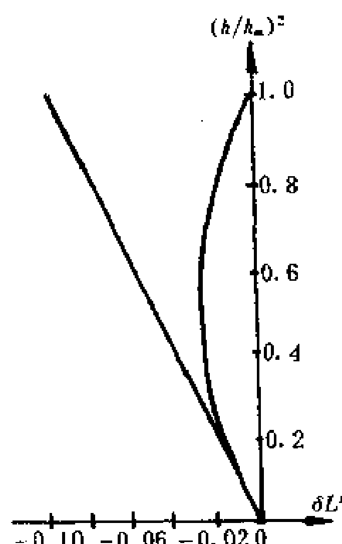


图 8-3

以 $\delta L'$ 为横坐标、以 h/h_m 为纵坐标可画出如图 8-2 所示的球差曲线，它能更明晰地反映出系统的球差性质和球差校正情况。有时也以孔径的平方为纵坐标来绘制球差曲线，如图 8-3 所示。后者不仅与以后将要讨论的波像差联系密切，而且易于反映系统的球差性质。如果仅有初级球差，将得到一直线；若不为直线，则在曲线上纵坐标为零处所作的切线与曲线的偏离即为系统的高级球差。

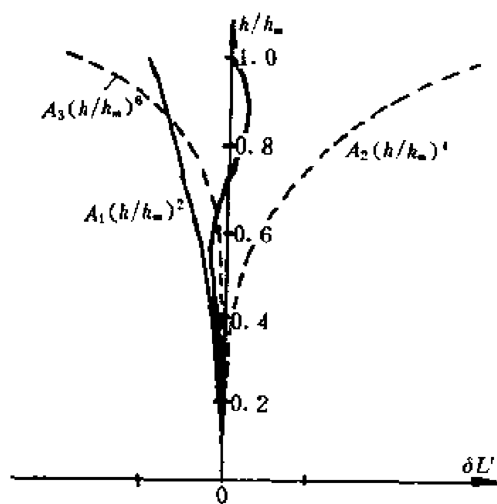


图 8-4

如果光学系统同时具有初级、二级和三级球差，结果会比上述只有初级和二级球差的系统要复杂些。这时有两种可能：1)三级球差与二级球差同号，此时需有更大的异号初级球差与之平衡，边光消球差后，最大剩余球差发生在比 0.707 带更高的孔径带上；2)三级球差与二级球差异号，这时可能使边光和带光的球差同时为零，如图 8-4 所示，并且在0.707带上下各有一个很小的等值异号的剩余球差极值，读者用与前面类似的做法，可得其相对高度分别为 $h/h_m=0.8881$ 和 0.4597。

§ 8-2　单个折射球面的球差和球差分布公式

通过对整个光学系统近轴光路和实际光路的计算，利用公式(8-1)可以求得该系统各个孔径带上的球差值。但在这个计算过程中，不能获知系统中各个面对球差的贡献大小、正负和性质，而这些是在光学设计时为控制和校正球差所必须了解的。为此，有必要讨论各表面产生球差的情况和球差在系统各面上的分布。

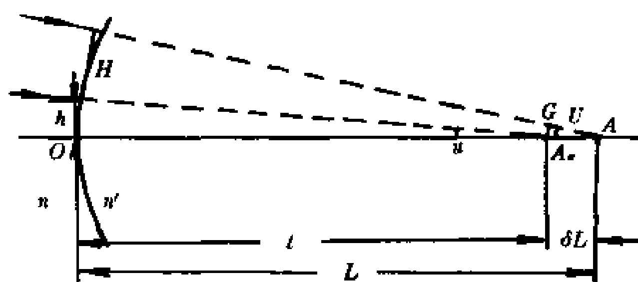


图 8-5

为得出一般的表示式，假设某一面的物方已有球差，如图 8-5 所示。分别从球面的顶点 O 和近轴物点 A_0 作子午光线的垂线，其长度为 $H=L\cdot\sin U$ 和 $G=\delta L\cdot\sin U$，则有

$$G=H-l\cdot\sin U$$

两边皆乘以 nu，以 h 代 lu，并根据公式(2-1)和(2-5)，有

$$u=h/r-i \text{ 和 } \sin U=H/r-\sin I$$

上式可化为

$$Gnu=hn\sin I-Hni$$

同理，对于像方，可得相应的公式

$$G'n'u'=hn'\sin I'-H'n'i'$$

以上二式相减，并将 $G=\delta L\sin U$ 和 $H=L\sin U$ 及 $G'=\delta L'\sin U'$ 和 $H'=L'\sin U'$ 代入，得

$$n'u'\sin U'\delta L'-nu\sin U\delta L=-(L'\sin U'-L\sin U)ni \tag{8-6}$$

令 $S_-=2(L'\sin U'-L\sin U)ni$，则

$$\delta L'=\frac{nu\sin U}{n'u'\sin U'}\delta L-\frac{1}{2n'u'\sin U'}S_- \tag{8-7}$$

可见，某表面像空间的球差由两部分构成，即物方球差在像空间的贡献和表面本身所产生的球差。前者通过相当于轴向放大率的因子($nu\sin U/n'u'\sin U'$)反映到像空间，后者由 S_- 决定。S_- 称为表面的球差分布系数，表征该表面对最后球差的贡献量。根据公式(7-5)，S_- 可化为

$$S_-=\frac{niL\sin U(\sin I'-\sin U)(\sin I-\sin I')}{\cos[(I-U)/2]\cos[(I'+U)/2]\cos[(I+I')/2]} \tag{8-8}$$

这是一个表征球面产生球差的重要表示式。可见，单个球面在三种情况下不产生球差：

1. $L=0$，此时 $L'=0$，即不论 U 角多大，射向顶点的光线都从顶点折射而出，不产生球差。

2. $\sin I-\sin I'=0$，此时 $I=I'=0$，即 $L=r$，物点位于球心。此时物点发出的所有光线均无折射地通过球面，像点仍在球心，即 $L'=r$。

3. $\sin I'-\sin U=0$ 或 $I'=U$，读者易于求出对应的物像点位置分别为

$$L=\frac{(n+n')}{n}r \text{ 和 } L'=\frac{(n+n')}{n'}r \tag{8-9}$$

可见，这一对无球差的共轭点位于球心的一侧，且都在球心之外，只能是实物成虚像（如图 8-6(a)）或虚物成实像（请读者自行画图）。物像之间的关系满足

$$\frac{\sin U'}{\sin U}=\frac{\sin I}{\sin I'}=\frac{n'}{n}=\frac{L}{L'} \tag{8-10}$$

上式表明，不管孔径角多大，这对共轭点的 $\sin U'/\sin U$ 和 L/L' 均为常数，都不产生球差。以后将会看到，这一对共轭点不仅能以任意宽的光束对轴上点成完善像，并且过该点的垂轴平面上与之很靠近的点也能以任意宽的光束成完善像，故称之为齐明点或不晕点，利用它可达到减小孔径的目的而不产生球差，在光学系统特别是高倍显微物镜中有重要应用。

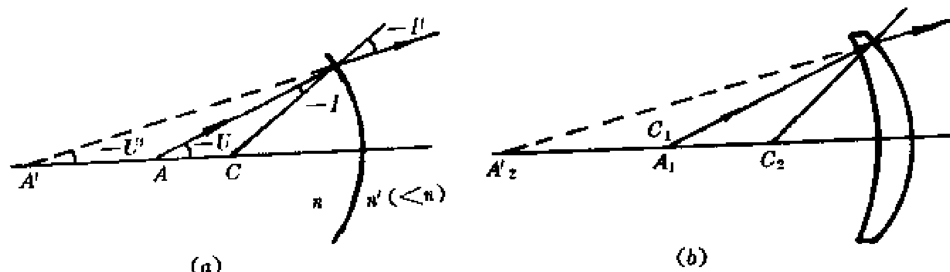


图 8-6

如果将情况 2 和情况 3 综合，可构成无球差的单透镜，图 8-6(b)所示即为一无球差正透镜，读者可自行画出类似的负透镜。它们常在面形检验仪器中起扩大孔径的作用。

对于整个系统中的每一面写出公式(8-6)并相加可得

$$n_k'u_k'\sin U_k'\delta L_k'-n_1u_1\sin U_1\delta L_1=-0.5\Sigma S_- \tag{8-11a}$$

或

$$\delta L'_k=\frac{n_1u_1\sin U_1}{n_k'u_k'\sin U_k'}\delta L_1-\frac{1}{2n'_ku'_k\sin U'_k}\Sigma S_- \tag{8-11b}$$

当物方无球差，即为实物点时，$\delta L_1=0$，上式成为

$$\delta L'_k=-\frac{1}{2n'_ku'_k\sin U'_k}\Sigma S_- \tag{8-12}$$

公式(8-8)、(8-11)和(8-12)称 Kerber 球差分布公式。其中各面产生的 S_- 即为该面的球差分布值，表征该面对系统球差贡献的大小。

以 § 4-8 所举的双胶合物镜为例，计算其边缘光线的球差分布值计算结果列于表 8-1。

表 8-1　双胶合物镜边缘光线球差分布值的计算

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
$L'\sin U'$	10.02913	9.85119	9.70828	
$-L\sin U$	10	9.80934	9.78158	抄自表 7-2
$L'\sin U'-L\sin U$	0.02913	0.04185	−0.07330	
× ni	0.160000	−0.422427	−0.178198	抄自表 4-1
$(1/2)S_-$	0.0046608	−0.0176786	0.0130617	$(1/2)\Sigma S_-=0.0000439$
$\div n'_2u'_2\sin U'_2$	−0.0100184	−0.0100184	−0.0100184	计算得
球差分布值	−0.465224	1.764612	−1.303770	$\delta L'=\Sigma=-0.004382$

§ 8-3　折射球面产生球差正负的判断及物距对球差的影响

在光学系统校正球差的过程中，必须正确判断各面产生球差的正负，以确定校正球差的方

向。根据上节给出的单个折射球面的三个无球差的物点位置，可将整个物空间分成四个以这三个点为界的区域。由公式(8-8)可知，球差的正负是由 $L\sin U$、i、$\sin I-\sin I'$ 和 $\sin I'-\sin U$ 这四个因子的正负决定的。

显然，第一因子 $L\sin U=PA\cdot\cos((I-U)/2)$ 总与 PA 同号；第二因子 i 总与 $\sin I$ 同号；第三因子 $\sin I-\sin I'=\sin I((n'-n)/n')$，其符号根据 n 和 n' 的相对大小易于确定；第四因子 $\sin I'-\sin U$ 可表示成 $n\sin U(L/r-(n'+n)/n)/n'$，其正负随不同区间而异。在 $PA>0$ 的情况下，分别对 $r>0$、$n'>n$ 的会聚面和 $r<0$、$n'<n$ 的发散面的上述各因子进行正负判断，分别得到表 8-2 和表 8-3 所列的结果。

表 8-2　单个折射面在各区间的球差正负

$r>0$ $PA>0$	$-\infty\leqslant L<0$		$0<L<r$		$r<L<(n'+n)r/n$		$(n'+n)r/n<L\leqslant\infty$	
	$n'>n$	$n'<n$	$n'>n$	$n'<n$	$n'>n$	$n'<n$	$n'>n$	$n'<n$
$L\sin U$	+	+	+	+	+	+	+	+
i 或 $\sin I$	+	+	−	−	+	+	+	+
$\sin I-\sin I'$	+会聚	−发散	−发散	+会聚	+会聚	−发散	+会聚	−发散
$\sin I'-\sin U$	+	+	−	−	−	−	+	+
S_{-}	+	−	−	+	−	+	+	−
$\delta L'$	−	+	+	−	+	−	−	+

表 8-3　$r<0$ 的球面在各区间的球差正负

			$-\infty\leqslant L<\frac{n'+n}{n}r$	$\frac{n'+n}{n}r<L<r$	$r<L<0$	$0<L\leqslant\infty$
$r<0$	$n'>n$	$\sin I-\sin I'$	− 发散	− 发散	+ 会聚	− 发散
	发散面	$\delta L'$	+ 正球差	− 负球差	− 负球差	+ 正球差
	$n'<n$	$\sin I-\sin I'$	+ 会聚	+ 会聚	− 发散	+ 会聚
$PA>0$	会聚面	$\delta L'$	− 负球差	+ 正球差	+ 正球差	− 负球差

若 $PA<0$，$\sin I$ 和 $\sin U$ 同时变号，这只引起各因子符号的同时改变，并不影响球差的正负。故单个折射球面产生的球差，其正负主要取决于光束的会聚还是发散。从以上二表可得出判断折射球面所产生球差正负的一般性结论如下：

1. 折射球面对光束起会聚作用(即 $\sin I-\sin I'>0$)时，产生负球差；对光束起发散作用时，产生正球差；但对从球心到齐明点的区间有相反结论。此区间称为折射球面的反常区。

2. 除反常区外，会聚球面对光束起会聚作用，产生负球差；发散球面对光束起发散作用，产生正球差。但从顶点到球心的区间例外。物点处于此区间时，会聚面反而对光束起发散作用，产生正球差；发散面对光束起会聚作用、产生负球差。此区间称为折射球面的半反常区。

3. 总之，会聚球面除在反常区和半反常区产生正球差外，均产生负球差；发散球面除在反常区和半反常区外，均产生正球差。

反射球面无反常区和半反常区。

§ 8-4 初级球差

在球差展开式(8-3)中略去高次项可得初级球差。在孔径较小时，初级球差接近实际球差；孔径较大时，初级球差与实际球差的差异即为高级球差。因此，对初级球差的讨论有实用意义。可用初级球差来表示实际球差的孔径范围，称为赛得区。在实际球差公式(8-8)和(8-11)中，以弧度代替正弦，以 1 代替余弦，并以近轴量 l 代替 L，可得初级球差表示式

$$\delta L'_0=\frac{n_1u_1^2}{n'_k u'^2_k}\delta L_0-\frac{1}{2n_k'u_k'^2}\Sigma S_I \tag{8-13}$$

$$S_I=luni(i-i')(i'-u) \tag{8-14}$$

当入射光束发自实物点时，$\delta L'_0=0$，式(8-13)右边仅余一项。可见，S_I 表征光学系统各面对初级球差的贡献，称初级球差分布系数。ΣS_I 称初级球差系数，也称第一赛得和数。公式表明，S_I 与孔径的四次方成正比，初级球差与孔径的平方成正比，相当于球差展开式中的第一项。只需计算一条自轴上物点发出的第一近轴光线的光路，即可求得初级球差。

讨论和计算初级球差，一方面是为了通过与实际球差的比较，了解高级球差及其分布，从而在系统设计时通过减小高级球差或用适当的初级球差与之平衡，较快地校正好球差；另一方面由于初级球差公式较简单，可表示成系统结构参数的函数，用来求取消球差的初始结构。

表 8-4　双胶合边光初级球差和实际球差分布及其比较

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
$lu=h$	10	9.78207	9.71097	由表 4-1 得
ni	0.160000	−0.422427	−0.178198	
$i-i'$	0.054482	−0.026043	0.071665	
$i'-u$	0.105518	−0.307024	−0.206637	
S_I	0.00919813	−0.0330404	0.0256260	$\Sigma S_I=0.0017837$
$\div(-2u'^2)$	−0.0200416	−0.0200416	−0.0200416	$u'_3=0.100104$
$\delta L'_0$	−0.45855	1.64859	−1.27864	$\delta L'_0=\Sigma=-0.0886$
$\delta L'$	−0.46522	1.76461	−1.30377	$\delta L'=\Sigma=-0.00438$
高级球差	−0.00667	0.11602	−0.02513	$\Sigma=0.08422$

根据表 4-1 的计算结果，可以算出前述双胶合物镜的边光初级球差分布，列于表 8-4 内。同时列出实际球差的计算结果。由表中可见，双胶合物镜的一、三两面，初级球差和实际球差接近，高级球差很小；而胶合面上显然高级球差较大。这是由于胶合面须产生较大的正球差以抵消一、三两面的负球差，一般而言，各面的球差贡献越大，其同号的高级球差量也越大；再者，胶合面两边折射率接近，只有以很小的半径使该面具有大的 i 角时，才能产生足以抵消一、三两面负球差的正球差，而 i 角的增大将是产生高级球差的主要因素。因而胶合面的高级球差远大于其他两面的高级球差之和，使整个物镜具有较大的高级正球差，导致物镜有一定的带球差，限制了双胶合物镜相对孔径的承受能力。

由初级球差公式还可知道，当保持相对孔径或数值孔径不变而整体缩、放光学系统时，由于只改变 h 或 l 而不会引起角度的变化，故球差也将成线性变化。这一结论对实际球差、高级球差和其他像差也都是正确的。

§8-5 薄透镜和薄透镜系统的初级球差

公式(8-13)和(8-14)便于对已知结构参数的系统计算其初级球差，但无法用它求解初始结构。而为了加快光学设计的进程，根据初级像差要求求解初始结构参数常常是必要的，故希望将初级像差公式表示成结构参数的函数。这一点对薄透镜来说是易于实现的。

对于单个薄透镜，初级球差可写成：

$$\delta L'_0=\frac{1}{2n'_2u'^2_2}[l_1u_1n_1i_1(i_1-i'_1)(i'_1-u_1)+l_2u_2n_2i_2(i_2-i'_2)(i'_2-u_2)]$$

其中，lu 就是光线在折射面上的高度 h，而

$$ni=n(\frac{h}{r}-u)=hn(\frac{1}{r}-\frac{1}{l})=hQ \tag{8-15}$$

$$(i-i')(i'-u)=h^2Q\Delta\frac{1}{nl} \tag{8-16}$$

由此，初级球差分布系数 S_{I} 可表示成

$$S_{\text{I}}=h^4Q^2\Delta\frac{1}{nl} \tag{8-17}$$

式中，Q 为阿贝不变量。

对于单个薄透镜，当光焦度 φ 一定时，二个面的曲率中仅一个为自由变数，且 l_1 和 l'_2也有一定的关系。若以 ρ_1、ρ_2、σ_1 和 σ'_2 分别表示 r_1、r_2、l_1 和 l'_2的倒数，则可将单个薄透镜的初级球差最终表示成结构参数的函数，即

$$\delta L'_0=-\frac{1}{2n'u'^2}h^4A \tag{8-18}$$

其中

$$A=\frac{n+2}{n}\varphi\rho_1^2-(\frac{2n+1}{n-1}\varphi^2+\frac{4n+4}{n}\varphi\sigma_1)\rho_1+\frac{3n+1}{n-1}\varphi^2\sigma_1+\frac{3n+2}{n}\varphi\sigma_1^2+\frac{n^2}{(n-1)^2}\varphi^3 \tag{8-19a}$$

或

$$A=\frac{n+2}{n}\varphi\rho_2^2+(\frac{2n+1}{n-1}\varphi^2-\frac{4n+4}{n}\varphi\sigma'_2)\rho_2-\frac{3n+1}{n-1}\varphi^2\sigma'_2+\frac{3n+2}{n}\varphi\sigma'^2_2+\frac{n^2}{(n-1)^2}\varphi^3 \tag{8-19b}$$

由以上公式可见，薄透镜的初级球差除与物体位置、透镜的折射率有关外，还与透镜的形状有关。对于给定折射率和物体位置的透镜，如保持光焦度不变而改变其形状，其初级球差按抛物线变化。这种保持光焦度不变而改变透镜形状的做法称整体弯曲。

将(8-19a)式代入(8-18)式并求 $\delta L'_0$ 对 ρ_1 的一阶导数和二阶导数可知，当

$$\rho_{10}=\frac{(2n+1)n}{2(n+2)(n-1)}\varphi+\frac{2(n+1)}{n+2}\sigma_1 \tag{8-20}$$

时，球差为极值。

球差为极值时的透镜称最佳形状透镜。由式(8-20)可导出，当物体位于无穷远时，有

$$\rho_{10}=\frac{n(2n+1)}{2(n+2)(n-1)}\varphi \tag{8-21}$$

$$\delta L'_0=-\frac{h^2}{8f'}\cdot\frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)} \tag{8-22}$$

上式对于正透镜为极大值，对于负透镜为极小值。故正透镜恒产生负球差，负透镜恒产生正球

差。图 8-7 画出了当 $n=1.5$ 时正透镜的球差值与其形状的关系，请读者对负透镜画出类似的图形。消去 φ 可得

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{n(2n+1)}{2n^2-n-4}=\frac{r_2}{r_1} \tag{8-23}$$

根据上式，只有 $n=1.68614$ 的玻璃，其最佳形状是严格的凸面朝向物体的平凸透镜。但对于一般应用于可见光波段的光学玻璃，在 $l=\infty$ 时，凸面朝向物体的平凸透镜虽非严格的最佳形状，但其球差已接近最小值。因此当仅需用单透镜对无穷远物体成像时，取平凸透镜为最佳。还可见，当 h 和 f' 一定时，透镜的球差随折射率的增大而减小，这是因为高折射率使透镜表面半径增大从而减小了折射面相对孔径 h/r 之故。对于应用于其他波段的材料，n 值将远离 1.68614，此时的最佳形状请读者自行考虑。

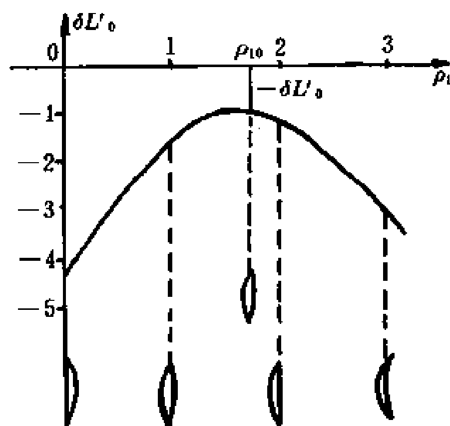
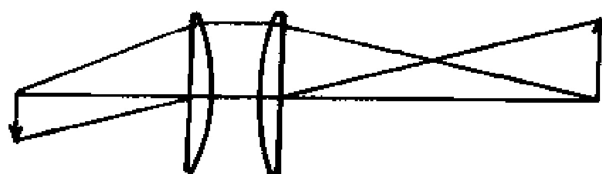


图 8-7

此外，判别透镜的形状是否最佳还有一个简单的方法，即当透镜的形状恰使入射和出射光线对透镜对称时，所产生的球差为最小。这是因为光线正处于最小偏角状态之故。此时，二个面的球差贡献几乎相同。按此易知：当以负 1 倍的倍率成像时，以等半径的双凸透镜为最佳；物位置接近焦平面时，以平面朝向物体的平凸透镜最优。例如照明用聚光镜系统，常采用如图 8-8 所示的形式。


图 8-8

以上是单个薄透镜的情况，对于薄透镜系统，可将其初级球差表示式写成

$$\delta L'_0=-\frac{1}{2n'u'^2}\Sigma S_\text{I}=-\frac{1}{2n'u'^2}\Sigma h^4A \tag{8-24}$$

式(8-24)是初级球差按透镜分布的表示式，其中，A 是每个透镜的结构参数的函数，按照(8-19)式计算。对于相接触的薄透镜系统，光线在各透镜上的高度相等。

式(8-24)可用于求解薄透镜系统的初始结构。下面对两种最常遇到的情况讨论之。

1. 双胶合透镜组

双胶合透镜组有三个折射面，当二透镜的光焦度 φ_I 和 φ_I 根据色差要求分配确定(详见色差章)后，仅留下一个自由变数。通常选择胶合面的曲率 ρ_2 作为变量，得双胶合透镜组的初级球差公式为

$$\begin{aligned}\delta L'_0&=-\frac{1}{2n'u'^2}[A_\text{I}(n_\text{I},\varphi_\text{I},\rho_2,\sigma'_\text{I})+A_\text{I}(n_\text{I},\varphi_\text{I},\rho_2,\sigma_\text{I})]\\&=a\rho_2^2+b\rho_2+c\end{aligned} \tag{8-25}$$

不论是要求消球差，还是要求补偿系统中其他光学零件产生的球差，都可应用上式根据具体要求解得双胶合镜组的 ρ_2。当然，先决条件是 $b^2-4a(c-\delta L'_0)\geqslant 0$，这取决于玻璃对的挑选是否合理。

2. 微小间隙的双分离镜组

由正、负透镜共四个折射面组成。当二透镜的光焦度 φ_I 和 φ_I 确定后，还有二个自由变数，二透镜可各自作整体弯曲。一般取 ρ_1 和 ρ_3 作为变量，得

$$\delta L'_0=-\frac{1}{2n'u'^2}[A_\text{I}(n_\text{I},\varphi_\text{I},\rho_1,\sigma_\text{I})+A_\text{I}(n_\text{I},\varphi_\text{I},\rho_3,\sigma_\text{I})]$$

$$=a_1\rho_1^2+a_2\rho_3^2+b_1\rho_1+b_2\rho_3+c \tag{8-26}$$

式中，σ_2 可由 σ_1 和 φ_1 决定。多余的一个变量可用来校正另一种像差。

§8-6 平行平板的球差

光学系统中常用于转像或转折光轴的反射棱镜，相当于具有一定厚度的平行平板。在§3-3中已经知道，中心在光轴上的同心光束入射于与光轴垂直的平行平板时，与光轴成不同角度的光线经其折射以后，具有不同的轴向位移。这就是平行平板的球差。显然，它就是实际光线与近轴光线的轴向位移量之差，如图8-9所示，有

$$\delta L'_p=\triangle L'-\triangle l'$$

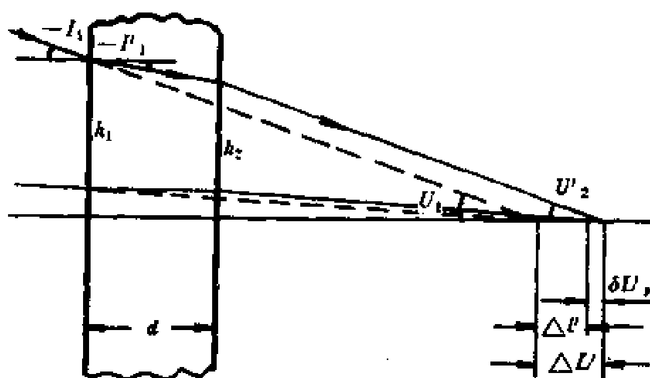


图 8-9

将公式(3-4)和(3-1)代入得

$$\delta L'_p=\left(1-\frac{\cos I_1}{\cos I'_1}\right)\frac{d}{n} \tag{8-27}$$

即为平行平板的实际球差公式。式中 I_1 即为该光线的孔径角 U_1。

平行平板的初级球差公式可从一般公式(8-14)和(8-13)推出，有

$$\Sigma S_1=-\frac{n^2-1}{n^3}du_1^4 \tag{8-28}$$

$$\delta L'_p=-\frac{1}{2n'_2u'^2_2}\Sigma S_1=\frac{n^2-1}{2n^3}du_1^2 \tag{8-29}$$

可见，平行平板恒产生正球差，其大小随平板厚度 d 和入射光束孔径角 u_1 的增大而增大。平板只有当处于 $u_1=0$ 的平行光束中才不会产生球差。

例如，在图6-11所示的双筒棱镜望远镜中，若物镜的相对孔径为1/3.5、二块转像棱镜相当于厚度为86毫米的平行平板，其折射率为1.5696，则按公式(8-29)和(8-27)可算出此平板产生的初级球差和实际球差分别为0.3322和0.3360。此时高级球差很小，但该物镜系统的球差容限为0.0272，因此物镜须保留−0.33的球差来与之补偿。

同理，在数值孔径为0.65的显微物镜的发散光束中，由0.17毫米厚的盖玻片所产生的初级球差和实际球差分别为0.0134毫米和0.0178毫米，均已超过物镜的球差容限，且高级球差也大。所以，在大孔径高倍显微物镜中，盖玻片应作为物镜的一个光学零件来一起校正球差。

习 题

1. 一个光学系统，知其只包含初级和二级球差，更高级的球差可忽略不计。已知该系统的

边光球差 $\delta L_m=0$，0.707 带光球差 $\delta L'_z=-0.015$，求：(1)表示出此系统的球差随相对高度h/h_m的展开式，并计算 0.5 和 0.85 带光线的球差；(2)边缘光的初级球差和高级球差；(3)最大的剩余球差出现在哪一高度带上？数值是多少？

2. 上题的系统，如果改变系统参数(保持焦距不变)调整初级球差使边光球差与带光球差等值异号，并假设改变结构参数时高级球差不变，求出此时的球差展开式以及边光和带光的球差值；并回答在哪一高度带上球差为零？哪一高度带上剩余球差最大？数值为何？

3. 如果把第一题中系统的相对孔径提高一倍，边光的初级球差、高级球差和实际球差各为多少？如果改变结构参数使初级球差在边缘带重与高级球差(仍假定不随结构参数而变)平衡而使边光球差为零，问此时带光球差为多少？

4. 如果第一题中的光学系统，允许带光球差可增大一倍，问：(1)若保持焦距不变，相对孔径可增大到多少？(2)若保持相对孔径不变，焦距可增大到多少？

5. 已知会聚折射球面的一对齐明点相距 30mm，球面二边介质的折射率分别为 $n=1.5$ 以及 $n'=1$，求此折射球面的曲率半径及齐明点的位置和放大率。如将其组成一个无球差的透镜，厚度为 5mm，写出此透镜的结构参数。如将此透镜用于一个系统的像方会聚光束中，其光束孔径角 $u'=0.25$，问经此透镜后，光束的孔径角将为何值？

6. 根据第七章习题第 4 题对平凸透镜的光线追迹数据，计算其初级球差和实际球差的分布值，并作比较求出各面的高级球差大小。再应用公式(8-18)计算此平凸透镜的初级球差，并与按每面分布求得的数值比较之，说明其些许差异的来源。

7. 透镜的焦距一定时，其初级球差随形状而异，并且球差值为最小时的最佳形状也因折射率的不同而不同。试求焦距为 100mm 的透镜(略去厚度)，对无穷远物体成像时的最佳形状，即二个面的半径值。分别对 $n=1.5$，1.6，1.7，2，3，4 计算之。

8. 单正透镜恒产生负球差，而平行平板恒产生正球差。有一折射率为 1.666 的单透镜，它对无穷远物体成像时的最小球差形状，正好是凸面朝向物体时的平凸形状。据理回答在其后面加上尽可能厚的平行平板，能否以其正球差抵消了透镜的负球差。

9. 有二块朝向物体的平凸透镜各自对无穷远物体成像，焦距和孔径均相同，但二块透镜的折射率不同，一块为 1.5，另一块为 1.8，试问：(1)为尽可能减小它们的球差，透镜应向什么方向作整体弯曲？(2)二块透镜相比，那一块的球差值小些？为什么？(3)计算折射率为 1.5163 的单透镜对无穷远轴上点成像时球差为最小的形状，即二个面的半径(设 $f'=100$mm)。

第九章　正弦差

前面所讨论的球差只能表征光学系统对轴上物点以单色光成像时的像质，而大多数光学系统需要对有限大小物面成像。如果视场较小，其边缘点可认为与轴上点很靠近，这种近轴物点的像差性质要比远轴点简单得多。本章讨论的就是这种近轴轴外点的像差性质。

§9-1　正弦条件与赫歇尔条件

一、正弦条件

光学上的正弦条件是当光学系统对轴上点成完善像时，使在垂轴方向上与之无限靠近的物点也成完善像的充分必要条件。这就是说，若光学系统满足正弦条件，就能对小视场物面完善成像。正弦条件可由费马原理导出。

如图 9-1，光轴上的点 A 成完善像于 A'。B 是在过 A 的垂轴方向上无限靠近 A 的一点，设它也被系统成完善像于 B'。分别以 y 和 y' 表示 AB 和 $A'B'$。过 A 点的光线 OA 与光轴成 U 角，其共轭光线 $O'A'$ 与光轴成 U' 角。过 B 点的光线 OB 与光轴成 $U+dU$ 角，其共轭光线 $O'B'$ 与光轴成 $U'+dU'$ 角。根据费马原理，光程 $(OAA'O')$ 应与 $(OBB'O')$ 相等，即

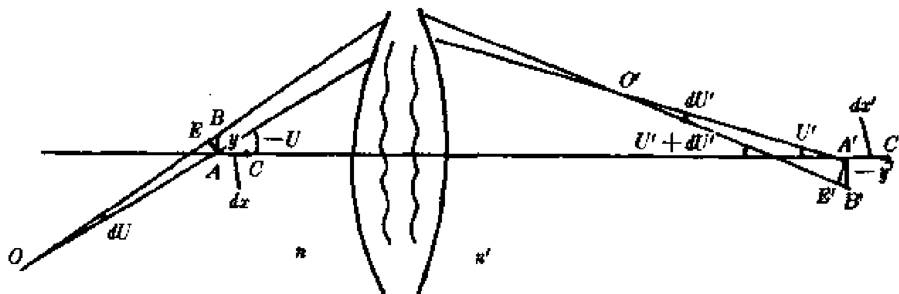


图 9-1

$$n\cdot OA+(AA')-n'\cdot O'A'=n\cdot OB+(BB')-n'\cdot O'B'$$

故有

$$n(OA-OB)-n'(O'A'-O'B')=(BB')-(AA') \tag{a}$$

以 O 点为中心，OA 为半径作圆弧，交光线 OB 于 E。因 dU 角极小，从△ABE 可得

$$OA-OB=BE=AB\cdot\sin(-U)=-y\sin U \tag{b}$$

同理，在像方可得

$$O'A'-O'B'=-y'\sin U' \tag{c}$$

将 (b) 和 (c) 式代入 (a) 式，得

$$n'y'\sin U'-ny\sin U=(BB')-(AA')$$

因 A' 和 B' 分别是 A 和 B 的完善像，根据费马原理，其间的光程各为极值，即 $\delta(AA')=\delta(BB')=0$，因此光程 (AA') 和 (BB') 各为常数，二者之差也为常数，该常数可用一条沿光轴的光线来确定。对于这条光线，$U=U'=0$，故该常数为 0，由此得

$$n'y'\sin U'=ny\sin U \tag{9-1}$$

这就是正弦条件。这是光学系统对垂轴小面积成完善像所需满足的条件。或者说，当轴上点能以宽光束成完善像时，若满足此条件，过该点的垂轴小面积上的其他点也能以宽光束成完善像。

公式(9-1)又可化为

$$\frac{n\sin U}{n'\sin U'}=\beta \tag{9-2}$$

当物体位于无穷远时，$\sin U=0$，正弦条件须表示成另一种形式。以$-(l-f)/f$代替β，并有$l\sin U=h$，可导出

$$\frac{h}{\sin U'}=f' \tag{9-3}$$

显然，仅由轴上点光线的光路计算结果就能方便地判断光学系统是否满足正弦条件。例如边缘光线，若已对其校正了球差，并根据其光路计算结果求取比值$n\sin U/n\sin U'$或$h/\sin U'$，它们与按近轴光线所算得的放大率$\beta=nu/n'u'$或焦距$f'=h/u'$之差为

$$\delta\beta=\frac{n\sin U}{n'\sin U'}-\beta \tag{9-4}$$

$$\delta f'=\frac{h}{\sin U'}-f' \tag{9-5}$$

即表示系统偏离正弦条件的程度。

光轴上校正了球差并满足正弦条件的一对共轭点，称为齐明点或不晕点。上一章已知，单个折射球面存在三对无球差的共轭点，其中$l=l'=0$和$l=l'=r$这二对显然满足正弦条件，而$l'=(n+n')r/n'$和$l=(n+n')r/n$这一对，读者可自行证明有

$$\frac{n\sin U}{n'\sin U'}=\beta=\frac{n^2}{n'^2}$$

所以，以上三对共轭点都是满足正弦条件的齐明点。

正弦条件不满足，将使物面上不在光轴上的点，即使很靠近光轴，也不能在共轭像平面上给出完善的像。这将会使轴外点的成像光束失去对主光线的对称而产生彗差。

二、赫歇尔条件

光学上的赫歇尔条件是：当光学系统在对轴上点成完善像时，在沿轴方向上与之很靠近的另一点也成完善像时所需满足的条件。

设轴上点A成完善像于A'，轴上与之相距dx的另一点C成完善像于C'，且$A'C'=dx'$，如图9-1所示。用以上讨论正弦条件完全相同的方法可得

$$n'dx'(1-\cos U')=ndx(1-\cos U)$$

引入轴向放大率α与β的关系，即可得到赫歇尔条件的数学表达式为

$$n'y'\sin\frac{U'}{2}=ny\sin\frac{U}{2} \tag{9-6}$$

比较赫歇尔条件和正弦条件可知，在一般情况下，二者是不能同时被满足的。这表明，光学系统对某一垂轴物平面成完善像后，不能再对附近的其他物平面成完善像。因此，要寻求一个对整个空间都完善成像的万能光学系统是不可能的。

§9-2 等晕成像和等晕条件

正弦条件以轴上点完善成像为前提。但从上一章的讨论可知，实际的光学系统仅能对物点发出的光束中的一个带或二个带的光线校正球差，因此，即使是轴上点也不可能是真正的完善

成像。此外，轴上点球差校正不佳或不能校正时，成像也不完善。此时，轴外近轴点当然也不可能完善成像，充其量只能要求它的像质与轴上点一致，即具有相同程度的成像缺陷，我们称之为等晕成像。

既然轴上点成像时只有球差，那么，根据等晕成像的要求，在垂轴平面上与之无限靠近的轴外点也只有球差，并且对应孔径角球差相等，二者具有相同的光束结构，如图 9-2 所示。这时所要满足的条件称等晕条件。

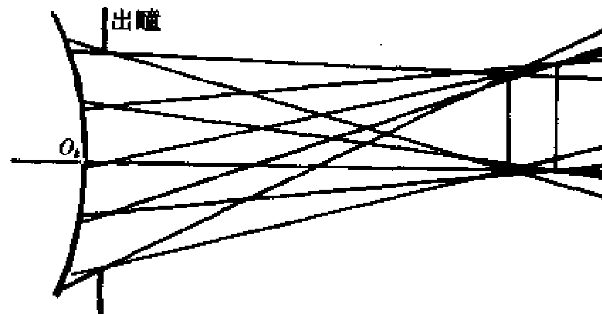


图 9-2

对于近轴点，由于视场很小，成像时的球差总可认为与轴上点相同，其它与视场高次方成比例的像差也可忽略不计，因此与轴上点的差别仅在于成像光束有可能失去相对于主光线的对称性。这是一种与视场一次方成比例而在视场很小时就会出现的像差，称为彗差。彗差分别在子午和弧矢平面上度量，以主光线二侧且对称于主光线的成对光线在像空间的交点 B'_t 和 B'_s(如图 9-3)相对于主光线的偏离来表示，B'_tB' 称子午彗差，$B_s'B'$ 称弧矢彗差。显然，近轴点的像存在彗差是光学系统不满足等晕条件的标志。

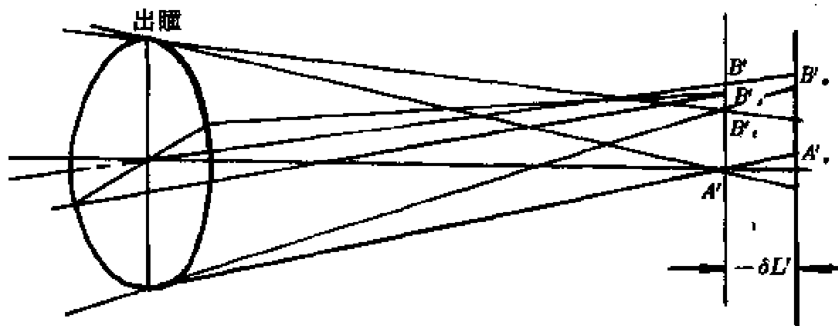


图 9-3

通常用弧矢彗差(即 $K_s=B_s'B'$)与 $A'B'$ 之比来描述光学系统对等晕条件的偏离程度，用 OSC 表示，称为正弦差，即

$$\mathrm{OSC}=\frac{K_s}{A'B'}=\frac{y'_s}{A'B'}-1 \tag{9-7}$$

式中，y'_s 是一对弧矢光线交点的高度。下面寻求 y'_s 的有关表示式。

如图 9-4 所示，B'_s 是近轴物点 B 发出，与轴上点 A 相同孔径角的一对弧矢光线经折射球面后的交点。由于弧矢光线对称于子午平面，它一定在子午面内，且位于辅轴 BC 上。又由于球差与 A 点相同，并无与视场高次方成比例的像差存在，B_s' 点必在过 A' 点的垂轴平面内。据此找到 B'_s，显然有 $y'_s/y_s=(L'-r)/(L-r)$。根据式(2-1)和(2-4)，可得

$$n'y'_s\sin U'=ny_s\sin U$$

由于三个因子均系转面不变量，故对整个系统有

$$n'_k y'_{sk} \sin U'_k = n_k y_{sk} \sin U_k = \cdots = n_1 y_{s1} \sin U_1 \tag{9-8}$$

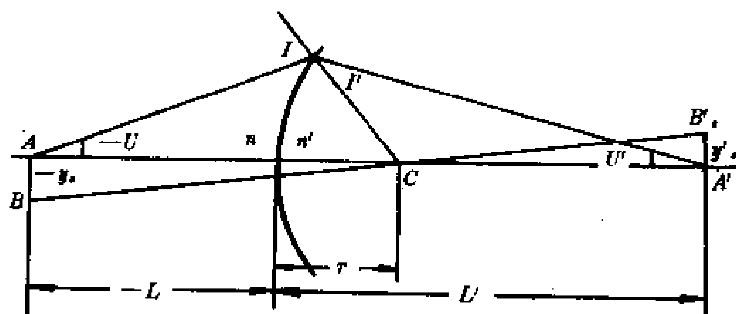


图 9-4

此式表明，在光学系统的任意空间内，折射率、轴上点光线孔径角的正弦以及相同孔径的一对弧矢光线的交点高度之乘积是一不变量，称为弧矢不变量。

读者也可从弧矢不变量直接得出正弦条件。

将公式(9-7)中的 y_s' 用弧矢不变量的表示式代入，并考虑到球差的存在，按图 9-5 中的几何关系将 $A'B'$ 用 y' 表示，再引入 $y'/y=\beta=nu/n'u'$，可得

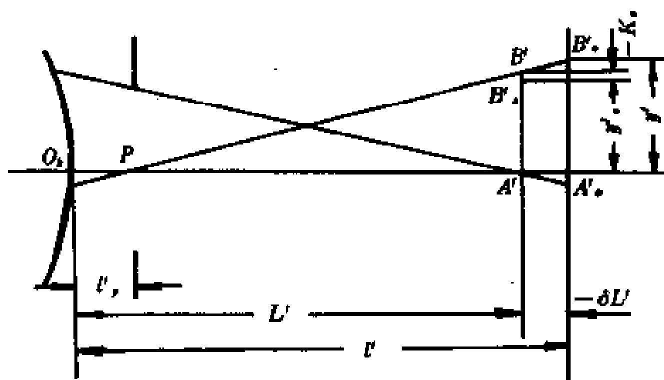


图 9-5

$$\mathrm{OSC}=\frac{n\sin U}{\beta n'\sin U'}\cdot\frac{l'-l'_z}{L'-l'_z}-1 \tag{9-9}$$

或

$$\mathrm{OSC}=\frac{\sin U}{\sin U'}\cdot\frac{u'}{u}\cdot\frac{l'-l'_z}{L'-l'_z}-1 \tag{9-10}$$

这就是正弦差的表示式。若 $OSC=0$，表示系统满足等晕条件。当轴上点由于球差而不完善成像时，满足此条件可使垂轴小面积等晕成像。

从以上公式可见，为计算正弦差以判断近轴点的像质，只需利用轴上点的光线计算结果，外加一条第二近轴光线的计算即可达到目的。为使正弦差的公式表示得更明确、简洁和便于计算，将 $l'=L'-\delta L'$ 代入，并且一般总取 $u=\sin U$，忽略高次小量(即取 $\sin U'=u'$ 和 $L'=l'$)后，式(9-9)可化为

$$\mathrm{OSC}=\frac{\delta\beta}{\beta}-\frac{\delta L'}{l'-l'_z} \tag{9-11}$$

当物体位于无穷远时，按公式(9-3)的来源，可将上式表示成

$$\mathrm{OSC}=\frac{\delta f'}{f'}-\frac{\delta L'}{l'-l'_z} \tag{9-12}$$

以上二式中，$\delta\beta$ 和 $\delta f'$ 分别由式(9-4)和(9-5)决定。

以上计算正弦差的公式中，都包含有出瞳位置因子 l'_z，它随孔阑位置而变。因此，当系统

的球差已定而不满足等晕条件时，一定可以找到一个光阑位置使系统的正弦差为零。挑选光阑位置来校正某一种与其有关的像差是光学设计时常用的手段。

有些对无穷远物体成像的单组系统，如双胶合、双分离望远物镜，其孔阑常与之重合，即 $l'-l'_z\approx f'$。而对称式照相物镜有 $l'-l'_z=f'$，对这类系统，式(9-12)成为

$$\mathrm{OSC}=\frac{\delta f'-\delta L'}{f'} \tag{9-13}$$

因此，当 $\delta f'$ 与 $\delta L'$ 相等时就表示满足等晕条件。通常将二者以相同的比例画在球差曲线图中，二者之差就可表示光学系统偏离等晕条件的程度。对前举双胶合望远物镜的有关计算结果如下表：

h	L'	$\delta L'$	$h/\sin U'$	$\delta f'$	OSC
0.0	97.009	0.000	99.8961	0.0000	0.0000
3.0	97.001	−0.008	99.8929	−0.0032	0.000048
5.0	96.989	−0.020	99.8861	−0.0100	0.000100
7.07	96.983	−0.026	99.8888	−0.0070	0.000190
8.5	96.987	−0.022	99.8977	0.0016	0.000236
10.0	97.005	−0.004	99.9201	0.0240	0.000280

按表作曲线，如图 9-6 所示。正弦差一般应小于±0.0025，所举物镜的 OSC 值已很小，可认为已较好地满足等晕条件。

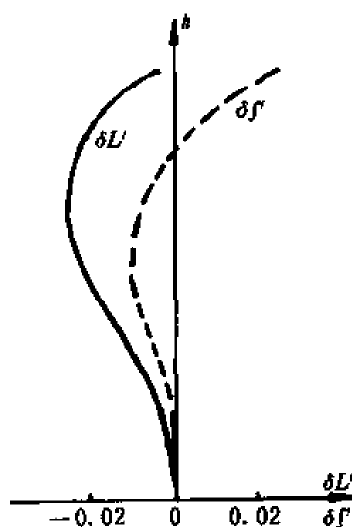


图 9-6

§9-3 正弦差的分布

前面已知，为使垂轴物平面上近轴点的像也与轴上点一样具有良好的像质，光学系统必须满足等晕条件。但上一节导出的正弦差公式(9-9)～(9-13)只可用于判断，并不能表明在设计时如何才能使系统满足等晕条件，因此有必要将 OSC 表示成系统各面的贡献之和，并使之能与光学系统的结构参数相联系。

在式(9-11)中，以 $\beta=nu/n'u'$ 代入，并取 $u=\sin U$，$l=L$，再利用拉氏不变量公式(2-37)可导

出

$$\mathrm{OSC}=\frac{u'}{j\sin U'}=\left[n'u'_z\sin U'(L'-l'_z)-nu_z\sin U(L-l_z)\right]$$

其中方括号内的部分与 Kerber 球差分布公式(8-11a)在形式上完全一致，只是以第二近轴光线的量来取代其中第一近轴光线的量而已，而上一章导出球差分布公式时，并未对近轴光线和实际光线作什么限制，只要它们通过同一系统即可，于是按照球差分布公式可得

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{OSC}=-\frac{u'}{2j\sin U'}\Sigma S_{\pm}\\&S_{\pm}=S_{-}\frac{i_z}{i}\end{aligned}\right\}\qquad(9\text{-}14)$$

这就是正弦差的分布公式。$S_{\pm}$ 表征了表面的正弦差贡献。当 $\Sigma S_{\pm}=0$ 时，OSC=0，系统满足等晕条件。由于 OSC≠0 会导致近轴点成像的彗差，故称 $\Sigma S_{\pm}$ 为彗差系数。

由以上公式可知，光学系统的球差得到校正，而 OSC 未能自然校正的原因在于各面的 i_z 和 i 角不同，并且凡表面产生球差和高级球差时，必伴生正弦差和高级正弦差。但由球差所伴生的正弦差数量与 i_z 值有关，$i_z=0$ 的面(光阑在球心)不论球差多少都不会有正弦差。

为计算正弦差的分布值，只需在计算球差分布值的基础上，再算一条第二近轴光线的光路即可。读者可按此计算前面所举的双胶合物镜的正弦差，结果必与上节按(9-12) 式直接算得的结果相同。

参照从 s_{-} 的表示式(8-8)获得近似值 S_{I} 的方法，在公式(9-14)中，以弧度代替角度的正弦，以 S_{I} 代替 S_{-}，可得到正弦差的近似表达式：

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{OSC}_0=-\frac{1}{2j}\Sigma S_{\mathrm{II}}\\&S_{\mathrm{II}}=luni_z(i-i')(i'-u)=S_{\mathrm{I}}\frac{i_z}{i}\end{aligned}\right\}\qquad(9\text{-}15)$$

按此式算得的 OSC_0 称为初级正弦差；ΣS_{II} 称为初级彗差系数或第二赛得和数。兹对前面所举的双胶合望远物镜计算正弦差和初级正弦差分布，列于表 9-1 中。

表 9-1　双胶合物镜正弦差分布

	第一面	第二面	第三面	
S_{I}	0.00919813	−0.0330404	0.0256260	抄自表 8-4
× i_z/i	0.0327100	−0.112540	−0.280092	由表 7-1、表 4-1 得
S_{II}	0.0030087	0.00371837	−0.00717763	$\Sigma=-0.0004506$
$-(-1/2j)$	−0.955365	−0.955365	−0.955365	$j=0.52336$
OSC_0	−0.0028744	−0.0035523	0.0068572	$\Sigma=0.0004305$
实际正弦差分布	−0.0029137	−0.0038024	0.0069920	0.0002759

根据以上算得的正弦差分布和初级正弦差分布，读者可以算出各面的高级正弦差分布，结果将证明，最大的高级正弦差仍由胶合面产生，这是由胶合面上大的高级球差伴生的结果。

§9-4　薄透镜和薄透镜系统的初级正弦差

类似于初级球差系数、初级彗差系数也可表示成与薄透镜系统结构参数相关联的有用表达式。根据公式(8-17)和(8-15)，ΣS_{II} 可表达成

$$\Sigma S_{\text{I}}=\Sigma h^3 h_r QQ_r \triangle \frac{1}{nl} \qquad (9\text{-}16)$$

式中，h_r 是第二近轴光在表面上的高度；Q_r 是第二近轴光的阿贝不变量。后者可用拉氏不变量 j 和 Q 表示，即

$$j=hh_r(Q_r-Q)$$

所以

$$Q_r=\frac{j}{hh_r}+Q \qquad (9\text{-}17)$$

将其代入式(9-16)得

$$\Sigma S_{\text{I}}=\Sigma h^3 h_r Q^2 \triangle \frac{1}{nl}+j\Sigma h^2 Q \triangle \frac{1}{nl} \qquad (9\text{-}18)$$

可见，对于接触薄透镜系统，上式右面第一项表征球差。因此，当其为消球差镜组或光阑与之重合时，该项为零，于是

$$\Sigma S_{\text{I}}=jh^2 \Sigma Q \triangle \frac{1}{nl} \qquad (9\text{-}19)$$

将其代入式(9-15)，并令 $\Sigma Q\triangle(1/nl)=B$，可得消球差的或光阑与之重合的薄镜组的初级正弦差表示式

$$\mathrm{OSC_0}=-\frac{1}{2}h^2 B \qquad (9\text{-}20)$$

所以，只要 $B=0$，就能使它满足等晕条件。

对于单个薄透镜，类似于推导薄透镜的初级球差公式(8-18)和(8-19)，可将 B 表示成 φ、n、σ_1 和 ρ_1 或 φ、n、σ_2' 和 ρ_2 的函数，即

$$B=\frac{n+1}{n}\varphi\rho_1-\frac{2n+1}{n}\varphi\sigma_1-\frac{n}{n-1}\varphi^2 \qquad (9\text{-}21)$$

$$B=\frac{n+1}{n}\varphi\rho_2-\frac{2n+1}{n}\varphi\sigma'_2+\frac{n}{n-1}\varphi^2 \qquad (9\text{-}22)$$

所以，单个薄透镜的初级正弦差表示式为

$$\mathrm{OSC_0}=-\frac{1}{2}h^2\left(\frac{n+1}{n}\varphi\sigma_1-\frac{2n+1}{n}\varphi\sigma_1-\frac{n}{n-1}\varphi^2\right) \qquad (9\text{-}23)$$

可见，当对与光阑重合的单个薄透镜作整体弯曲时，$\mathrm{OSC_0}$ 呈线性变化，故单个透镜总存在能满足等晕条件的解。

对于双胶合镜组，当以胶合面作为变量时，可对第一透镜应用(9-22)式，对第二透镜应用(9-21)式，有

$$\mathrm{OSC_0}=-\frac{1}{2}h^2[B_{\text{I}}(n_{\text{I}},\varphi_{\text{I}},\sigma'_{\text{I}},\rho_2)+B_{\text{I}}(n_{\text{I}},\varphi_{\text{I}},\sigma_{\text{I}},\rho_2)] \qquad (9\text{-}24)$$

可见，对一定位置的物体，双胶合物镜的正弦差是胶合面曲率的线性函数，因此总能利用整体弯曲使正弦差为零或某一保留值。然而，若与球差方程(8-25)结合起来考虑，一般就不能同时满足。但如果双胶合镜组的玻璃挑选恰当，二公式有可能同时满足。这样的双胶合组可用在小视场系统，如望远镜和低倍显微镜中独立作为物镜之用。

对于微小间隙的双分离镜组可写出

$$\mathrm{OSC_0}=D_1\rho_1+D_2\rho_3+E \qquad (9\text{-}25)$$

将此式与公式(8-26)联立求解，就可得到同时满足球差和正弦差要求的解 ρ_1 和 ρ_3，从而得到双分离透镜组的结构参数。

习 题

1. 根据第七章习题第 4 题对平凸透镜的边光和近轴光的追迹结果，计算其正弦差。设第一面凸面为入瞳。再根据第八章第 6 题对同一透镜所求得的球差分布求正弦差的分布。

2. 与光阑重合之单透镜能否把正弦差校正到零？如欲将上题的少量正弦差通过整体弯曲进一步校正到零，应向什么方向弯曲？应用公式(9-21)计算 OSC=0 的透镜形状，即两个面的半径(已知 $l=-\infty$，$f'=100\text{mm}$，$n=1.5163$)。

3. 本书中一直引以举例的双胶合望远镜物镜，已很好地校正了球差和正弦差。其有关数据为：$l'=97.009\text{mm}$，$f'=99.8961\text{mm}$，$u'=0.100104$。今欲在其后面加一负的齐明透镜，以使整个系统(相当于内调焦物镜)的焦距成为 160mm，而仍能保持原来的球差和正弦差校正良好的性质。设齐明透镜的厚度为 3mm，与双胶合镜组相距 40mm，求齐明透镜的折射率和二个面的半径。

第十章　轴外像差

§10-1　轴外像差概述

由于组成光学系统的折射球面对光束会聚时的球差性质和对平面物体成像时的弯曲性质(第二章已述),使得光学系统对轴外点成像时衍生出一系列像差,其成像性质要比轴上点复杂得多。下面先通过对单个折射球面的讨论,定性地阐明轴外像差的成因和性质。

如图 10-1,B 为物平面上一远离光轴的点,它总可认为在辅轴上。B'_0 是 B 点的高斯像,B' 是 B 点的近轴像,由于像面弯曲,它并不与 B'_0 重合。对辅轴而言,B 点仅产生球差,但因 B 点的成像光束中,各光线相对于辅轴有不同的高度、不同球差,使折射光束失去对主光线的对称性,造成聚焦缺陷。这些缺陷通常用子午平面和弧矢平面(光学系统中包含主光线并与子午平

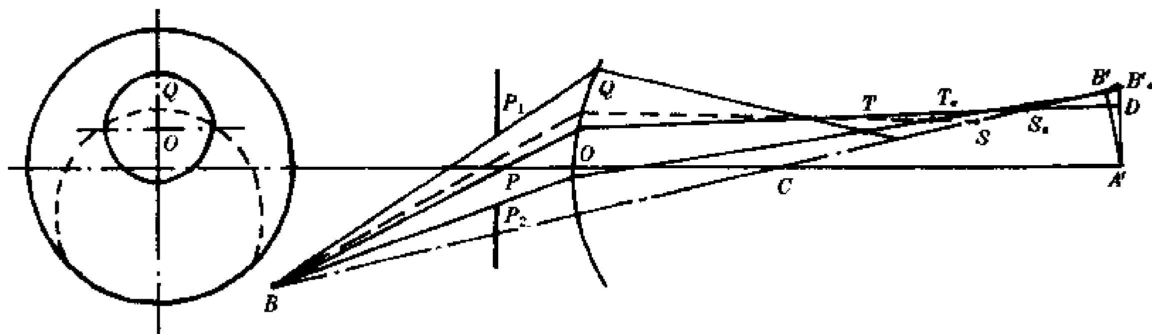


图 10-1

面垂直的平面)上的光束聚焦特性来描述,对于子午宽光束,原对称于主光线的一对光线(如上下光线)经球面折射以后,因其球差值不同而使交点偏离主光线,即为子午彗差。同理,弧矢光束中与上、下子午光线孔径相同的前后光线,由于对称于辅轴,其折射光线必相交于辅轴上,以 BQ 表示该对光线,则其与辅轴的交点 S 就是该对弧矢光线的交点。它也偏离于主光线,从而产生了弧矢彗差。子午光线交点 T 与弧矢光线交点 S 间的沿轴偏离称为像散,而这二点相对于高斯像面的沿轴偏离表征了子午像面和弧矢像面的弯曲程度,分别称为子午像面弯曲和弧矢像面弯曲,也叫场曲。由于该像散和场曲都是对宽光束而言的,称之为宽光束像散和宽光束场曲。围绕着主光线的细光束虽无球差,且均会聚于主光线上而无彗差,但子午细光束的聚焦点 T_0 和弧矢细光束的聚焦点 S_0 并不重合,且不位于高斯像面上。T_0 和 S_0 之间的沿轴偏离称细光束像散,而它们相对于高斯像面的沿轴偏离称为细光束的子午场曲和弧矢场曲。以后,凡提到像散和场曲,都是指细光束的。细光束交点与上述宽光束中成对光线的交点也不重合,这是轴外球差的表现。T 与 T_0 之间的沿轴距离称全孔径子午轴外球差,S 与 S_0 间的距离称全孔径弧矢轴外球差。最后,由于球差和场曲(应该是匹兹凡面弯曲),主光线与高斯像面的交点 D 不与高斯像点 B'_0 重合,这个偏离就是畸变。

综上所述,轴外点以单色光被球面成像时,可从其复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差,即球差、彗差、像散、场曲和畸变。其中,球差和彗差属宽光束像差,像散、场曲和畸变属

细光束像差。除场曲外，它们皆由辅轴球差引起。B 点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也越大。若轴外点的主光线正好过球心，即主光线与辅轴重合时，将不会产生轴外像差。不过像面弯曲仍然是存在的。

既然轴外像差除场曲外皆由辅轴球差引起(畸变由球差和匹兹凡弯曲同时引起)，它们之间必存在一定的关系，利用这种关系可把轴外像差的一般表示式推导出来。对于初级轴外像差，其表示式则相对简单。应用它们可对各种初级像差作定性分析和定量计算，对光学设计具有实际指导意义。

§10-2 初级轴外像差的一般表示式

由上节的讨论可知，轴外点成像时会产生各种像差。任取一条由轴外点发出的空间光线，用相对于理想光路的差别来描述其像差的一般表示式，可对这些像差进行完整的分析。

如图 10-2，轴外点空间光线 BD 由物面坐标 y_1、z_1 和瞳面坐标 η_1、ζ_1 所决定。由于物面对称于光轴，总可将物点取在子午平面 oxy 上，即 $z_1=0$，因此空间光线的位置仅被三个坐标所决定。此光线经系统后过出瞳面上的 D' 点。由于像差的存在，在像空间与光线 BD 共轭的光线与子午平面的交点 $\overline{B}'$ 不在高斯像面上，与高斯像面的交点 B' 也不与高斯像点 B'_0 重合。定义像方的空间光线与子午平面的交点 $\overline{B}'$ 到高斯像面的距离为该空间光线的轴向像差，以 $\triangle L'$ 表示；像方空间光线与高斯像面的交点 B'_T 到高斯像点 B'_0 的距离为该空间光线的横向像差，或称垂轴像差。垂轴像差常以它在子午方向和弧矢方向上的分量来度量，分别以 $\delta y'$ 和 $\delta z'$ 表示，称为垂轴像差的子午分量和弧矢分量。

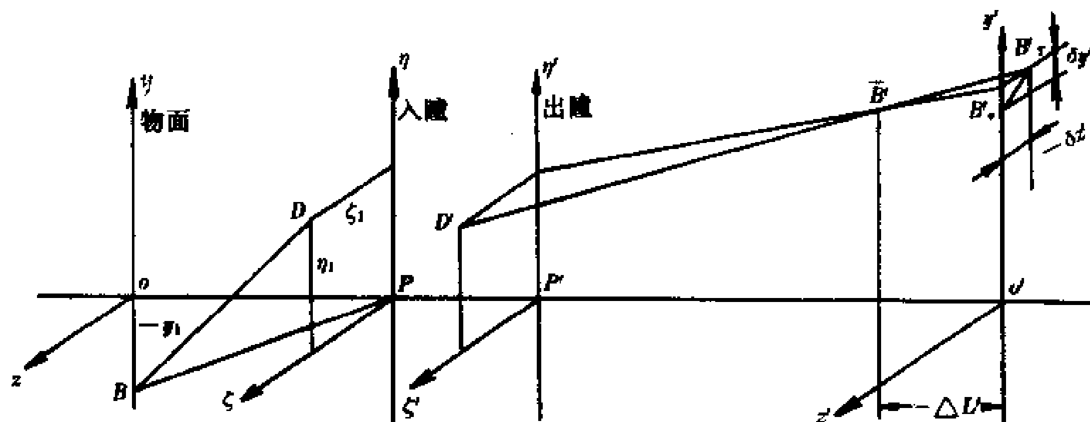


图 10-2

显然，对于被不同的三个坐标确定的空间光线，以上各种像差分量也将相应改变。所以，当物面和入瞳面的位置一定时，空间光线的轴向像差$\triangle L'$和垂轴像差的分量 $\delta y'$ 和 $\delta z'$ 一定是 η、ζ 和 y 的函数。如果仅限于初级的空间光线像差，得到这种函数式并不困难。下面先对单个折射球面进行推导。

图 10-3 是轴外点 B 发出的空间光线 BD 经单个球面折射时的光路。B 可认为是辅轴上的点，其高斯像点 B_0' 是辅轴与高斯像面的交点。B' 是 B 被近轴光线所成的像。$\overline{B}'$ 是像方的共轭空间光线与子午平面的交点，它也必在辅轴上，它到 B_0' 的沿轴距离即为$\triangle L'$，有

$$\triangle L'=\overline{B}'B'_0=\overline{B}'B'+B'B'_0 \tag{a}$$

其中，$B'B_0'$ 是一与像面弯曲有关的量，但 B' 点所在的面并非真实像面，它只是当光阑在球心时

的一个假想表面，称为匹兹凡面，$B'B'_0$ 是匹兹凡面弯曲。$\overline{B}'B'$ 是光线的轴向球差。

图 10-4 用于推导匹兹凡面弯曲。AB_1 和 $A'_0B'_1$ 是以球心 C 为中心，以 CA 和 CA'_0 为半径所作的圆弧。与 A 和 A'_0 的关系一样，B'_1 也是 B 点以辅轴为轴线的细光束所成的像。当 B_1 点沿辅轴移到物平面上的 B 点时，其像点相应的自 B'_1 移到 B'。所以，匹兹凡面弯曲为

$$B'B'_0 = B'B'_1 + B'_1B'_0 \tag{b}$$

对于初级像差，上式中的二段距离可表示为

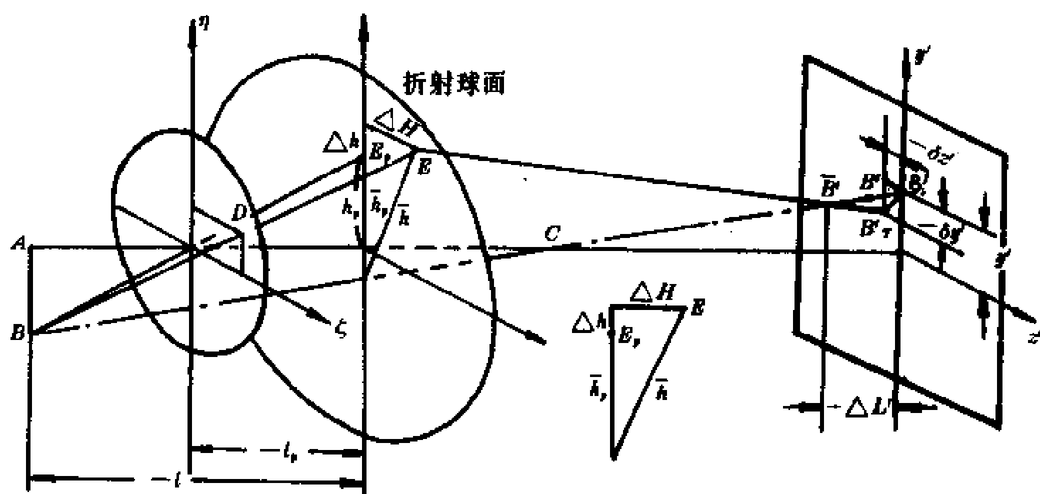


图 10-3

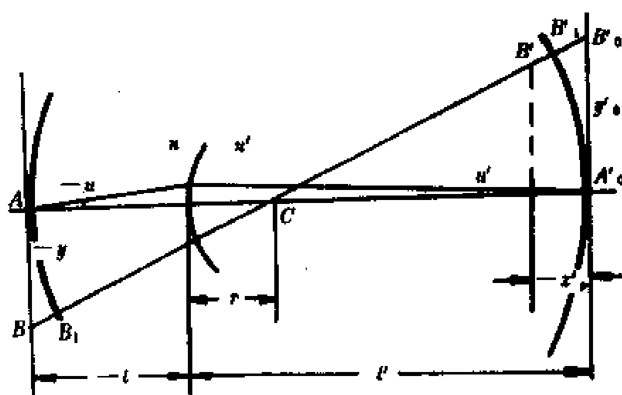


图 10-4

$$B'B'_1 \approx \alpha\frac{y^2}{2(-l+r)},\quad B'_1B'_0 \approx \frac{y'^2_0}{2(l'-r)}$$

式中 α 是轴向放大率，将 $\alpha = nu^2/n'u'^2$ 代入，并令 $S_N = j^2(n'-n)/(n'nr)$，以 x_p' 表示匹兹凡弯曲，即得单个球面的匹兹凡弯曲表示式：

$$S_N = j^2\frac{n'-n}{n'nr} \tag{10-1}$$

$$x'_p = -(B'B'_0) = -\frac{1}{2n'u'^2}S_N \tag{10-2}$$

空间光线 BD 在辅轴上的球差 $\overline{B}'B'$，如仅限于初级量，应有

$$\overline{B}'B' = \overline{A}_1\overline{h}^2 \tag{c}$$

式中：$\overline{h}$ 是空间光线在球面上的入射点 E 相对于辅轴的高度；$\overline{A}_1$ 是一系数。鉴于 B 点离 B_1 点很近，而 B_1 点与主光轴上 A 点的成像情况完全相同，系数 $\overline{A}_1$ 可认为与决定轴上点初级球差的系

数 A_1 相等。再根据图 10-3，将 $\bar{h}^2$ 用已知坐标表示，即可得 $\bar{B}'B'$ 的表示式：

$$\bar{B}'B'=-\frac{S_{\rm I}}{2n'u'^2h^2}[\triangle H^2+(\triangle h+\bar{h}_p)^2]$$

将公式(10-2)和上式代入(a)式，并以 $S_{\rm I}=S_{\rm I}(i_p/i)$ 和 $S_{\rm II}=S_{\rm I}(i_p/i)^2$ 代入，再考虑到主光线在折射面上的入射点 E_p 相对于主光轴的高度 h_p 与物高 y 之间有如下关系：

$$\frac{y}{h_p}=-\frac{l-l_p}{l_p} \tag{10-3}$$

得

$$n'u'^2\triangle L'=-\left[\frac{1}{2}\frac{\eta^2+\zeta^2}{h^2}\frac{l^2}{(l-l_p)^2}S_{\rm I}-\frac{\eta y}{hh_p}\frac{ll_p}{(l-l_p)^2}S_{\rm I}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\frac{y^2}{h_p^2}\frac{l_p^2}{(l-l_p)^2}(S_{\rm II}+S_{\rm N})\right] \tag{10-4}$$

这就是单个折射球面的初级空间光线轴向像差表示式。若物方已有像差$\triangle L$，上式应写成

$$n'u'^2\triangle L'-nu^2\triangle L=-[(10\text{-}4)\text{式右边方括号内各项}] \tag{10-5}$$

垂轴像差的二个分量可由它们与轴向像差之间的关系导出：

由图 10-3 易见，$\delta y'$与轴向像差的关系为

$$\delta y'=\triangle L'(\triangle h+\bar{h}_p)/l'$$

上式二边各乘以 $n'u'$，并将$\triangle h$ 和 h_p 表示成坐标的函数，再将(10-4)式代入，整理得

$$n'u'\delta y'=-[\eta(\eta^2+\zeta^2)AS_{\rm I}-(3\eta^2+\zeta^2)yBS_{\rm I}$$
$$+\eta y^2C(3S_{\rm II}+S_{\rm N})-y^3DS_{\rm V}] \tag{10-6}$$

这就是单个折射球面的垂轴像差子午分量表示式。式中

$$S_{\rm V}=(S_{\rm II}+S_{\rm N})\frac{i_p}{i} \tag{10-7}$$

且，当物面位置、瞳面位置、视场、孔径一定时为常数，A、B、C、D 分别为

$$A=\frac{1}{2}\frac{1}{h^3}\frac{l^3}{(l-l_p)^3}$$

$$B=\frac{1}{2}\frac{1}{h^2h_p}\frac{l^2l_p}{(l-l_p)^3}\quad \text{或 } B=A\left(\frac{h}{h_p}\frac{l_p}{l}\right)$$

$$C=\frac{1}{2}\frac{1}{hh_p^2}\frac{ll_p^2}{(l-l_p)^3}\quad \text{或 } C=A\left(\frac{h}{h_p}\frac{l_p}{l}\right)^2$$

$$D=\frac{1}{2}\frac{1}{h_p^3}\frac{l_p^3}{(l-l_p)^3}\quad \text{或 } D=A\left(\frac{h}{h_p}\frac{l_p}{l}\right)^3$$

如果物方已有像差 δy，则应有

$$n'u'\delta y'-nu\delta y=-[(10\text{-}6)\text{式右边方括号内各项}] \tag{10-8}$$

按照求 $\delta y'$同样的方法，可得垂轴像差的弧矢分量为

$$n'u'\delta z'=-[(\eta^2+\zeta^2)\zeta AS_{\rm I}-2\eta\zeta yBS_{\rm I}+\zeta y^2C(S_{\rm II}+S_{\rm N})] \tag{10-9}$$

同样，如物方已有像差 δz，应有

$$n'u'\delta z'-nu\delta z=-[(10\text{-}9)\text{式右边方括号内各项}] \tag{10-10}$$

以上所得，就是任意一条空间光线经单个折射球面时的轴向和垂轴像差表示式。对于整个系统，可将它们分别应用于每一面，然后求和得出其相应的表示式。读者容易证明，公式(10-5)、(10-8)和(10-10)中，所有在 $S_{\rm I}$、$S_{\rm II}$、…、$S_{\rm V}$ 之前，由参数 η、ζ 和 y 以及 A、B、C、D 构成的系数对每一面来说都是不变量，所以在对各面的像差表示式求和时，可把它们作为公因子提出，得到整个系统的空间光线初级像差的一般式如下：

$$n'_ku'_k\delta y'_k-n_1u_1\delta y_1=-\eta_1(\eta_1^2+\zeta_1^2)A_1\Sigma S_{\rm I}+(3\eta_1^2+\zeta_1^2)y_1B_1\Sigma S_{\rm I}$$
$$-\eta_1y_1^2C_1(3\Sigma S_{\rm II}+\Sigma S_{\rm N})+y_1^3D_1\Sigma S_{\rm V} \tag{10-11}$$

$$n'_k u'_k \delta z'_k - n_1 u_1 \delta z_1 = -(\eta_1{}^2 + \zeta_1{}^2)\zeta_1 A_1 \Sigma S_{\mathrm{I}} + 2\eta_1\zeta_1 y_1 B_1 \Sigma S_{\mathrm{II}}$$
$$-\zeta_1 y_1{}^2 C_1 (\Sigma S_{\mathrm{III}} + \Sigma S_{\mathrm{IV}}) \tag{10-12}$$

式中系数

$$A_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{h_1^3}\frac{l_1^3}{(l_1 - l_{p1})^3}$$

其余 B_1、C_1、D_1 类推。ΣS_{I}，ΣS_{II}，ΣS_{III}，ΣS_{IV} 和 ΣS_{V} 分别称为第一、第二、第三、第四和第五赛得和数，它们分别表征光学系统的初级球差、初级彗差、初级像散、匹兹凡面弯曲和初级畸变。其表示式如下：

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}} &= \Sigma luni(i-i')(i'-u) \\
\Sigma S_{\mathrm{II}} &= \Sigma S_{\mathrm{I}} \frac{i_p}{i} \\
\Sigma S_{\mathrm{III}} &= \Sigma S_{\mathrm{I}} \frac{i_p}{i} = \Sigma S_{\mathrm{I}} \left(\frac{i_p}{i}\right)^2 \\
\Sigma S_{\mathrm{IV}} &= j^2 \Sigma \frac{n'-n}{n'nr} \\
\Sigma S_{\mathrm{V}} &= \Sigma (S_{\mathrm{III}} + S_{\mathrm{IV}}) \frac{i_p}{i}
\end{aligned}\right\} \tag{10-13}$$

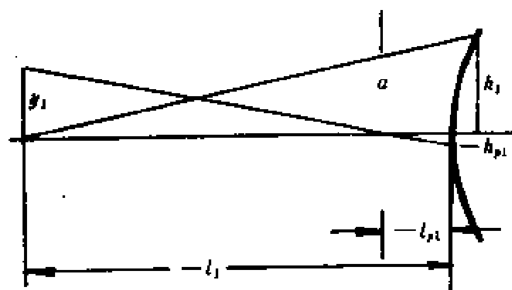


图 10-5

上面所得的空间光线的初级像差表示式具有普遍意义，适用于物面上任一点发出的任一条光线。读者可以证明，对于轴上点边缘光线，按照 $y_1 = 0$，$\eta_1 = a$（入瞳半径）和 $\zeta_1 = 0$ 导出的 $\delta y'$ 即为垂轴球差公式。这里，利用了二条近轴光线之间的如下关系（图 10-5）：

$$\frac{a}{h_1} = \frac{l_1 - l_{p1}}{l_1} \tag{10-14}$$

$$\frac{y_1}{h_{p1}} = \frac{l_1 - l_{p1}}{-l_{p1}} \tag{10-15}$$

对于轴外点，从像差的一般表示式可知，它同时具有五种像差。其中的初级球差具有与轴上点相同的影响，下面将由一般表示式逐个讨论其他像差。

§ 10-3　彗差与初级彗差

一、慧差

在本章开头已知，彗差是一种描述轴外点光束关于主光线失对称的像差，应分别对子午光束和弧矢光束求取。图 10-6 清楚地描述了这种像差的成因。轴外点 B 发出的子午光束中的上、主、下三条光线 B_a、B_p、B_b，由于它们在球面上的入射点相对于辅轴有不同的高度，即有不同的球差，使本对称于主光线的上、下光线经球面折射以后，失去了对称性，其交点 B'_t 相对于主光线有一偏离量 K_t。它的大小反映了子午光束失对称的程度，称为子午彗差。类似地，对于弧矢平面上具有相同孔径的一对弧矢光线，由于它们对称于子午平面，经球面折射后一定相交于辅轴上。再由于这对光线等效于子午平面上比主光线略高的一条光线 BS，比主光线球差大，因此，其与辅轴的交点，即这对弧矢光线的交点 B'_s 也必偏离于主光线，其偏离量用 K_s 表示，称为弧矢彗差。

由以上讨论可知对于单个球面，彗差一方面是球差引起，球差越大，彗差也会越大，另一方面，折射球面产生的彗差还与光阑位置、即主光线的入射角 i_p 有关。如果光阑位于球心，相当于主光线与辅轴重合，即 $i_p = 0$，则不论球差如何，都不会产生彗差。图 10-6 中的折射球面背向光

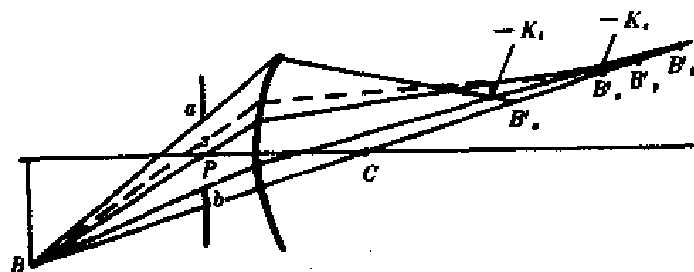


图 10-6

阑，请读者画出折射球面弯向光阑时的彗差情况，从中可得出什么结论？

实际上，光学系统的各种像差总同时存在，故计算彗差时，并非象定义的那样，真正求出一对对称光线的交点相对于主光线的偏离，而是以这对光线与高斯像面交点高度的平均值与主光线交点高度之差来表征的。如图 10-7 所示，对于子午彗差，可表示为

$$K_t=\frac{1}{2}(y'_a+y'_b)-y'_p \tag{10-16}$$

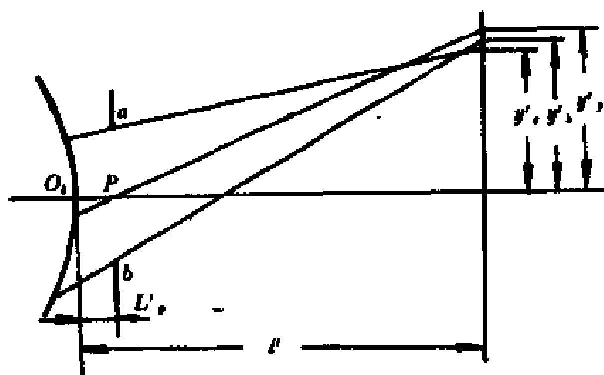


图 10-7

对于弧矢彗差，因一对对称的弧矢光线与高斯像面的交点在 y 方向的坐标必相等，故有

$$K_s=y'_s-y'_p \tag{10-17}$$

彗差是轴外点成像时产生的一种宽光束像差，是与视场和孔径均有关系的。为全面了解光学系统对彗差的校正情况，一般至少要算全视场和带视场，每个视场至少计算 2 个孔径。用计算机计算时，一般取五个视场，取点系数 $K_w=1$，0.85，0.707，0.5 和 0.3。对于子午光束，孔径取点系数为 $K_\eta=\pm1$，±0.85，±0.707，±0.5 和 ±0.3。对于弧矢光束，只对单向的光线计算即可，即 K_η 只取正值。

下面，对前述双胶合望远镜物镜 $W=-3°$视场时计算其全孔径的彗差。为此，需计算子午平面上的主光线、上、下边缘光线和边缘弧矢光线的光路。初值的取法和计算方法详见第七章。光路计算结果列表如下：

	U'	$\mathrm{tg}U'$	L'	$y'=(L'-l')\mathrm{tg}U'$
上光线	2.83348	0.0494939	201.83567	5.18828
主光线	−2.96095	−0.0517244	−4.19830	5.23487
下光线	−8.68080	−0.1526786	62.37968	5.28715

则全孔径的子午彗差可按式(10-16)计算得：$K_{t全}=0.00284$。全孔径时的弧矢彗差由第七章空间光线的计算结果知，$y_s'=5.23625$，故 $K_{s全}=y_s'-y_p'=0.00138$。此物镜的彗差校正是良

好的。

在上一节，我们曾把近轴点的弧矢彗差归结为光学系统不满足等晕条件所导致的结果，二者之间的关系由公式(9-7)所决定。在视场很小时，式中的 $A'B'$ 近似地用主光线与高斯像面的交点高度来代替，并由于式(9-7)只适用于视场很小时，此时 y'_z 几乎与理想像高 y'_0 相等，故有

$$K_s = y'_0 \cdot \mathrm{OSC} \tag{10-18}$$

这又提供了一个计算近轴点弧矢彗差的简便方法。用此式计算该望远物镜的弧矢彗差，用上一章得出的全孔径时正弦差值代入，得 $K_s=0.00146$，可见与精确值 0.00138 极为接近。

大的彗差，严重影响轴外点的成像质量。因此，任何具有一定大小孔径的光学系统都必须很好地校正彗差。为此，我们还必须讨论初级彗差。

二、初级慧差

对于初级彗差，可根据彗差的定义，应用上节导出的垂轴像差一般表示式可知：

1. 初级子午彗差

在子午彗差的算式中，任一条子午光线与高斯像面的交点高度可表示为理想像高 y_0' 与 $\delta y'$ 之和，将其代入公式(10-16)，得

$$K_t = \frac{1}{2}(\delta y'_a + \delta y'_b) - \delta y'_z \tag{a}$$

主光线的初值为：y_1，$\eta_1=\zeta_1=0$；上边缘光线的初值为：y_1，$\eta_1=a$，$\zeta_1=0$；下边缘光线的初值为：y_1，$\eta_1=-a$，$\zeta_1=0$。分别将这些初值代入式(10-11)，求出 $\delta y'_z$，$\delta y'_a$ 和 $\delta y'_b$，再代入(a)式，再利用式(10-14)和式(10-15)，得初级子午彗差为

$$K_{t0} = -\frac{3}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{I}} \tag{10-19}$$

2. 初级弧矢彗差

由于全孔径弧矢光线的初值为 y_1，$\eta_1=0$，$\zeta_1=a$，用与推导(10-19)式同样的方法，读者易于得出

$$K_{s0} = -\frac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{I}} \tag{10-20}$$

可见，第二赛得和数 ΣS_{I} 表征光学系统的初级彗差，故又称之为初级彗差系数。

将公式(10-20)与公式(10-19)比较可知，初级子午彗差是初级弧矢彗差的 3 倍。另由(10-13)式知，初级彗差系数 ΣS_{I} 与孔径的 3 次方、视场的 1 次方成比例，所以初级彗差与孔径的平方、视场的 1 次方成比例。这就是为什么在视场很小时就会产生彗差的原因。

将 $j=n'u'y'_0$ 代入由第九章所得 ΣS_{I} 与初级正弦差之间的关系式(9-15)，并结合公式(10-20)式可得

$$K_{s0} = -\frac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{I}} = y'_0 \cdot \mathrm{OSC}_0 \tag{10-21}$$

对前述双胶合望远物镜计算其 3°视场时的全孔径初级彗差。由第九章的计算结果知，$\Sigma S_{\mathrm{I}}=-0.00045$，$\mathrm{OSC}_0=0.00043$，则按公式(10-21)或(10-18)均可得 $K_{s0}=0.00225$，该值与前面求得的 $K_s=0.00138$ 的差异就是此物镜的高级弧矢彗差，是比较小的。

该物镜的初级子午彗差为 $K_{t0}=3K_{s0}=0.00675$，与实际子午彗差 $K_t=0.00284$ 相差较大，说明高级量较大，它约等于高级弧矢彗差的 4.5 倍。从理论上说，二级子午彗差是二级弧矢彗差的 5 倍。

§ 10-4　仅具初级彗差时的光束结构

前面对于子午彗差和弧矢彗差值的计算，仅能获知子午和弧矢平面上光束失对称的程度，但并不能从中得知整个失对称光束的结构。

如图 10-8，若假想在入瞳面上只有一中心在光轴上的细圆环透光，那么，由轴外点 B 射出，能进入光学系统的光线构成了以 B 点为顶点的圆锥面光束。此光束经系统后，由于多种像差的影响，不复为对称于主光线的圆锥面光束，也不再会聚于一点，它与高斯像面相截成一封闭曲线，具有复杂的形状，但对称于子午平面。整个入瞳可看成由无数个不同半径的细圆环组成。由 B 点发出过这些细圆环的光束，经系统后各自在高斯像面上截得大小不等、形状不一、并在 y' 轴方向错开的封闭曲线，最后叠加成一个形状复杂的对称于子午平面的弥散斑。所以，当轴外点成像具有各种像差时，其像质是很差的。

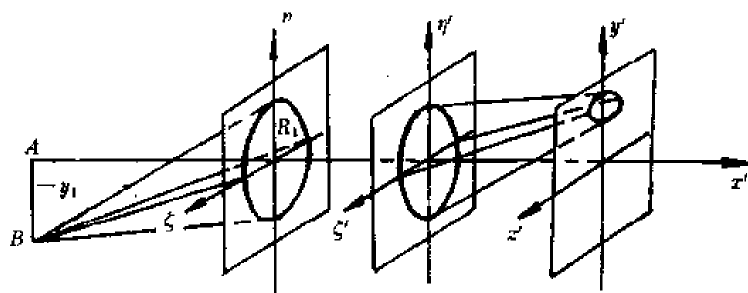


图 10-8

如果成像光束仅有初级彗差，那么，公式(10-11)和(10-12)中将只包含有 $\sum S_{\mathrm{I}}$ 项，则像方光线与高斯像面交点的坐标是

$$\left.\begin{aligned} y' &= y'_0 - (3\eta_1^2 + \zeta_1^2)\overline{S}_{\mathrm{I}} \\ z' &= -2\eta_1\zeta_1\overline{S}_{\mathrm{I}} \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

式中，

$$\overline{S}_{\mathrm{I}} = -\frac{y_1}{n'u'}B_1\sum S_{\mathrm{I}}$$

在入瞳面上取一半径为 R_1 的圆环，从给定视场 y_1 的一点 B 发出，过此圆环的圆锥面光束中任一条光线的瞳面坐标(η_1，ζ_1)应满足 $\eta_1^2+\zeta_1^2=R_1^2$。将此坐标用极坐标表示，有 $\eta_1=R_1\sin\varphi$，$\zeta_1=R_1\cos\varphi$。代入公式组(a)得

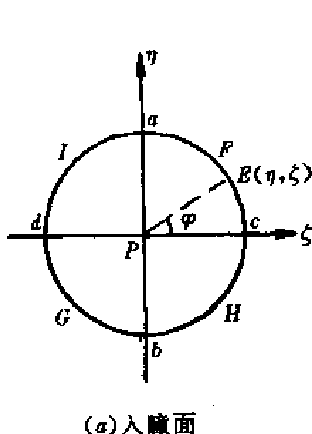
$$\left.\begin{aligned} y' &= y'_0 - R_1^2\overline{S}_{\mathrm{I}}(2-\cos 2\varphi) \\ z' &= -R_1^2\overline{S}_{\mathrm{I}}\sin 2\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (b)$$

消去 φ 后得

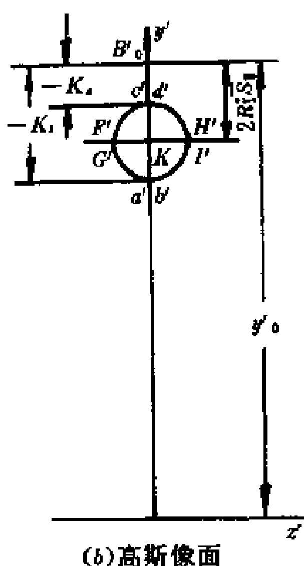
$$[y' - (y'_0 - 2R_1^2\overline{S}_{\mathrm{I}})]^2 + z'^2 = R_1^4\overline{S}_{\mathrm{I}}^2$$

这是一个圆方程，表明当光学系统仅有初级彗差时，由轴外点发出，过入瞳面上半径为 R_1 的圆环的光束经系统后与高斯像面截得一圆形曲线，其圆心 K 与高斯像点 B'_0 相距 $2R_1^2\overline{S}_{\mathrm{I}}$，如图 10-9($b$)所示。这个偏离量由 $\overline{S}_{\mathrm{I}}$，即初级彗差所引起，圆心 K 在高斯像点之上还是之下，由 $\overline{S}_{\mathrm{I}}$ 的正负决定。

根据公式(b)，可以得知高斯像面上圆形截线和入瞳面上圆环之间点点对应的关系。即同一方向的一对对称光线经系统以后交高斯像面于同一点，相当于光线与瞳面的交点绕入瞳中心转一周时，其共轭光线与高斯像面的交点绕圆心 K 转过二周(见图 10-9)。



(a)入瞳面



(b)高斯像面

图 10-9

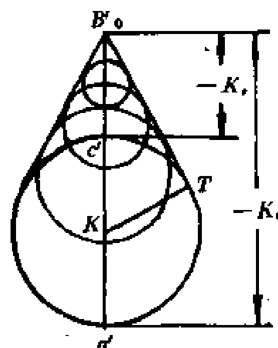


图 10-10

轴外点发出充满整个入瞳的光束相当于由一系列与瞳面相截成不同半径 R_1 的圆锥面光束组成。它们经系统后，各与高斯像面截得一圆，但圆心至理想像点 B'_0 的距离 $2R_1^2\bar{S}_{\text{I}}$ 与 R_1 有关，圆的半径 $R_1^2\bar{S}_{\text{I}}$ 也随 R_1 的减小而减小。主光线即 $R_1=0$ 时的极限情况，它与高斯像点 B'_0 $(y'_0,0)$ 重合。由此得到了如图 10-10 所示的图形，即纯初级彗差所形成的弥散斑。在此区域内均为光线所照亮，但在 B'_0 点附近集中的能量最多，最亮。由于各个圆的圆心离高斯像点 B'_0 的距离总是半径的二倍，故这些圆具有过 B_0' 的公切线，其夹角为 60°。

§10-5 像散和像面弯曲及其初级量

像散和像面弯曲是两种互相密切联系的像差。

轴外点发出的光束，其主光线不与光学系统各个表面的对称轴重合，使出射光束失去对称。上面所述的彗差，只是表征光束失对称的一种像差，并且是对宽光束而言的。除此以外，还有一种描述光束失对称的像差。

一、像散

随着视场的增大，远离光轴的物点，即使在沿主光线周围的细光束范围内，也会明显地表现出失对称性质。与此细光束对应的波面也非旋转对称，而是在不同方向上有不同的曲率。数学上可以证明，一个微小的非轴对称曲面元，其曲率是随方向的变化而渐变的，但存在二条曲率分别为最大和最小的相互垂直的主截线。在光学系统中，这二条主截线正好与子午方向和弧矢方向相对应。这样，使得子午细光束和弧矢细光束，虽因很细而能各自会聚于主光线上，但前者的会聚点 B'_t(子午像点)和后者的会聚点 B'_s(弧矢像点)并不重合。子午光束的会聚度大时，子午像点 B'_t 比弧矢像点 B'_s 更靠近系统，反之，B'_s 更靠近系统。描述子午细光束和弧矢细光束会聚点之间位置差异的像差即称为像散，以 B'_t 与 B'_s 之间的沿轴距离度量之，属于细光束像差。

图 10-11 是整个非对称细光束的聚焦情况。设子午光束会聚度大，即负像散。此时，在子午像点 B'_t 处聚焦成一条垂直于子午平面的短线，称子午焦线；在弧矢像点 B'_s 处聚焦成一条位于子午平面上的铅垂短线，称弧矢焦线，且两个焦线互相垂直。在两条短线之间，光束的截面表

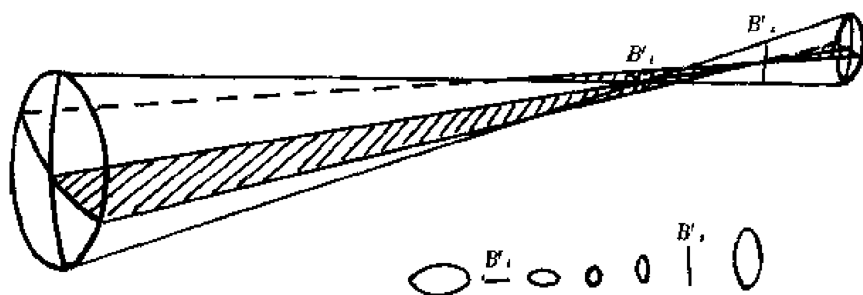


图 10-11

现为子午焦线→长轴与子午面垂直的椭圆→圆→长轴在子午面上的椭圆→弧矢焦线。上述这种能在两个位置聚焦的非对称细光束称为像散光束。请读者画出弧矢焦线在前时的像散光束。

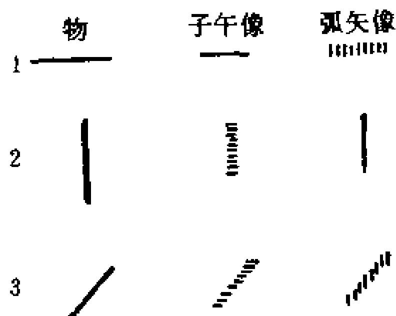


图 10-12

若光学系统对直线成像，由于像散，其像的质量将与直线的方向密切相关。图 10-12 是垂轴平面上三种不同方向的直线被子午光束和弧矢光束成像的情况。情况 1 是垂直于子午平面的直线，情况 2 是位于子午平面上的直线，情况 3 是既非垂直、又非位于子午平面的倾斜直线，请读者分析其子午像和弧矢像的成因。

子午像点 B'_t 和弧矢像点 B'_s 的位置及像散的大小是随视场而异的，由这些点构成的子午像面和弧矢像面成为二个同时相切于高斯像面中心点的曲面，这就是像面弯曲，简称场曲。场曲以子午像点和弧矢像点相对于高斯像面的轴向偏离 x'_t 和 x'_s 来度量，x'_t 称子午场曲，x'_s 称弧矢场曲。二者之差，以 $\triangle x'$ 表示，即 $\triangle x'=x'_t-x'_s$ 就是同一视场的像散。像面弯曲和像散的计算方法详见第七章。

为表征光学系统的像散和像面弯曲的校正情况，通常以物方视场角为纵坐标、以场曲为横坐标画出曲线。为此，须对多个视场计算出像面弯曲值。图 10-13 是一种照相物镜的这种曲线。

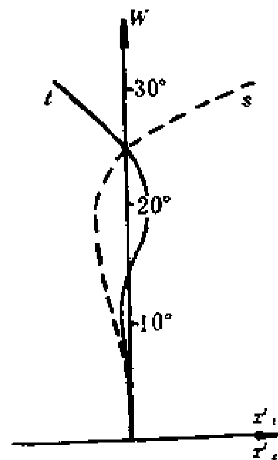


图 10-13

必须指出，像面弯曲不光是由像散引起，即使像散为零，像面仍然可以是弯曲的。这是由于第二章所述的球面成像的固有特性所致，这种特性被所谓匹兹凡和所决定，将在下面讨论。为得到平的像面，必须对光学系统同时校正像散和匹兹凡和。

二、初级像散和像面弯曲

为考虑这两种像差的校正，下面我们重点讨论初级像散和像面弯曲。对此，根据公式(10-11)和(10-12)易于得出其简单表示式。

首先讨论宽光束的一般情况。如图 10-14，$\zeta_1=0$ 的子午光束中，过入瞳上、下边缘的一对光线在像空间的交点到高斯像面的距离 X'_t，可作为子午宽光束的像面弯曲，有

$$X'_t=\frac{y'_a-y'_b}{2u'} \text{或} X'_t=\frac{\delta y'_a-\delta y'_b}{2u'}$$

上边缘光线的初值为 y_1，$\eta_1=a$，$\zeta_1=0$；下边缘光线的初值为 y_1，$\eta_1=-a$，$\zeta_1=0$，代入(10-11)求得 $\delta y'_a$ 和 $\delta y'_b$，并考虑到关系式(10-14)和(10-15)，于是有

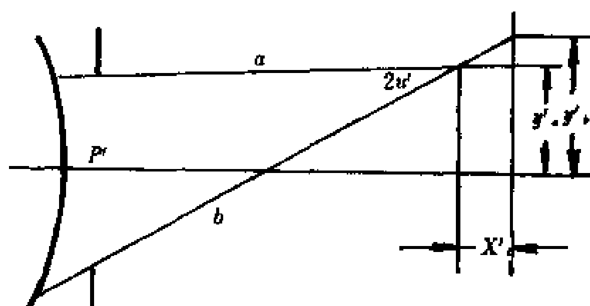


图 10-14

$$X'_t = -\frac{1}{2n'u'^2}(\Sigma S_Ⅰ + 3\Sigma S_Ⅲ + \Sigma S_Ⅳ) \tag{10-22}$$

同样，对于 $\eta_1=0$ 的弧矢光束，过入瞳前、后边缘的一对光线在像方的交点到高斯像面的距离 X'_s 是弧矢宽光束的像面弯曲，可表示为

$$X'_s = \frac{\delta z'_c - \delta z'_d}{2u'}$$

式中的 $\delta z'_c$ 和 $\delta z'_d$ 分别是初值为 $\eta_1=0, \zeta_1=a$ 和 $\eta_1=0, \zeta_1=-a$ 的弧矢光线的像差弧矢分量（可由(10-12)式得出）。同样考虑到关系式(10-14)和(10-15)，得

$$X'_s = -\frac{1}{2n'u'^2}(\Sigma S_Ⅰ + \Sigma S_Ⅲ + \Sigma S_Ⅳ) \tag{10-23}$$

从公式(10-22)和(10-23)可见，宽光束像面弯曲由 $\Sigma S_Ⅰ$、$\Sigma S_Ⅲ$ 和 $\Sigma S_Ⅳ$ 三个因素影响所致。其中 $\Sigma S_Ⅰ$ 和 $\Sigma S_Ⅳ$ 对 X_t' 和 X_s' 的影响相同，各使光束与高斯像面相截成圆形弥散斑。但二者影响程度不同，前者引起的弥散圆与孔径的三次方成比例，而后者仅与孔径的一次方成比例。$\Sigma S_Ⅲ$ 对子午光束、弧矢光束具有不同的影响，从而产生像散。有

$$\triangle X' = X_t' - X_s' = -\frac{1}{n'u'^2}\Sigma S_Ⅲ \tag{10-24}$$

所以第三赛得和数表征光学系统的初级像散，又称之为初级像散系数。

对于细光束，因 η_1 和 ζ_1 为无限小，公式(10-22)和(10-23)中与其成高次方的球差项为高次小量，可略去它对像面弯曲的影响。因此，细光束像面弯曲(x'_t、x'_s)和像散($\triangle x'$)可以写成：

$$x'_t = -\frac{1}{2n'u'^2}(3\Sigma S_Ⅲ + \Sigma S_Ⅳ) \tag{10-25}$$

$$x'_s = -\frac{1}{2n'u'^2}(\Sigma S_Ⅲ + \Sigma S_Ⅳ) \tag{10-26}$$

$$\triangle x' = -\frac{1}{n'u'^2}\Sigma S_Ⅲ \tag{10-27}$$

式中第三和第四赛得和数按公式(10-13)计算。即

$$\Sigma S_Ⅲ = \Sigma S_Ⅱ \frac{i_p}{i} = \Sigma S_Ⅰ \left(\frac{i_p}{i}\right)^2$$

$$\Sigma S_Ⅳ = j^2 \Sigma \frac{n'-n}{n'nr}$$

由上列公式可知，$\Sigma S_Ⅲ$ 和 $\Sigma S_Ⅳ$ 有相同的幂次，即均与孔径的平方和视场的平方成正比，因此，初级像散和场曲也有相同的幂次，仅与视场的平方成比例。还可知，场曲同时受 $\Sigma S_Ⅲ$ 和 $\Sigma S_Ⅳ$ 的影响，当存在 $\Sigma S_Ⅲ$ 而 $\Sigma S_Ⅳ=0$ 时，弯曲的子午像面和弧矢像面因像散随视场的增大而分开，在中心同时相切于高斯像面。当 $\Sigma S_Ⅲ=0$ 而 $\Sigma S_Ⅳ \neq 0$ 时，子午像面与弧矢像面重合，得到消像散的清晰像，但像面仍是弯曲的。弯曲的程度由 $\Sigma S_Ⅳ$ 决定，以 x'_p 表示，有

$$x'_p = -\frac{1}{2n'u'^2}\Sigma S_Ⅳ \tag{10-28}$$

由 ΣS_N 决定的曲面称为匹兹凡面，它是消像散时的真实像面所在，故 ΣS_N 又称为匹兹凡和。

所以光学系统只有满足 $\Sigma S_{\mathrm{III}}=0$ 和 $\Sigma S_N=0$ 时，才能获得平的消像散的清晰像面。不过要同时满足二条件并非易事。对于某些光学系统，受其结构的限制，ΣS_N 是一难以任意改变的定值。此时，为减小像面弯曲，常使光学系统具有与 ΣS_N 异号的 ΣS_{III} 值。一般地说，后者是比较容易控制的。

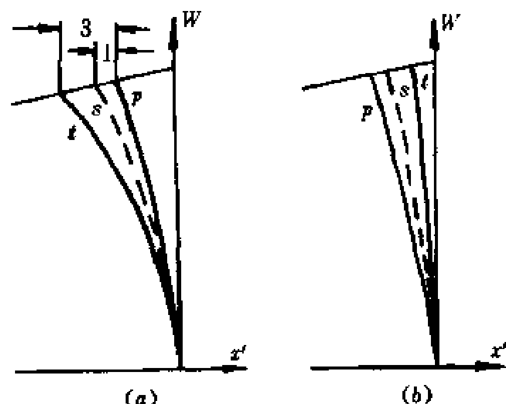


图 10-15

在 $\Sigma S_{\mathrm{III}}\neq 0$ 时，子午像面、弧矢像面与匹兹凡面各不重合。当以匹兹凡面作参考面时有

$$\left.\begin{aligned} x'_{tp}&=-\frac{3}{2n'u'^2}\Sigma S_{\mathrm{III}} \\ x'_{sp}&=-\frac{1}{2n'u'^2}\Sigma S_{\mathrm{III}} \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}29)$$

所以，$x'_{tp}=3x'_{sp}$，即子午像面至匹兹凡面的距离为弧矢像面至匹兹凡面距离的三倍，且二者总在匹兹凡面的一边，如图 10-15 所示。图(a)是 ΣS_{III} 与 ΣS_N 同号的情况，图(b)是二者异号的情况。可见，在相同 ΣS_N 的情况下，后者的像面要平得多。

表 10-1　双胶合望远物镜 3°视场角时的初级像散和像面弯曲

$x'_t=-0.48497, x'_s=-0.22789, \triangle x'=-0.25708$

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
S_{I}	0.0030087	0.00371837	−0.00717763	抄自表 9-1
$\times i_p/i$	0.327100	−0.112540	−0.280092	
S_{III}	0.000984146	−0.000418465	0.002010397	$\Sigma S_{\mathrm{III}}=0.002576078$
S_N	0.00149229	−0.00038686	0.00088585	$\Sigma S_N=0.00199128$

表 10-1 是前述双胶合望远物镜在 −3°视场角时的初级像散和像面弯曲计算结果。将所得结果与第七章对同一物镜在同一视场算得的实际场曲和像散值比较，是相当符合的。这说明光学系统在视场很小时，高级场曲和高级像散很小，用初级量代替有足够的精度。

§ 10-6　具有初级像散和像面弯曲时的光束结构

当成像光束仅有初级像散和像面弯曲时，其中任一条近主光线的光线经系统后，其像差的子午分量和弧矢分量据公式(10-11)和(10-12)可写成

$$\delta y'=-(3\overline{S}_{\mathrm{III}}+\overline{S}_N)\eta_1,\ \delta z'=-(\overline{S}_{\mathrm{III}}+\overline{S}_N)\zeta_1$$

式中

$$\overline{S}_{\mathrm{III}}=\frac{y_1^2}{n'u'}C_1\Sigma S_{\mathrm{III}},\quad \overline{S}_N=\frac{y_1^2}{n'u'}C_1\Sigma S_N$$

与上节类似，将光线的瞳面坐标用极坐标表示，即 $\eta_1=R_1\sin\varphi, \zeta_1=R_1\cos\varphi$，代入前式并消去 φ，得

$$\frac{\delta y'^2}{[(3\overline{S}_{\mathrm{III}}+\overline{S}_N)R_1]^2}+\frac{\delta z'^2}{[(\overline{S}_{\mathrm{III}}+\overline{S}_N)R_1]^2}=1 \qquad (10\text{-}30)$$

上式表明，初级像散和像面弯曲将使由给定视场的轴外点发出，过入瞳面上以 R_1 为半径的细圆环的光束经系统后，与高斯像面截得一椭圆。过入瞳面上不同半径的锥面光束，截得不同大

小的同轴椭圆。因此整个成像光束在高斯像面上分布于椭圆区域内。

若 $3\overline{S}_{\rm II}=-\overline{S}_{\rm IV}$，则椭圆退化为一垂直于子午面的短线，即子午焦线，表示此时的子午像面与高斯像面重合；若 $\overline{S}_{\rm II}=-\overline{S}_{\rm IV}$，则椭圆退化为在子午平面上沿 y' 方向的一条短线，即弧矢焦线，表示此时的弧矢像面是平的。若 $\overline{S}_{\rm II}=0$，则(10-30)成为圆方程，此时成像仅有场曲，使光束在高斯像面上分布在圆形区域内。

§10-7　匹兹凡和及其校正方法

§10-5 曾提及，光学系统的匹兹凡和 $\Sigma S_{\rm IV}$ 并不是能够任意控制到某一予定值的。有些结构型式的系统，如正组分离的系统，匹兹凡和根本无法校正。因此，这类系统的视场常因匹兹凡和而受到限制，或在视场外围部分的像质受到影响。

在某些情况下，匹兹凡和是可以校正的。

一、薄透镜和薄透镜系统的匹兹凡和及校正

空气中的单个薄透镜的匹兹凡和可由(10-13)变换为以光焦度表示的简单形式，有

$$S_{\rm IV}=j^2\frac{\varphi}{n} \tag{10-31}$$

可见，薄透镜的匹兹凡和完全被其光焦度和折射率所决定，而与形状无关。

薄透镜系统的匹兹凡和可对各个薄透镜的 $S_{\rm IV}$ 求和得到，即

$$\Sigma S_{\rm IV}=j^2\Sigma\frac{\varphi}{n} \tag{10-32}$$

如果是相接触的或无限靠近的单组薄透镜系统，当具有一定的正光焦度时，其中正透镜总光焦度的绝对值总大于负透镜总光焦度的绝对值，匹兹凡和也总是正值。同理，负光焦度的镜组，一定具有负的匹兹凡和。所以单个薄透镜组也不能校正匹兹凡和。

分离的薄系统在给定总光焦度时，随透镜或透镜组的相对位置不同，各自的光焦度也不同，这会使系统的匹兹凡和发生变化，从而有可能校正匹兹凡和。当然，只有正负光焦度分离才行。例如图 10-16 所示由分离的正、负二透镜组组成的系统，第二组虽有较大的负光焦度，因处于光线入射高度 h_2 比较小的位置，它对系统总光焦度的贡献并不大，而所产生的负 $\Sigma S_{\rm IV}$ 值则可抵消第一正组的正 $\Sigma S_{\rm IV}$ 值，使系统的匹兹凡和得到校正。所以正负光焦度分离是薄透镜系统校正匹兹凡和的唯一有效方法。如三片式的柯克物镜。相反，正组分离反导致匹兹凡和的增大，如大部分目镜和普通消色差显微物镜就是这样。

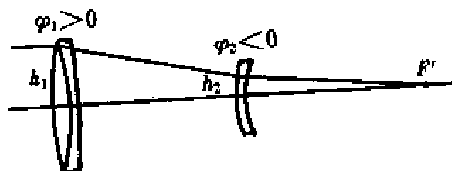


图 10-16

二、厚透镜的匹兹凡和及校正

从匹兹凡和的表示式可知，单个透镜二个面的 $(n'-n)/(n'n)$ 总是等值异号的，故只有二个面的半径同号才能使 $S_{\rm IV}$ 值相互抵消。若二个面的半径相同即可使 $\Sigma S_{\rm IV}=0$；而控制透镜的厚度，可同时使透镜达到要求的光焦度。所以弯月形厚透镜是可以校正匹兹凡和的。这也是正负光焦度分离以校正匹兹凡和的原理。

为使弯月形厚透镜在给定光焦度 φ 时产生要求的 $\Sigma S_{\rm IV}$ 值，需同时满足

$$S_{\rm IV}=j^2\frac{n-1}{n}(\rho_1-\rho_2)$$

$$\varphi=(n-1)(\rho_1-\rho_2)+\frac{(n-1)^2}{n}d\rho_1\rho_2$$

由上二式可解出 $\rho_1-\rho_2=a$ 和 $\rho_1\cdot\rho_2=b$,于是,ρ_1、$-\rho_2$ 是二次方程 $\rho^2-a\rho-b=0$ 的两个根。选定透镜的厚度 d 后,即可求得透镜的半径。计算表明,在 S_K 一定时,d 越小透镜的半径也越小;而当 d 一定时,S_K 值越小,半径也越小。所以,弯月形厚透镜常需具有相当的厚度。

照相物镜和平场显微物镜常利用这种厚透镜来达到校正像面弯曲的目的。

§10-8 畸变和初级畸变

对于理想光学系统,一对共轭平面上的放大率是常数。但对于实际光学系统,只当视场较小时具有这一性质,而当视场较大或很大时,像的放大率就要随视场而异,这样就会使像相对于物体失去相似性。这种使像变形的缺陷称为畸变。

设某一视场的实际放大率为 $\bar{\beta}$,它与理想放大率 β 之差与 β 之比即为该视场的相对畸变,通常化成百分数,以 q 表示,即

$$q=\frac{\bar{\beta}-\beta}{\beta}100\%$$

式中,$\bar{\beta}$ 以实际主光线与高斯像面的交点高度 y'_z 与物高 y 之比表示,而 $\beta=y'_0/y$,则

$$q=\frac{y'_z-y'_0}{y'_0}100\% \tag{10-33}$$

也可以直接用上式中的分子来表示畸变,即线畸变

$$\delta y'=y'_z-y'_0 \tag{10-34}$$

例如前述双胶合望远物镜,在第七章算得 $-3°$ 视场的主光线与高斯像面的交点高度为 $y'_z=5.2349$,而理想像高 y'_0 按公式(4-56)可算得 $y'_0=5.23535$,故物镜在 $-3°$ 视场角时的线畸变为 $\delta y'=-0.00045$。这个畸变值很小,这是因为光阑与镜组重合,主光线通过主点附近,再加上物镜的视场很小之故。

对于大视场系统,与其他轴外像差一样,需对若干个视场计算畸变,然后以视场为纵坐标,畸变为横坐标画出畸变曲线。

有畸变或畸变很大的光学系统,若对等间距的同心圆物面成像,将得到非等间距的同心圆。若物面为如图 10-17(*a*)所示的正方形网格,读者易于分析得出,由正畸变的光学系统所成的像呈枕形(图 10-17(*b*)),由负畸变光学系统所成的像呈桶形(图 10-17(*c*))。图中虚线所示是理想像。

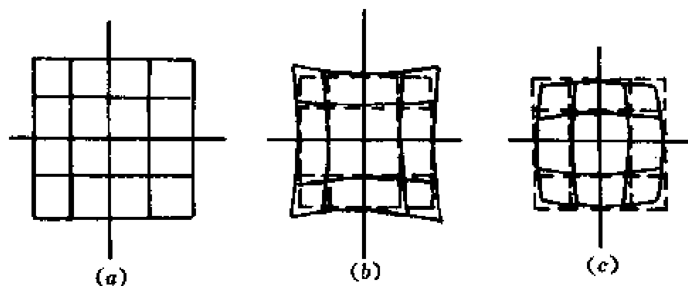


图 10-17

可见,畸变仅由主光线的光路决定,它只引起像的变形,而对像的清晰度并无影响。因此,对于一般的光学系统,只要感觉不出它所成像的变形(相当于 $q\leqslant4\%$),这种像差就无妨碍。但对某些要利用像来测定物体的大小和轮廓的光学系统,如计量仪器中的投影物镜、工具显微镜以及航空测量用的摄影物镜等,畸变就成为主要的缺陷了。它直接影响测量精度,必须严格校

正。计量仪器中的物镜，畸变要求小于万分之几，但视场较小，矛盾并不突出；而航空测量用物镜视场大达 120 度，畸变要求小到十万分之几，校正就相当困难，导致镜头结构极度复杂。

值得指出，结构完全对称的光学系统以 −1 倍的倍率成像时，畸变能自然消除。这是因为实际放大率 $\bar{\beta}=y'_z/y=[(L'_z-l')\mathrm{tg}U'_z]/[(L_z-l)\mathrm{tg}U_z]$，不管 U_z 为何值，由于系统的结构对称于孔径光阑，β 恒等于 −1 而不会产生畸变。

对于单个薄透镜或薄透镜组，当光阑与之重合时，主光线通过主点，沿理想方向射出，与高斯像面的交点接近与理想像高相等，也不产生畸变，如图 10-18(*a*)所示。以上双胶合物镜例子足以说明这一结论。据此可以推知，当光阑位于透镜之前时，y'_z 小于理想像高 y'_0，产生负畸变，如图 10-18(*b*)；反之，当光阑位于透镜之后时产生正畸变，请读者自行作图。这表明了畸变对光阑位置的依赖关系。

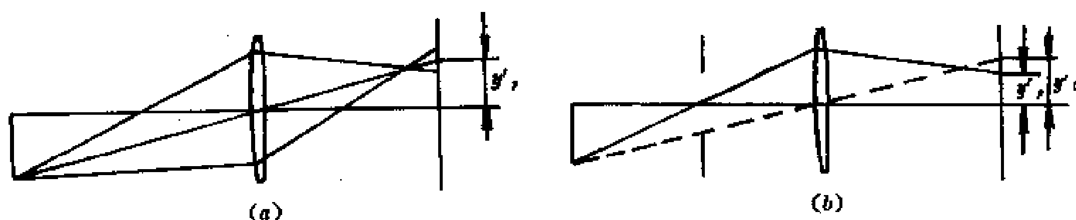


图 10-18

下面我们推导畸变的计算公式。在第八章中，曾经导出了 Kerber 球差分布公式(8-11*a*)，它是联系子午平面上任意一条近轴光线和一条远轴光线的普遍关系式。如果在该式中以主光线代替其中的轴上点远轴光线，就可导出畸变的分布公式。推导结果是

$$n'u'\cos U'_z\delta y'_z-nu\cos U_z\delta y_z=-\frac{1}{2}\Sigma S_{五} \tag{10-35}$$

$$\Sigma S_{五}=2[\Sigma(L'_z\sin U'_z-L_z\sin U_z)ni+j(\cos U'_z-\cos U_z)] \tag{10-36}$$

这就是畸变分布公式。$\Sigma S_{五}$ 称为畸变系数，$S_{五}$ 是畸变在各个面上的分布。如果物方无畸变，即 $\delta y_z=0$，则有

$$\delta y'_z=-\frac{1}{2n'u'\cos U_z}\Sigma S_{五}=-\frac{\Sigma(L_z'\sin U_z'-L_z\sin U_z)ni}{n'u'\cos U'_z}-y'_0\left(1-\frac{\cos U_z}{\cos U'_z}\right)$$

可见，畸变由各表面的贡献和主光线的角差两部分引起。利用第七章对主光线计算的中间结果可得：前者，即 $-\Sigma(L'_z\sin U'_z-L_z\sin U_z)ni/(n'u'\cos U'_z)$ 为 −0.0002624；后者，即 $-y'_0(1-\cos U_z/\cos U'_z)$ 部分为 −0.0001858，畸变值为二者之和，即 $\delta y'_z=-0.0004482$。可见，计算结果与按光路计算求得的值完全一致。

至于初级畸变，只要把主光线的初值 y_1 和 $\eta_1=\zeta_1=0$ 代入公式(10−11)即可求得，当考虑公式(10-15)时，可简写为

$$\left.\begin{aligned}\delta y'_{z0}&=-\frac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{V}}\\ \Sigma S_{\mathrm{V}}&=\Sigma(S_{\mathrm{III}}+S_{\mathrm{IV}})\frac{i_z}{i}\end{aligned}\right\} \tag{10-37}$$

可见初级畸变仅与视场的三次方成比例。下表是对前述双胶合物镜计算其 −3°视场初级畸变的例子。

表 10-2 双胶合望远物镜初级畸变的计算

$\delta y'_{p0} = -0.0004468$

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
$S_{\text{Ⅲ}}$ $+S_{\text{Ⅳ}}$	0.000984146 0.00149229	−0.000418465 −0.00038686	0.002010397 0.00088585	抄自表 10-1
$S_{\text{Ⅲ}}+S_{\text{Ⅳ}}$ $\times i_p/i$	0.00247644 0.327100	−0.000805325 −0.112540	0.002896247 −0.280092	
$S_{\text{Ⅴ}}$	0.000810042	0.00090631	−0.000811215	$\Sigma S_{\text{Ⅴ}}=0.00008946$

这个结果与实际畸变值完全一致，表明光学系统在视场很小时，高级畸变甚小，几乎可以忽略，用初级量足以表示光学系统的畸变。

习 题

1. 一个半径 $r=-50$mm 的折射球面，物方介质为玻璃，像方介质为空气，有一束自轴外点发出的平行光束入射于该球面，试定性判断光阑位置分别为 $l_p=-70$mm，-50mm 和 -30mm 时，彗差、细光束像散、场曲、畸变和倍率色差的情况（包括正负和数值）。其中色差问题可待下一章补做。下同。

2. 如将上题的折射球面作为一个透镜的第二面，透镜的厚度为 4mm，且对原入射的斜平行光束，其子午彗差、像散、畸变和倍率色差均不产生，求第一面的半径和光阑的位置。

3. 有平凸透镜：$r_1=51.63$mm，$r_2=\infty$，$d=4$mm，$n=1.5163$，$l_1=-\infty$，$h_1=12.5$，再若 $2W=8°$，入瞳在第一面前 5mm，试在追迹二条近轴光线的基础上计算全部初级像差。

4. 一会聚的双凸透镜，$l_1=-\infty$，试分别对光阑在透镜之前、与透镜重合和在透镜之后的三种情况，以图形定性表示出球差、位置色差、像散、场曲、畸变和倍率色差，并回答为什么不能表示彗差的情况？

5. 有一凸透镜，对实物成实像，问当光阑与之重合时，是否能通过整体弯曲的方法来校正像散？为什么？

6. 有一凸面朝向物体的平凸透镜，$n=1.7$，光阑在其后面一定距离处。为进一步减小球差、彗差和像散，透镜应朝什么方向进行整体弯曲？

7. 有二个薄透镜系统，分别为正负透镜胶合和正负透镜分离，焦距、相对孔径和视场均相同，分别为 100mm、1/4 和 8°。其中胶合组为 $\varphi_1=0.02013$，$\varphi_2=-0.01013$，$d=0$；分离组为 $\varphi_1=0.02899$，$\varphi_2=-0.02472$，$d=8$。二个镜组所用玻璃均为 K9＋ZF2，其折射率分别为 1.5163 和 1.6725。求这二镜组的匹兹凡和与匹兹凡面弯曲。

8. 与上题相同的要求，若由二个相同的正薄透镜分离 8mm 组成一个焦距为 100mm 的双薄透镜组，求此镜组的匹兹凡和与匹兹凡像面弯曲。二透镜的玻璃相同，也为 $n=1.5163$。如果玻璃取用 ZK6（$n=1.6126$），$S_{\text{Ⅳ}}$ 值与 x_p' 值又为多少？对比上题结果，试讨论之。

第十一章　色差

任何光学介质，对透明波段中不同波长的单色光具有不同的折射率，波长短者折射率大。光学系统多半用白光成像，白光入射于任何形状的介质分界面时，只要入射角不为零，各种色光将因色散而有不同的传播途径，结果导致各种色光有不同的成像位置和不同的成像倍率。这种成像的色差异称为色差。通常用二种按接收器的性质而选定的单色光来描述色差。对于目视光学系统，都选为蓝色的 F 光和红色的 C 光。

色差有二种。其中描述二种色光对轴上物点成像位置差异的色差称为位置色差或轴向色差，因不同色光成像倍率的不同而造成物体像的大小差异的色差称为倍率色差或垂轴色差。

§11-1　位置色差

如图 11-1，轴上点 A 发出一束近轴白光，经光学系统后，其中 F 光交光轴于 A'_F，C 光交光轴于 A'_C。显然，这两点是 A 点被蓝光和红光所成的高斯像点。它们相对于光学系统最后一面的距离分别为 l'_F 和 l'_C，则其差就是近轴光的位置色差 $\delta l'_{ch}$，即

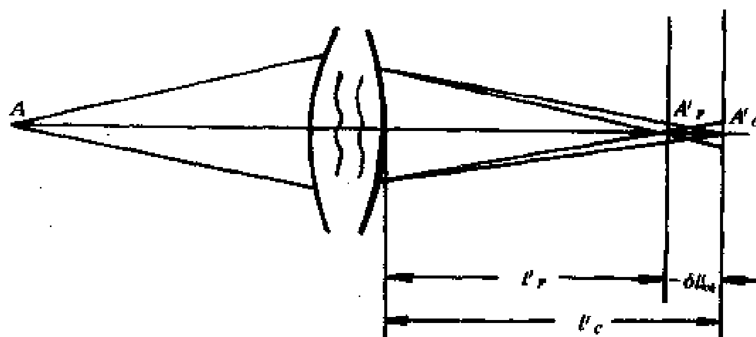


图 11-1

$$\delta l'_{ch}=l'_F-l'_C \tag{11-1}$$

图中所示情况，位置色差 $\delta l'_{ch}<0$，称为色差校正不足；反之，若 $\delta l'_{ch}>0$，称为色差校正过头。若两色像点重合，$\delta l'_{ch}=0$，称光学系统对这两种色光消色差。通常所谓的消色差系统，就是指对二种选定的色光消位置色差的系统。

由于色差，光轴上一点即使以近轴光成像也不能得到清晰像。图 11-1 中，若设 A 点仅发出红、蓝二种色光，则在过 $A'F$ 的垂轴光屏上将看到蓝色的像点外有红圈；而在过 A'_C 的屏上，则是红色的点外有蓝圈。可见，色差严重影响光学系统的像质，所有成像用的光学系统都必须校正色差。

位置色差的精确数值，须对要求校正色差的二种色光进行光路计算，算出其截距后按(11-1)式求得。如前述双胶合望远物镜，已知其正、负透镜的玻璃分别为 K9 和 ZF2，它们的折射率为：K9，$n_F=1.52191$，$n_C=1.51385$；ZF2，$n_F=1.68749$，$n_C=1.66662$。对这两种色光作光路计算后，求得 $l'_F=97.024$，$l'_C=97.074$，则位置色差 $\delta l'_{ch}=-0.050$。

必须指出，上面计算的只是近轴光的色差。若 A 点发出一条与光轴成有限角度的白光，也

将产生色差。这条白光中的 F 光和 C 光经系统后与光轴的交点，将因各自的球差而不与各自的近轴像点重合，并且因二色光线的球差值不等，其位置色差值也与近轴光的 $\delta l'_{ch}$ 不同。光学系统一般只能对光束中的某一带光线校正色差，通常是对 0.707 带光来校正的。

由于二色光线在同一带上的球差不同，光学系统对带光校正了位置色差以后，在其它带上一定会有剩余色差。因此，需对若干个带，至少需对边缘光、0.707 带光和近轴光进行计算后才能了解系统的色差校正情况。下表所列是对上述双胶合物镜算得的三个带光的色差：

h	L'_F	L'_C	$\delta L'_{ch}$
0	$l'_F=97.024$	$l'_C=97.074$	$\delta l'_{ch}=-0.050$
7.07	97.038	97.034	0.004
10	97.098	97.038	0.060

通常把计算得的色差相对于光线的入射角 U 或入射高度 h 画成曲线，最好是把上面对二种色光的计算结果以球差曲线形式与主色光的球差曲线画在一起，图 11-2 就是这种曲线。从这种曲线图中，不仅可清楚地知道色差随孔径变化的情况，还可了解到球差随色光而变化的情况。显然，当对 0.707 带校正了色差以后，其它带上剩余色差的大小，正好可作为这种球差的色差异的量度。例如上例中，从零孔径到全孔径，色差从 -0.05 变到 0.06，变化了 0.11，它正好等于 F 光和 C 光的球差之差，即

$$\delta L'_{chm}-\delta l'_{ch}=\delta L'_F-\delta L'_C=0.11$$

故称这种球差的色变化为色球差，称图 11-2 所示的曲线为色球差曲线。

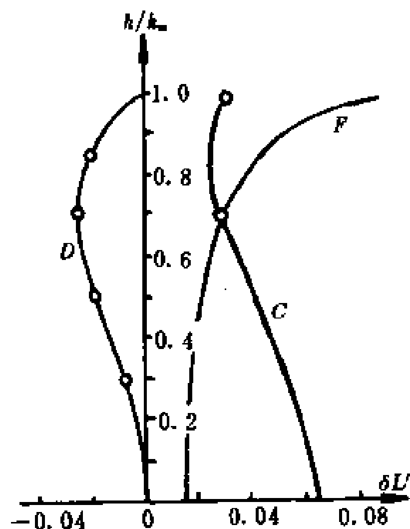


图 11-2

从色球差曲线还可看出，虽然对 F 光和 C 光在 0.707 带校正了色差，但其公共焦点相对于主色光 D 线尚有较大的偏离，约为 0.053。这种二色光的公共焦点相对于主色光的位置差异称为二级光谱。如果要求光学系统具有极好的像质，除了必须很好地校正球差和位置色差外，还需对色球差和二级光谱进行校正，但这是非常困难的，只有当系统有相当复杂的结构才有可能。同时校正位置色差和二级光谱即是对三种色光消色差，这种系统称为复消色差系统。

§11-2 初级位置色差

与轴上点球差一样，位置色差也可表示成级数展开式。当 h 或 u 变号时，色差不变，故展开式中只包含 h 或 u 的偶次方项；又当 $h=0$ 或 $u=0$ 时，色差不为零，故存在常数项。据此有

$$\delta L'_{ch}=a_0+a_1h^2+a_2h^4+a_3h^6+\cdots \qquad (11\text{-}2a)$$

或

$$\delta L'_{ch}=b_0+b_1u^2+b_2u^4+b_3u^6+\cdots \qquad (11\text{-}2b)$$

另外，据球差展开式(8-3)，于是有

$$\delta L'_{ch}=L'_F-L'_C=l'_F+\delta L'_F-l'_C-\delta L'_C$$
$$=\delta l'_{ch}+(A_{F1}-A_{C1})h^2+(A_{F2}-A_{C2})h^4+(A_{F3}-A_{C3})h^6+\cdots$$

将上式与(11-2a)比较可知，$a_0=\delta l_{ch}'$，$a_1=A_{F1}-A_{C1}$，$a_2=A_{F2}-A_{C2}$，…。所以，色差展开式中的常数项就是近轴光的位置色差，可将其归结为初级位置色差。而其它各项的系数分别等于二种色光的球差展开式中相应项系数之差。实际计算表明，对于绝大多数光学系统，展开式中的四次方项已很小，故位置色差可用下式来描述：

$$\delta L_{ch}'=a_0+a_1h^2=\delta l_{ch}'+(A_{F1}-A_{C1})h^2 \tag{11-3}$$

这是一条二次曲线。对初级位置色差的进一步讨论，可得出一些系统设计时校正色差所需了解的重要结果。下面先推导初级位置色差的一般表示式。

单个折射球面对轴上点以近轴光成像时，像的位置由式(2-11)决定。显然，二色光线的成像位置会因折射率的不同而异。由于光学介质的色散即 n_F-n_C 与折射率相比是一小量(小二、三个量级)，故二色光因色散而引起的光路差异也是一小量。这样，只要对式(2-11) 进行微分就可得到初级位置色差的表达式，即

$$\frac{dn'}{l'}-\frac{n'dl'}{l'^2}-\frac{dn}{l}+\frac{ndl}{l^2}=\frac{dn'-dn}{r}$$

式中：dn' 和 dn 分别是像方和物方介质的色散，如对 F 光和 C 光计算色差，为 $dn=n_F-n_C$，同理可得 dn'；n' 和 n 为中间色光(D 光)的折射率，dl' 和 dl 即为初级位置色差。将 dl' 和 dl 用 $\delta l_{ch}'$ 和 δl_{ch} 表示，留在公式左边，其余各项移到右边，并将两边各乘以 h^2，再应用简单表达式即 $l'u'=lu=h$ 和 $i=h/r-u$，可得

$$n'u'^2\delta lch'-nu^2\delta l_{ch}=-luni\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)$$

这就是单个折射球面的初级位置色差公式。对于整个光学系统，可对每一面应用此式求和，中间项可一一消去，最后可得

$$n'_k u'^2_k\delta l'_{ch,k}-n_1u_1^2\delta l_{ch,1}=-\sum luni\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right) \tag{11-4}$$

或

$$\left.\begin{aligned}\delta l'_{ch,k}&=\frac{n_1u_1^2}{n'_k u'^2_k}\delta l_{ch,1}-\frac{1}{n'_k u'^2_k}\sum C_{\text{I}}\\ C_{\text{I}}&=luni\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)\end{aligned}\right\} \tag{11-5}$$

这就是所要推导的初级位置色差公式。式中，C_{I} 表征在每一折射面上的色差分布，而各面分布值之和 $\sum C_{\text{I}}$ 称为初级位置色差系数或第一色差和数。

如果光学系统对实际物点成像，物方色差为零，则有

$$\delta l'_{ch,k}=-\frac{1}{n'_k u'^2_k}\sum C_{\text{I}} \tag{11-6}$$

表 11-1　双胶合物镜初级位置色差系数的计算

$\delta' l_{ch}=-0.05023$

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
dn'/n'	0.00531546	0.0124768	0	
$-dn/n$	0	0.00531546	0.0124768	
$dn'/n'-dn/n$	0.00531546	0.00716134	−0.0124768	
× lu	10.0	9.78207	9.71097	
× ni	0.160000	−0.422427	−0.178198	
C_{I}	0.00850474	−0.0295921	0.0215907	$\sum C_{\text{I}}=0.0005034$

利用以上公式计算初级位置色差，只需应用中间色光的第一近轴光线的光路计算结果。对前述双胶合望远物镜，与折射率有关的数据如下：

$n_1=1, n_1'=n_2=1.51633, n_2'=n_3=1.67270, n_3'=1;$

$dn_1=n_{F1}-n_{C1}=0, dn_1'=dn_2=1.52191-1.51385=0.00806,$

$dn'_2=dn_3=1.68749-1.66662=0.02087, dn_3'=0。$

计算结果如表 11-1 所示。可见，结果与按光路计算求得的值 -0.050 一致。

§11-3 平行平板的位置色差

在光学系统中应用平行平板的场合颇多。当平行平板置于非平行光束中时，将产生位置色差。由于平板对光线的折射具有方向不变的性质，其色差计算公式甚易从公式(11-5)推出。因有 $i_1=-u_1=-u_2'=i_2'$，可得

$$\Sigma C_I=l_1 n_1 u_1 i_1\left(\frac{dn'_1}{n'_1}-\frac{dn_1}{n_1}\right)+l_2 n_2 u'_2 i'_2\left(\frac{dn'_2}{n'_2}-\frac{dn_2}{n_2}\right)$$
$$=-\frac{dn}{n^2}du_1^2 \tag{11-7}$$

所以

$$\delta l'_{ch}=-\frac{1}{n'u'^2}\Sigma C_I=\frac{dn}{n^2}d=\frac{n-1}{n^2\nu}d \tag{11-8}$$

式中，dn 是玻璃的平均色散，ν 是阿贝常数，都可直接从玻璃数据表中查取，或按折射率值计算得到。

读者也可直接由平行平板对二色光所产生的轴向位移之差导出其位置色差。

可见，平行平板恒产生正色差，其大小只与平板的厚度 d 和玻璃的光学常数有关、而与在光路中所处的位置无关；当平板处于平行光束中时，不产生色差。

由于在会聚或发散光束中的平行平板恒产生正色差，故带有反射棱镜的光学系统，其透镜系统需保留相当数值的负色差与之补偿。例如若双筒棱镜望远镜中的二块转像棱镜相当于厚度为 $d=86$mm 的平行平板，棱镜的玻璃为 BaF_2，$n=1.5696$，$dn=0.01152$，则此转像棱镜所产生的色差为 $\delta l'_{ch}=0.402$mm，物镜应保留等值的负色差。

§11-4 薄透镜和薄透镜系统的初级位置色差

按(11-5)式便于对已知结构参数的光学系统进行色差计算，但不能用来求取满足色差要求的初始解。为此，需把色差公式表示成按透镜分布的形式。对于薄透镜系统，这种公式具有十分简单的形式和重要的实用意义。

对于单个薄透镜，对各个面应用公式(11-5)并结合式(2-5)可导出

$$C_I=h^2\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-9}$$

因此，单块薄透镜所产生的色差为

$$\delta l'_{ch}=-\frac{1}{n'u'^2}C_I=-l'^2\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-9a}$$

若透镜对无穷远物体成像，则色差为

$$\delta l'_{ch}=-\frac{f'}{\nu} \tag{11-9b}$$

可见，薄透镜的初级位置色差仅由透镜的光焦度和材料决定，而与透镜的形状无关：正透镜总产生负色差，负透镜总产生正色差；对于同一透镜，色差还与物体位置有关。

对于薄透镜系统，其位置色差系数为

$$\Sigma C_{\mathrm{I}}=\Sigma h^{2}\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-10}$$

式中，Σ 表示以透镜为单位连加。从(11-10)式可见，在光学系统中，各透镜对色差的贡献除与本身的光焦度大小和阿贝常数有关外，还与它在光路中所处的位置有关。同一透镜，当处于光线入射高度 h 大的位置，色差贡献就大，反之亦然。处于像面上的透镜，如场镜，对色差无贡献。

从公式(11-10)可见，在对系统的各透镜选定玻璃以后，消色差问题将转化为在满足总光焦度的前提下，如何合理分配各透镜的光焦度问题。下面就常见的几种情况进行讨论。

一、双胶合或微小空气隙的双分离镜组

对于这种系统，应联立消色差条件和总光焦度两个方程求取各透镜的光焦度，即

$$\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}$$

$$\varphi_1+\varphi_2=\varphi$$

式中，φ_1 和 φ_2 是各块透镜的光焦度。解得

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1&=\frac{\nu_1}{\nu_1-\nu_2}\varphi\\ \varphi_2&=-\frac{\nu_2}{\nu_1-\nu_2}\varphi\end{aligned}\right\} \tag{11-11}$$

由上式可知：

1. 具有一定光焦度的双胶合或双分离透镜组，只有用二块不同玻璃制造的正负透镜组合才能消色差。为使二透镜的光焦度不致太大，二种玻璃的阿贝常数之差应尽可能大，通常选用冕牌玻璃和火石玻璃组合而成。

2. 若光组为正，则不论正透镜在前还是负透镜在前，正透镜必须用冕牌玻璃，负透镜必须用火石玻璃；反之，负光组时正透镜须用火石玻璃，负透镜须用冕牌玻璃。

3. 如二透镜用同种玻璃，必须满足 $\varphi_1=-\varphi_2$，得到无光焦度系统。这种系统可在消色差的情况下，产生单色像差，具有实际应用。例如可在折反射系统中补偿反射球面的像差。

例：若要设计一个焦距为 100mm 的双胶合望远镜物镜，选用的玻璃为 K9 和 ZF2，其阿贝常分别为 64 和 32.2，取正透镜在前的形式，则按(11-11)式可求得消色差解为：

$$\varphi_1=0.02013,\ f_1'=49.68;\ \varphi_2=-0.01013,\ f_2'=-98.76。$$

然后可进一步由消球差要求用公式(8-25)或由消正弦差要求用公式(9-24)求曲率半径。

有时物镜需要保留一部分色差，以便与其它光学零件的色差相抵消。如双筒棱镜望远镜物镜后面的转像棱镜，要产生 0.402mm 的正色差，物镜必须保留等值的负色差来补偿，此时物镜应满足 $\Sigma C_{\mathrm{I}}=-n'u'^{2}\delta l'_{ch}$，再与 $\varphi_1+\varphi_2=\varphi$ 联立，可得

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1&=\frac{\nu_1}{\nu_1-\nu_2}\varphi(1+\nu_2\varphi\delta l'_{ch})\\ \varphi_2&=-\frac{\nu_2}{\nu_1-\nu_2}\varphi(1+\nu_1\varphi\delta l'_{ch})\end{aligned}\right\} \tag{11-12}$$

可见，当 $\varphi>0$ 时，负的保留色差将使 φ_1 和 φ_2 之值比消色差时为小，正的保留色差将使二值增大。物镜后有相当大厚度的平行平板时，属前种情况，是有利的。显然，(11-11)式是(11-12)式当 $\delta l'_{ch}=0$ 时的特殊情况，因此，式(11-12) 更具普遍意义。对于上述双胶合物镜，如需保留

-0.402毫米的色差，得解为

$$\varphi_1=0.017524,\ f_1'=57.064;\ \varphi_2=-0.007524,\ f_2'=-132.91。$$

二、具有一定间隔的双薄透镜系统

这种系统，光线在二透镜上的高度不等，其消色差条件和光焦度分配公式应为

$$h_1^2\frac{\varphi_1}{\nu_1}+h_2^2\frac{\varphi_2}{\nu_2}=0 \tag{a}$$

$$h_1\varphi_1+h_2\varphi_2=h_1\varphi \tag{b}$$

如果物体在无穷远，根据公式(4-38)，上式中的高度比 $h_2/h_1=1-d\varphi_1$，与上二式综合后可得二次方程

$$\nu_1 d\varphi_1^2+(\nu_2-\nu_1-\nu_1 d\varphi)\varphi_1+\nu_1\varphi=0 \tag{11-13}$$

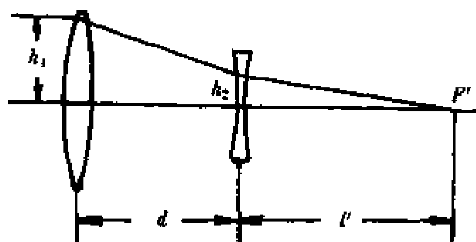


图 11-3

据此可解得 φ_1 和 φ_2。由(a)式可知，二者必是异号的，图11-3 即是其一种可能。当然，间隔 d 必须使方程(11-13)的判别式$\triangle=(\nu_1-\nu_1-\nu_1 d\varphi)^2-4\nu_1^2 d\varphi>0$ 才是有解的。

例如，仍以 K9 和 ZF2 玻璃设计一个焦距为 100mm 的分离双透镜消色差系统，从(11-13)式可得

$$64d\varphi_1^2+(32.2-64-64\times0.01d)\varphi_1+64\times0.01=0$$

分析此方程的判别式得，只有当 $d\leqslant8.45$ 时才有解，现以 $d=8$ 为例求解之，得 $\varphi_1=0.04312$ 或 0.02899，取后者继续计算，得 $h_2/h_1=0.7681$，代入(b)得 $\varphi_2=-0.02472$。

此例条件与前一种情况完全一样，但所得的消色差解 φ_1 和 φ_2 要较前例大得多。所以，消色差双透镜分离的结果，导致各透镜光焦度的显著增大，是不利的。

最后须指出，本节所讨论的消色差只对近轴光而言，这与实际上希望对带光消色差的要求不符。此外，当由薄透镜变到一定厚度的实际透镜时，也会引入些许色差变化。所以本方法求得的只是近似的消色差解，在设计过程中还要对它进行精确的校正。

§11-5　二级光谱

消色差系统只能对二种色光校正位置色差，它们的公共焦点或像点相对于中间色光的焦点或像点仍有偏离。这种偏离称为二级光谱。对于成像波段较宽的光学系统，二级光谱的存在将使它不能给出无色的高品质像。但由于校正二级光谱非常困难，只有对成像和清晰度要求特别高的系统，如研究用显微镜物镜、长焦距平行光管等，才设法予以校正或减少。这种对三种色光校正位置色差的系统称为复消色差光学系统。

光学系统对 C 和 F 光校正了位置色差以后，其公共焦点至中间色光(D 光)焦点间的距离可由位置色差系统 $\Sigma C_1{}^{F\cdot D}$决定，即

$$\Sigma C_1{}^{F\cdot D}=\Sigma h^2\frac{\varphi}{\nu_{F\cdot D}}=\Sigma h^2\frac{\varphi}{\nu}\frac{n_F-n_D}{n_F-n_C} \tag{11-14}$$

式中，$(n_F-n_D)/(n_F-n_C)$是玻璃的部分色散系数或相对色散，以带注脚的 P 表示。如 $P_{F\cdot D}$表示 F 光与 D 光间的相对色散。按此，光学系统校正二级光谱的条件是

$$\Sigma C_1{}^{F\cdot D}=\Sigma h^2\frac{\varphi}{\nu}P_{F\cdot D}=0 \tag{11-15a}$$

或一般地写成

$$\Sigma C_{1}^{\lambda 1,\lambda 2}=\Sigma h^{2}\frac{\varphi}{\nu_{\lambda 1\cdot\lambda 3}}P_{\lambda 1\cdot\lambda 2}=0 \tag{11-15b}$$

将此式与消色差条件 $\Sigma h^{2}(\varphi/\nu)=0$ 比较可知，校正二级光谱的条件是各块透镜的玻璃有相同的相对色散。但是，现在尚没有相对色散相同而阿贝常数又相差较大的常用光学玻璃，上述条件是满足不了的。这就是光学系统校正二级光谱非常困难的原因。

由双胶合物镜复消色差的条件可知，条件(11-15a)总得不到满足，一定存在二级光谱。为求知其大小，将消色差解(11-11)代入该式，可得二级光谱值为

$$\Sigma C_{1}^{F\cdot D}=(\frac{h}{f'})^{2}f'\frac{P_{FD1}-P_{FD2}}{\nu_{1}-\nu_{2}} \tag{11-16}$$

可见，双胶合镜组的二级光谱与结构参数无关，在焦距一定时，仅由二玻璃的相对色散差与阿贝常数之比值所决定。

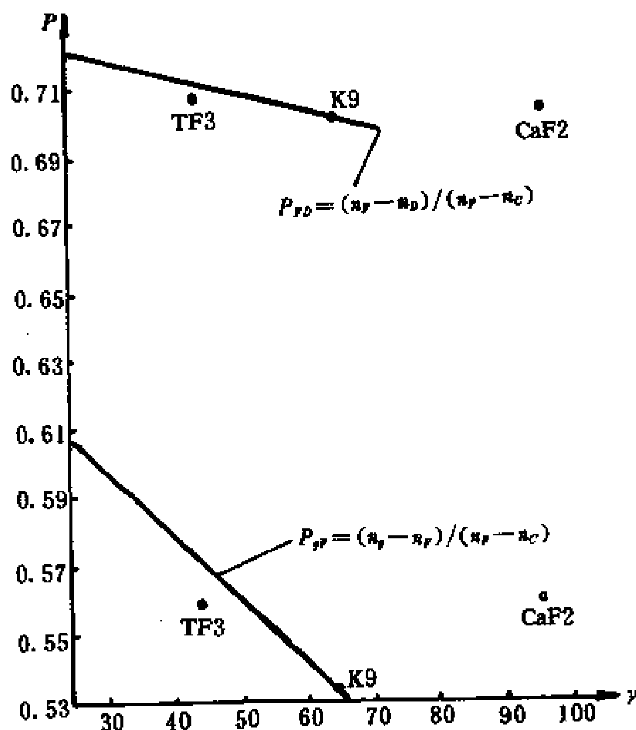


图 11-4

光学玻璃的相对色散随阿贝常数而异，两者 $P\sim\nu$ 的关系用图可表示出来。如把所有玻璃画在这种图上，则可发现，对同一对色光的相对色散而言，$P\sim\nu$ 的关系近乎线性，如图 11-4 所示。对于图中所画二对色光的相对色散，其与 ν 之间的直线方程为

$$P_{F\cdot D}=K_{F\cdot D}-0.00052\nu$$

$$P_{g\cdot F}=K_{g\cdot F}-0.00185\nu \tag{11-17}$$

显然，式(11-16)中，反映二级光谱大小的因子 $(P_{FD1}-P_{FD2})/(\nu_{1}-\nu_{2})$，就是玻璃直线的斜率，因此，双胶合镜组的 D 光相对于 F 光的二级光谱为

$$\delta L'^{FD}_{ch}=0.00052f'$$

这进一步揭示，一定焦距的双胶合物镜，其二级光谱不仅与结构参数无关，而且对各种玻璃组合都差不多是一个常量。这是由普通光学玻璃的特性所决定的。

但是也有少数特种玻璃，如 TF3 等，在 $P\sim\nu$ 图中离开直线相对较远，用它来与常用的 $K9$ 玻璃组成双胶合物镜，二级光谱可减小 1/3。先列出这对玻璃的有关数据：

$K9$：$n_D=1.51630$，$n_F-n_C=0.00806$，$\nu=64.1$，$n_F=1.51296$；

$TF3$：$n_D=1.61230$，$n_F-n_C=0.01389$，$\nu=44.1$，$n_F=1.62214$。
则 $P_{FD1}=0.7022$，$P_{FD2}=0.7084$，按公式(11-16)可得 $\delta l'^{FD}_{ch}=0.00031f'$。

特别值得指出，利用萤石(CaF_2)作透镜材料，可以很好地校正二级光谱，其常数为：$n_D=1.43385$，$n_F-n_C=0.00454$，$\nu=95.56$，$n_F=1.43705$。它在 $P\sim\nu$ 图中远离直线，决定了它在二级光谱校正方面的重要意义。例如用它和 TF3 组合时，其二级光谱为 $0.0000700f'$。可惜具有良好光学均匀性的大块萤石极少且贵，一般只能用它来设计制造复消色差显微物镜。

如果双透镜分离，可以证明，反而会导致二级光谱的增大。所以实际上，可能实现的长焦距复消色差物镜，只能用三块透镜组合而成，并且只能有相当小的相对孔径。三块透镜的玻璃在 $P\sim\nu$ 图上应包围成尽可能大的三角形面积。

用普通光学玻璃达到复消色差目的的另一途径是应用等效透镜。由二块适当的玻璃透镜组成的镜组在给定光焦度时，其等效阿贝常数和等效相对色散值有别于普通玻璃所具有的线性关系。但用此方法设计成的复消色差系统，将会有比较复杂的结构。

日本的 Sumita 公司制造了一种可以取代萤石的新型超低色散光学玻璃 CaFK95，其光学常数几乎与萤石相同。另外，德国 Schott 玻璃厂的 FK 类和 KZFS 类玻璃中，部分具有特殊色散的玻璃也是校正二级光谱的上好材料，使设计复消色差系统具有更广泛的前景。

§11-6 倍率色差

校正了位置色差的光学系统，只能使二种色光的像点或像面重合在一起，但二种色光的焦距并不一定就此相等，使这二种色光可能具有不同的放大率，而使同一物体的像大小不等，因而仍可能存在倍率色差。

光学系统的倍率色差，用二种色光的主光线与高斯像面的交点高度之差来度量，以符号 $\delta y'_{ch}$表示，若对 F 光和 C 光考虑色差，有

$$\delta y'_{ch}=y'_F-y'_C \tag{11-18}$$

倍率色差的存在，使物体像的边缘呈现颜色，影响像的清晰度。所以，具有一定大小视场光学系统，必须校正倍率色差。

为计算倍率色差值，需对要校正色差的二种色光计算主光线的光路，然后求出它们与高斯像面的交点高度 y'_F 和 y'_C，再按公式(11-18)求得。例如对前述双胶合望远物镜的 $-3°$视场时的 F 光和 C 光的主光线作光路计算，算后得

$L'_{pF}=-4.17505$，$U'_{pF}=-2.96141°$；$L'_{pC}=-4.20797$，$U'_{pC}=-2.96081°$

已求得该物镜的高斯像面位置为 $l'=97.009$，按公式 $y'_p=(L'_p-l')\mathrm{tg}U'_p$ 计算，得

$y'_F=5.23449$，$y'_C=5.23513$，$\delta y'_{ch}=-0.00064$

可见该物镜的倍率色差很小或几近为零。这是因为该物镜的位置色差已经校正，倍率色差也随

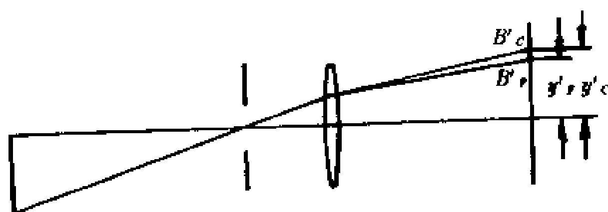


图 11-5

之校正之故。另外，倍率色差显然与光阑位置有关，因光阑与物镜重合，倍率色差也不会产生。例如，单个薄透镜不可能校正位置色差，当光阑与之重合时倍率色差为零；而当光阑位置移动时，倍率色差就要随之变化。当光阑位于透镜之前时，如图 11-5 所示，因 $n_F>n_C$，F 光比 C 光偏折得厉害，$y'_F<y'_C$，故产生负的倍率色差；反之，如光阑位于透镜之后，则产生正的倍率色差。

§11-7 初级倍率色差

倍率色差是光学系统的放大率随折射面间介质的折射率变化而引起的，因此其近似表达式定可由微分折射面的放大率公式而得到。单个折射球面的放大率公式为

$$\frac{y'}{y}=\beta=\frac{nl'}{n'l}$$

先对上式取对数，然后微分得

$$\frac{dy'}{y'}-\frac{dy}{y}=\frac{dn}{n}+\frac{dl'}{l'}-\frac{dn'}{n'}-\frac{dl}{l}$$

式中的 dy' 和 dl' 是由于折射率变化 dn' 所引起像的大小和位置的差异，具有与倍率色差和位置色差相同的意义。再以拉氏不变量 $j=n'y'u'=nyu$ 取代上式中的 y' 和 y，得

$$n'u'\delta y'_{ch}-nu\delta y_{ch}=\frac{n'y'u'^2\delta l'_{ch}}{h}-\frac{nyu^2\delta l_{ch}}{h}-j(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n} \tag{a}$$

式中的 y'/h 和 y/h 可表示为

$$\frac{y'}{h}=\frac{(l'_z-l')u'_z}{h}=\frac{h_z}{h}-\frac{u'_z}{u'},\quad \frac{y}{h}=\frac{h_z}{h}-\frac{u_z}{u} \tag{11-19}$$

其中 h_z/h 可利用拉氏不变量作代换，有

$$j=n(l_z-l)u_zu=nhh_z[(\frac{1}{r}-\frac{1}{l_z})-(\frac{1}{r}-\frac{1}{l})]=nhi_z-nh_zi$$

所以

$$\frac{h_z}{h}=\frac{i_z}{i}-\frac{j}{hni} \tag{11-20}$$

将(11-20)代入(11-19)，整理后再将其中的初级位置色差部分以(11-4)式代入，并将式中的 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 加上星号，得

$$n'u'\delta y'^*_{ch}-nu\delta y^*_{ch}=-luni_z(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n})-(n'u'u'_z\delta l'_{ch}-nuu_z\delta l_{ch}) \tag{b}$$

式中的 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 加上星号的原因是它们虽有二色光像高差的含义，但它们是在各自的像面上度量的。这与倍率色差的定度不符，也与使用统一像面的实际不符。同时，式中的像高差由于受包括位置色差在内的二项因子的影响，也难以明确表示倍率色差。现在的任务是要找出 $\delta y'^*_{ch}$ 和 δy^*_{ch} 与按原始定义的倍率色差 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 之间的关系。

图 11-6 表示出了像方二种色光在各自像面上和在高斯像面上的像高 y'^*_F，y'^*_C 和 y'_F，y'_C，它们都是由二色主光线与相应像面的交点高度所决定的。由图显见有

$$y'^*_F=y'_F+\triangle y'_F=y'_F-\triangle l'_F\cdot u'_{zF}$$

$$y'^*_C=y'_C+\triangle y'_C=y'_C-\triangle l'_C\cdot u'_{zC}$$

因主光线随折射率变化所引起的光路差别是一小量，上二式中的角度 u'_{zF} 和 u'_{zC} 可用中间色光的 u'_z 来代替，则上二式相减所得的关系式代入公式(b)，并考虑到物方的类似关系，可最后得

$$n'u'\delta y'_{ch}-nu\delta y_{ch}=-luni_z(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}) \tag{11-21}$$

这就是单个折射球面的初级倍率色差表示式。令等号右边的表示式用 C_{I} 表示，即

图 11-6

$$C_{\rm II}=luni_p(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n})=C_{\rm I}\frac{i_p}{i} \tag{11-22}$$

它表征折射球面对倍率色差的贡献大小。可见，单个折射球面的倍率色差 $C_{\rm II}$ 由位置色差 $C_{\rm I}$ 所引起，当主光线通过球心，即 $i_p=0$ 时，虽有位置色差，也不会引起倍率色差。

对于整个光学系统，可把单个球面的公式应用于每一面，然后求和。由于 $nu\ \delta y_{ch}$ 是转面不变量，故可得到如下简单表式：

$$n'_k u'_k \delta y'_{ch,k} - n_1 u_1 \delta y_{ch,1} = \Sigma C_{\rm II} \tag{11-23}$$

$\Sigma C_{\rm II}$ 称为初级倍率色差系数或第二色差和数。各面的初级倍率色差分布值按(11-22)式计算。如果系统对实际物体成像，则有

$$\delta y'_{ch,k} = -\frac{1}{n'_k u'_k}\Sigma C_{\rm II} \tag{11-24}$$

由以上公式可见，初级倍率色差仅与视场的一次方成比例，这表示光学系统在视场不大时，就会受到倍率色差的有害影响。

在求得初级位置色差的分布以后，进而计算初级倍率色差的分布是异常方便的。对前述双胶合望远物镜－3°视场时的初级倍率色差的计算结果列于表 11-2 中。于是

表 11-2 双胶合望远物镜 3°视场时的初级倍率色差

	第 1 面	第 2 面	第 3 面	
$C_{\rm I}$	0.00850474	−0.0295921	0.0215907	抄自表 11-1
× i_p/i	0.327100	−0.112540	−0.280092	
$C_{\rm II}$	0.0027819	0.00333029	−0.00604738	$\Sigma C_{\rm II}=0.00006481$

$$\delta y'_{ch} = -0.0006474$$

这与上节中所算得的精确值是非常一致的。

§ 11-8 薄透镜系统的初级倍率色差

在公式(11-22)中，以(11-20)式中的 i_p/i 代入可得

$$C_{\rm II}=h_p n i(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n})+j(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n})$$

将其应用于单个薄透镜，因有 $h_{p1}=h_{p2}=h_p$，$h_1=h_2=h$，$dn'_2=dn_1=0$，并将单个薄透镜 $C_{\rm I}$ 的表示式(11-9)代入，得

$$C_{\mathrm{I}}=hh_{p}\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-25}$$

这就是单个薄透镜的初级倍率色差系数表示式。对于薄透镜系统，将上式对各透镜求和即得

$$\Sigma C_{\mathrm{I}}=\Sigma hh_{p}\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-26}$$

下面就几种常见情况进行讨论。

一、接触薄透镜系统

这种系统，可认为光线在各透镜上的高度相等，ΣC_{I}可表示为

$$\Sigma C_{\mathrm{I}}=hh_{p}\Sigma\frac{\varphi}{\nu} \tag{11-27}$$

校正倍率色差的条件也是$\Sigma(\varphi/\nu)=0$，这与接触薄系统校正位置色差的条件全同。即接触薄透镜系统在校正位置色差的同时，倍率色差也得到了校正。另外还可知道，这种系统当光阑与之重合，即$h_p=0$时，不管其位置色差如何，倍率色差都不会产生。

二、具有一定间隔的双透镜系统

这种系统常用作简单目镜，因其视场较大，须校正倍率色差。目镜中，两条近轴光线的光路大体如图11-7所示，即第一近轴光线平行入射，第二近轴光线近似平行出射。按公式(11-27)，其校正倍率色差的条件可写成

$$\frac{h_{p1}}{h_{p2}}\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{h_2}{h_1}\frac{\varphi_2}{\nu_2}=0$$

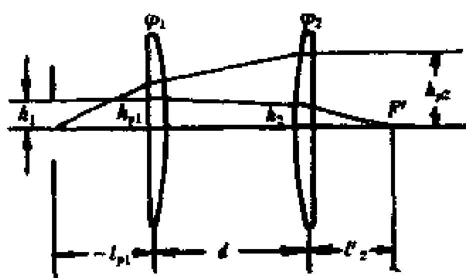


图 11-7

式中，二条近轴光线在二透镜上的高度比，按公式(4-38)有

$$\frac{h_2}{h_1}=1-d\varphi_1 \text{ 和 } \frac{h_{p1}}{h_{p2}}=1-d\varphi_2$$

由此可得校正倍率色差的条件。考虑到系统总光焦度φ及l_2'或l_{p1}的要求，可得方程组

$$(1-d\varphi_2)\frac{\varphi_1}{\nu_1}+(1-d\varphi_1)\frac{\varphi_2}{\nu_2}=0 \tag{a}$$

$$\varphi_1+\varphi_2-d\varphi_1\varphi_2=\varphi \tag{b}$$

$$l'_2=(1-d\varphi_1)f' \text{ 或 } l_{p1}=-(1-d\varphi_2)f' \tag{c}$$

由给定的φ和l'_2或l_{p1}再根据选定的玻璃，即可求出系统校正倍率色差的解。

如果二透镜选用同种玻璃，由(a)式可得

$$d=\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2\varphi_1\varphi_2} \quad \text{或} \quad d=\frac{1}{2}(f'_1+f'_2) \tag{11-28}$$

于是，其光焦度φ_1和φ_2与总光焦度之间满足

$$\varphi=(\varphi_1+\varphi_2)/2 \tag{11-29}$$

生物显微镜中普遍采用的惠更斯目镜就是满足条件(11-28)的消倍率色差的目镜。

三、同时校正位置色差和倍率色差的分离薄透镜系统

设分离的两部分各为双胶合镜组，将这种系统校正两种色差的条件联立，得

$$\left(\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}\right)+\left(\frac{h_{\mathrm{II}}}{h_{\mathrm{I}}}\right)\left(\frac{\varphi_3}{\nu_3}+\frac{\varphi_4}{\nu_4}\right)=0$$

$$\left(\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}\right)+\frac{h_{\mathrm{II}}h_{p\mathrm{II}}}{h_{\mathrm{I}}h_{p\mathrm{I}}}\left(\frac{\varphi_3}{\nu_3}+\frac{\varphi_4}{\nu_4}\right)=0$$

比较二式可知，因比值$h_{p\mathrm{II}}/h_{p\mathrm{I}}$不可能与$h_{\mathrm{II}}/h_{\mathrm{I}}$相等，故二式同时满足的条件只可能是

$$\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}=0 \text{ 和 } \frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}=0$$

这就是说，由若干个接触镜组分离的复杂系统要同时校正位置色差和倍率色差，必须对每一镜

组本身校正位置色差。

§11-9 光学系统消像差谱线的选择

绝大部分光学系统用于对复色光或白光成像。由于光学系统不可能对各种色光同时校正好像差，这样就有一个应对什么波长的色光校正像差的问题。

光学系统消像差谱线的选择，要取决于光学系统的使用条件、光源的发光特性和接收器的特性。一般而言，光学系统在对有效成像波段内，应对接收器最灵敏波长的色光校正单色像差，及对有效波段的二边缘色光校正色差。在实际设计时，应尽可能取与所选波长最相近的夫琅和费谱线作为具体的消像差谱线。这样，可直接从玻璃目录中查取所用玻璃的折射率。下面列举几种常用光学系统的消像差谱线。

1. 目视光学系统　对于眼睛，有效谱段是红光(C 线)和蓝光(F 线)间的光谱区域，故目视系统总对 F 光和 C 光校正色差，对其中间的 D 光校正单色像差。我国光学玻璃目录中的阿贝常数值就是根据这三种谱线的折射率给出的。但实际上，对人眼最灵敏的波长是 555 纳米，与其最靠近的谱线并非 D 线(589.3nm)，而是 e 线(546.1nm)。因此，对于目视系统还是选 e 线校正单色像差为佳。

2. 普通照相系统　考虑到照相乳剂的光谱灵敏度，普通照相系统一般对 D 光和 g 光校正色差，对 F 光校正单色像差。设计时，玻璃的有关光学常数应根据这三种谱线计算。但实际上，各种照相乳剂的光谱灵敏度差别很大，并且常用目视方法调焦，也可选用与目视系统一样的谱线。不过考虑到照相底片的全色性，应适当兼顾 g 线的像差，使之不要过大。

3. 不需调焦的照相系统　属这一类的有天文摄影和航空摄影系统。考虑到大气的性质和不需调焦的特点，通常对 h 光和 F 光校正色差，对 G' 光校正单色像差。

4. 特殊光学系统　近代仪器应用范围已扩展到可见光谱区域之外，如红外或紫外光学系统。设计这种系统时，已无与消像差的波长相应的谱线可供选择。如系统应用于自 λ_1 至 λ_2 的光谱区域，则计算时应取 λ_1 和 λ_2 作为校正色差的谱线，取 $n=(n_{\lambda_1}+n_{\lambda_2})/2$ 来校正单色像差。其中的 $n_{\lambda 1}$ 和 $n_{\lambda 2}$ 可用色散公式求得。

习　题

1. 对第七章习题第 4 题中的平凸透镜计算 $h=12.5$mm 时 F 光($n=1.52191$)和 C 光($n=1.51385$)的边缘光线的光路，求出其边光的色差 $\delta L'_{ch}$；然后汇同取自该题的 D 光计算结果和对 F、C 光的近轴光线计算结果，画出三色球差曲线。

2. 对上章第 3 题中所给的透镜补充计算初级位置色差和倍率色差。

3. 一焦距为 250mm 的双胶合物镜，第一透镜用 K8 玻璃($n_D=1.51593$、$\nu=56.76$)、第二透镜用 $F2$ 玻璃($n_D=1.6128$、$\nu=36.94$)，求消色差解 φ_1 和 φ_2。

4. 与上题相同焦距的双胶合物镜，由 $K9$($n_D=1.5163$，$n_F-n_C=0.00806$)和 ZF2($n_D=1.6725$，$n_F-n_C=0.02087$)组合，求消色差解 φ_1 和 φ_2，并与上题的结果进行比较。

5. 若在第 4 题的双胶合物镜后面有一厚度为 60mm 的平行平板，材料也为 K9 玻璃，并知物镜的相对孔径为 $D/f'=1:5$，求此系统的消色差解 φ_1 和 φ_2，并与上题的结果比较。

6. 计算第 3 和第 4 二题的二级光谱值。(已知：K8：$n_F=1.52234$，$n_C=1.51325$；$F2$：$n_F=$

1. 62461，n_C＝1. 60806；K9：n_F＝1. 52191，n_C＝1. 51385；ZF2：n_F＝1. 68749，n_C＝1. 66662）。

7. 求与第 4 题相同玻璃组合、相同焦距的双分离薄透镜系统的消色差解。设二透镜的间隔为 20mm。将结果与第 4 题的结果比较讨论之。

8. 求解一个对 F 光和 C 光消色差的组合光楔。要求此光楔产生 2°的偏角，第一光楔用 K9 玻璃，第二光楔用 ZF2 玻璃，求此二光楔的楔角 α_1 和 α_2。

第十二章 像差综述

§12-1 像差计算综述

前面，我们已对光学系统成像时可能产生的各种像差分别作了讨论，并均以同一个双胶合望远物镜为例，在相对孔径为 1：5，视场角为 $-3°$时，对各种像差的实际值和近似值进行了计算。可以知道，像差无不是通过光线的追迹而求知的。

对于轴对称光学系统，轴上物点成像只产生球差和位置色差。一般对三种色光分别作近轴光线、0.707 带光线和边缘光线的追迹后，就可算出像差值和画出如图 11-2 所示的三色球差曲线。据此可全面判断轴上点像差的校正状况。垂轴平面上近轴轴外点或大孔径小视场系统的轴外点，只要根据轴上点光线的追迹结果，就能通过计算正弦差值来判知其像质。

远离光轴的点会产生所有像差，因此需对轴外点进行全部像差的计算。这种计算至少应对边缘视场和 0.707 视场点进行，每点的孔径取值与轴上点相同。

对于绝大多数能以二级像差表征高级像差的光学系统，以上计算已足够。但对某些不能忽略高级像差的系统，计算的光线数应该有所增加。一般计算六个视场点，取值为 $K_w=-1$，-0.85，-0.707，-0.5，-0.3 和 0。除 $K_w=0$ 的轴上点外，每个视场计算 11 条子午光线和五条弧矢光线，其孔径取值分别为：$K_\eta=\pm1,\pm0.85,\pm0.707,\pm0.5,\pm0.3,0$；$K_\xi=1,0.85,0.707,0.5,0.3$。根据这些详尽的结果，包括沿主光线的细光束像散计算结果，能正确地画出各种像差曲线和对像差校正状况作出全面评价。

在设计光学系统时，要得到像差获得最佳校正的良好设计结果，必须对系统的结构参数反复修改。由于一般的光学系统，当其结构型式一定时，结构参数的改变对高级像差的影响很小，修改时只要改变初级像差，就能使实际像差获得校正或最佳平衡。所以，计算初级像差具有重要意义。设计时要大量计算初级像差，只当初级像差达到预定值后，才有必要全面计算一次实际像差。通过对实际像差的全面分析评价，进而定出初级像差的目标值，重新修改结构参数。如此反复进行，逐步优化，直到获得像差的最佳校正和平衡为止。

光学系统的七种初级像差，分别被七个和数所决定，并将它们的计算公式汇总。

单色像差：

球差 $\delta L'_0=-\frac{1}{2n'u'^2}\sum S_{\mathrm{I}}$，$S_{\mathrm{I}}=luni(i-i')(i'-u)$

弧矢彗差 $K'_{s0}=-\frac{1}{2n'u'}\sum S_{\mathrm{II}}$，$S_{\mathrm{II}}=S_{\mathrm{I}}\frac{i_p}{i}$

像散 $x'_{tp}=-\frac{1}{2n'u'^2}\sum S_{\mathrm{III}}$，$S_{\mathrm{III}}=S_{\mathrm{II}}\frac{i_p}{i}=S_{\mathrm{I}}(\frac{i_p}{i})^2$ (12-1)

像面弯曲 $x'_p=-\frac{1}{2n'u'^2}\sum S_{\mathrm{IV}}$，$S_{\mathrm{IV}}=J^2\frac{n'-n}{n'nr}$

畸变 $\delta' y_p=-\frac{1}{2n'u'}\sum S_{\mathrm{V}}$，$S_{\mathrm{V}}=(S_{\mathrm{III}}+S_{\mathrm{IV}})\frac{i_p}{i}$

色差：

$$\left.\begin{aligned}
&\text{位置色差}\quad \delta l'_{ch}=-\frac{1}{n'u'^2}\Sigma C_{\mathrm{I}}\ ,\ C_{\mathrm{I}}=luni\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)\\
&\text{倍率色差}\quad \delta y'_{ch}=-\frac{1}{n'u'}\Sigma C_{\mathrm{II}}\ ,\ C_{\mathrm{II}}=C_{\mathrm{I}}\frac{i_p}{i}
\end{aligned}\right\}\tag{12-2}$$

在公式组(12-1)中，以 x_{ts}' 表示像散和以 x_p' 表示像面弯曲，是为了使它们在形式上与其它公式相一致。从意义上讲，x_{ts}' 即弧矢像面相对于匹兹凡面的弯曲，它的存在标志着像散的存在，它的二倍就是像散值。同样，弧矢和子午像面弯曲分别为 $x_{ts}'+x_p'$ 和 $3x_{ts}'+x_p'$。

可见，初级像差的表示式在形式上甚为一致，便于记忆。在公式的分母中，凡属垂轴方向度量的像差，u' 的因次都是一次；凡属沿轴方向度量的像差，u' 都是二次。轴向像差反映到高斯像面时，成一弥散斑。对此弥散斑的大小进行度量，即得到与该轴向像差对应的垂轴像差。如果我们统一把像差都在垂轴方向度量，将会发现各种像差与孔径和视场之间，有着很有规律的比例关系如下：

单色像差： 比例关系：

垂轴球差	$\delta T_0=-\dfrac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{I}}$	$\propto u^3,\ W^0$
慧差	$K_s=-\dfrac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{II}}$	$\propto u^2,\ W^1$
垂轴像散	$\Delta\bar{x}'=-\dfrac{1}{n'u'}\Sigma S_{\mathrm{III}}$	$\propto u^1,\ W^2$
垂轴场曲	$x_t'=-\dfrac{1}{2n'u'}(3\Sigma S_{\mathrm{III}}+\Sigma S_{\mathrm{IV}})$	$\propto u^1,\ W^2$
	$x_s'=-\dfrac{1}{2n'u'}(\Sigma S_{\mathrm{III}}+\Sigma S_{\mathrm{IV}})$	$\propto u^1,\ W^2$
畸变	$\delta y_z'=-\dfrac{1}{2n'u'}\Sigma S_{\mathrm{V}}$	$\propto u^0,\ W^3$

色差：

垂轴位置色差	$\delta l'_{ch}=-\dfrac{1}{n'u'}\Sigma C_{\mathrm{I}}$	$\propto u^1,\ W^0$
倍率色差	$\delta y'_{ch}=-\dfrac{1}{n'u'}\Sigma C_{\mathrm{II}}$	$\propto u^0,\ W^1$

可见，对于单色初级像差，与之成比例的孔径 u 和视场 W 的因次之和均为三次，所以在有些书和文献中，把初级像差称作三级像差。与此相应，二级像差称作五级像差。

计算初级像差，只需对第一近轴光线和第二近轴光线进行追迹，然后逐面计算其像差分布系数：$S_{\mathrm{I}}, S_{\mathrm{II}}, \cdots, S_{\mathrm{V}}$ 和 $C_{\mathrm{I}}, C_{\mathrm{II}}$。但必须指出，在计算这些系数时，有二种情况是值得注意的，即

1. $l=r$，即第一近轴光线正好过球面的球心时。此时 $i=0$，因此 $S_{\mathrm{I}}=S_{\mathrm{II}}=C_{\mathrm{I}}=0$，但其它系数并不为零。除 S_{IV} 可按原公式计算外，S_{III}、S_{V} 和 C_{II} 需另用公式计算。可导出

$$S_{\mathrm{III}}=-S_{\mathrm{IV}}\tag{12-3}$$

$$S_{\mathrm{V}}=j(u_p^2-u'^2_p)\tag{12-4}$$

$$C_{\mathrm{II}}=luni_p\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)\tag{12-5}$$

2. $r=\infty$，$l=\infty$，而 l_p 为定值时。此时也相当于 $i=0$，应有 $S_{\mathrm{I}}=S_{\mathrm{II}}=C_{\mathrm{I}}=0$；另外参照公式(12-3)，还应有 $S_{\mathrm{III}}=S_{\mathrm{IV}}=0$，但 S_{V} 和 C_{II} 并不为零，可按公式(12-4)和(12-5)求得。

§12-2　像差特性曲线

由于远轴点成像时存在全部像差，其综合的光束结构极为复杂。分别求出各种单项像差后，也不能建立起对它的完整了解。为综合地反映其光束结构，了解轴外点成像的像差特征，将轴外点子午光束的计算结果画成 $y'\sim\mathrm{tg}U'$ 曲线是十分必要和有意义的。对于轴外点，如果已追迹子午面上按以上取点系数所取的 11 条光线，则可分别根据其最后的 L' 和 U' 求出它们与高斯像面的交点高度 y'。取 $(y_0',\mathrm{tg}U_z')$ 为坐标原点，就可画得该轴外点的 $y'\sim\mathrm{tg}U'$ 曲线。如果所有 11 条子午光线的 y' 相等，且等于 y_0'，表示此子午光束会聚于高斯像点，无任何子午像差。此时将得到一条与纵坐标轴重合的直线。任何偏离于这条直线的 $y'\sim\mathrm{tg}U'$ 曲线都表示存在子午像差，故又称它为子午像差特性曲线。利用该曲线可以获知全部子午像差。在图 12-1 所示曲线中，一对对称光线的点 a 和 b 的连线与横轴的交点到 y'_z 的距离为该对光线的子午彗差；曲线上主光线 y'_z 处的切线斜率就是子午细光束的像面弯曲 x'_t；y'_z 到纵轴的距离就是畸变。至于轴外子午球差，应是宽光束场曲 X'_t 与细光束场曲 x'_t 之差。图 12-2 画出了出瞳到高斯像面之间上、下光线的光路，由图 12-2 有

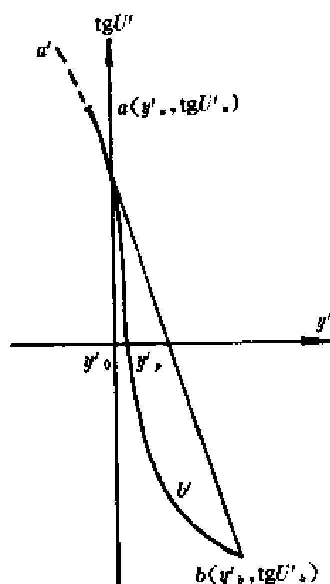


图 12-1

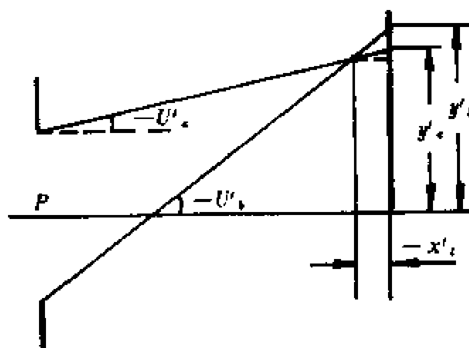


图 12-2

$$X'_t\mathrm{tg}U'_a-X'_t\mathrm{tg}U'_b=y'_a-y'_b$$

于是

$$X'_t=\frac{y_a'-y_b'}{\mathrm{tg}U_a'-\mathrm{tg}U'_b}\tag{12-6}$$

可见，某对光线的场曲 X_t' 就是特性曲线中对应点 a 和 b 的连线的斜率。当主光线二边二条光线无限靠近主光线时，X_t' 的极限就是细光束子午场曲，即曲线上 y_z' 处的切线斜率。这两个斜率之差就是该对光线的轴外球差。此外，从子午像差特性曲线还可知：

1. 轴外像差的性质。与纵轴重合的直线表示无任何像差，与纵轴平行的直线表示只有畸变；倾斜的直线表示像面弯曲；曲线的偶次弯曲是彗差的标志；曲线的奇次弯曲是球差的标志。尽管 $y'\sim\mathrm{tg}U'$ 曲线是各种情况的综合，但总可看出其主要的像差特征。如图 12-1 所示曲线，主要是宽光束的彗差和球差比较大。

2. 校正和改善像差。图 12-1 所示情况，主要是光束下面部分光线的 y' 值增大过快所致。可以从系统中找出能减小 y' 值，且对这部分光线影响较大的面来改正之。

3. 子午光束的弥散情况。除最大的弥散值 $y'_{max}-y'_{min}$外，还能看出光线的密集程度。

4. 怎样合理拦光。在图 12-1 中，如光束的下面部分实在无法改善，可利用对该部分光线有限制作用的透镜通光孔径将其部分拦截。例如当拦至 b' 时，留下的曲线 ab' 就较理想了。

5. 最佳光阑位置如何。在图 12-1 中，光束下面部分 y' 值变化甚快，而上面部分变化平缓。如把曲线的下面拦至 b'，上面扩展至 a'，像差就会有所好转。此时，新光束的主光线也相应上移至 P'，相当于光阑位置前移。

总之，作出 $y'\sim \mathrm{tg}U'$ 曲线，可使我们清楚方便地了解子午像差的全貌。

要对轴外点像差作更全面的了解，还须计算若干弧矢光线的光路，分别求它们与高斯像面的交点相对于高斯像点的距离的子午分量 $\delta y'$ 和弧矢分量 $\delta z'$，然后类似的作出弧矢像差特性曲线，从中了解其全部弧矢像差情况。

§12-3　平行平板的初级像差系数

平行平板的初级球差系数和位置色差系数已分别在第八章和第十一章导出。对于其它几种像差，除 ΣS_{N} 恒因 $r=\infty$ 而为零外，利用关系式 $i_z/i=u_z/u$，极易由平板的球差和位置色差系数公式(8-28)和(11-7)得出其表示式。总列如下：

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}} &= \frac{1-n^2}{n^3}du^4 \\
\Sigma S_{\mathrm{II}} &= \frac{1-n^2}{n^3}du^3u_z \\
\Sigma S_{\mathrm{III}} &= \frac{1-n^2}{n^3}du^2u_z^2 \\
\Sigma S_{\mathrm{IV}} &= 0 \\
\Sigma S_{\mathrm{V}} &= \frac{1-n^2}{n^3}duu_z^3 \\
\Sigma C_{\mathrm{I}} &= -\frac{dn}{n^2}du^2 = -\frac{n-1}{n^2\nu}du^2 \\
\Sigma C_{\mathrm{II}} &= -\frac{dn}{n^2}duu_z = -\frac{n-1}{n^2\nu}duu_z
\end{aligned}\right\} \tag{12-7}$$

式中各物理量的含义与前相同。可见，在平行光束中的平行平板不产生任何像差，可不考虑它的影响。而当它位于非平行光束中时，所产生的像差须由其它透镜系统来给予抵消。

§12-4　对称光学系统的像差特性

结构参数完全对称于孔径光阑的光学系统，称为全对称光学系统。如果把光阑面看成是平面镜，则全对称系统中处于光阑前后的两个半部系统是互成镜像的。

全对称光学系统一般用于 $\beta=-1$ 的场合。例如复印镜头、印刷业中的制版镜头以及某些复杂系统中的一倍转像系统等。

全对称系统在 $\beta=-1$ 的倍率下成像时，第一近轴光线的光路也是对称于光阑面的。由公式(12-1)和(12-2)可知，在对称的一对折射面上，轴向像差分布系数中 S_{I} 和 C_{I} 以及 S_{IV} 都是相

同的，比值 i_z/i 是大小相等符号相反，故 $S_{Ⅲ}$ 也相同，而垂轴像差分布系数 $S_{Ⅱ}$、$S_{Ⅴ}$ 和 $C_{Ⅱ}$ 则大小相等符号相反。对于光阑前后的二个半部系统，情况也相同，即 $\Sigma S_{Ⅰ}$、$\Sigma S_{Ⅲ}$、$\Sigma S_{Ⅳ}$ 和 $\Sigma C_{Ⅰ}$ 是大小符号均同，$\Sigma S_{Ⅱ}$、$\Sigma S_{Ⅴ}$ 和 $\Sigma C_{Ⅱ}$ 是数值相等符号相反。整个系统合成的结果是轴向像差为半部像差的二倍，垂轴像差则相互抵消为零。这就是全对称系统的像差特征。因此，全对称系统在设计时，只需对其半部校正四种轴向像差，从而使这种系统的设计大为简化。

当 $\beta \neq -1$ 时，全对称光学系统并不合适。因为此时第一近轴光线不对光阑面对称，在对称面上的轴向像差和垂轴像差均不相等，导致整个系统的像差失去平衡。为使系统适宜于在放大率偏离负一倍较多的情况下使用，常采用结构参数失对称来补偿像差的变化。这种虽在结构参数上已不复对称，而在结构型式上仍具对称形状的系统，称为对称型系统。这种系统具有广泛的应用，在大视场的场合下尤为适宜。

对称型系统的基本像差特征仍与全对称系统一样，即在对称面上，垂轴像差符号相反，起相消作用，轴向像差符号相同，起相加作用。这对设计对称型系统很有指导意义。若使对称面或对称参数作不对称性变化，即增大一个参数时，另一个参数减小，可改变垂轴像差而不影响或少影响轴向像差。读者可自行分析其机理。反之，若使对称面或对称参数作对称性变化，可使轴向像差发生改变而不影响或少影响垂轴像差。这样，就可根据系统的实际像差情况，选取对欲改变像差灵敏的成对参数进行修改以控制和校正像差。

§12-5　初级像差和光阑位置的关系

由公式组(12-1)和(12-2)可知，在七个初级像差系数中，除 $\Sigma S_{Ⅰ}$、$\Sigma S_{Ⅳ}$ 和 $\Sigma C_{Ⅰ}$ 仅由第一近轴光线决定外，其它四个系数 $\Sigma S_{Ⅱ}$、$\Sigma S_{Ⅲ}$、$\Sigma S_{Ⅴ}$ 和 $\Sigma C_{Ⅱ}$ 还与第二近轴光线的量 i_z 有关，它们将随光阑位置的改变而改变。下面推导各种初级像差与光阑位置的关系。

光阑位置移动引起初级像差的变化，纯系 i_z 值变化所致。因此只要找出不同位置时的 i_z 之间的关系，就能找出相应的像差变化关系。令新光阑位置时，第二近轴光线的有关量用带星号的同一符号表示。图 12-3 中，画出了二个光阑位置时的第二近轴光线。应注意，光阑位置不同时，为保持第一近轴光线的光路不变，光阑大小要作相应的变化。由图可见 $(l_z^* - l)u_z^* = y = (l_z - l)u_z$，则由式(2-5)可得

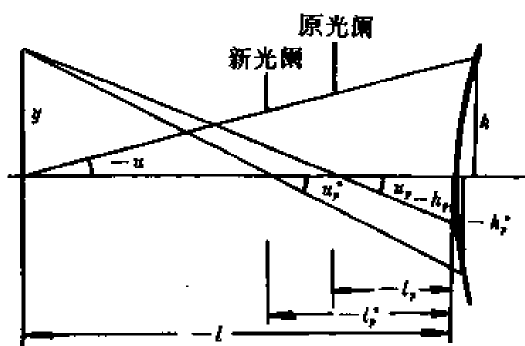


图 12-3

$$\frac{i_z^* - i_z}{i} = \frac{h_z^* - h_z}{h} = \frac{u_z^* - u_z}{u} = k \quad (12\text{-}8)$$

同理，在像方有相应的表示式。

以上只是对单个折射面，例如对第一面而言的。但可以证明，对于其它各面，k 是一不变量，即 $k_i = k_{i-1} = \cdots = k_2 = k_1$。因此对任何一个折射面，其 i_z^* 与 i_z 之间，可一般地表示成

$$i_z^* = ki + i_z$$

将其代入像差系数的公式组(12-1)和(12-2)，可得新光阑位置时的像差系数表示式：

$$
\left.\begin{aligned}
&\Sigma S_{\mathrm{I}}{}^{*}=\Sigma S_{\mathrm{I}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{II}}{}^{*}=k\Sigma S_{\mathrm{I}}+\Sigma S_{\mathrm{II}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{III}}{}^{*}=k^{2}\Sigma S_{\mathrm{I}}+2k\Sigma S_{\mathrm{II}}+\Sigma S_{\mathrm{III}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{IV}}{}^{*}=\Sigma S_{\mathrm{IV}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{V}}{}^{*}=k^{3}\Sigma S_{\mathrm{I}}+3k^{2}\Sigma S_{\mathrm{II}}+k(3\Sigma S_{\mathrm{III}}+\Sigma S_{\mathrm{IV}})+\Sigma S_{\mathrm{V}}\\
&\Sigma C_{\mathrm{I}}{}^{*}=\Sigma C_{\mathrm{I}}\\
&\Sigma C_{\mathrm{II}}{}^{*}=k\Sigma C_{\mathrm{I}}+\Sigma C_{\mathrm{II}}
\end{aligned}\right\}\qquad(12\text{-}9)
$$

式中，k 值按(12-8)式决定。

从公式组(12-9)可以得知光阑位置移动对初级像差的影响，讨论如下：

(1)ΣS_{I}、ΣS_{IV} 和 ΣC_{I} 与光阑位置无关。

(2)对于 ΣS_{II}，仅当 $\Sigma S_{\mathrm{I}}\neq0$ 时，改变光阑位置才使 ΣS_{II} 发生变化，并且此时一定可以找到一个光阑位置能使 $\Sigma S_{\mathrm{II}}{}^{*}=0$，这一使系统满足等晕条件的光阑位置，按 $k=-\Sigma S_{\mathrm{II}}/\Sigma S_{\mathrm{I}}$ 决定。

(3)对于 ΣS_{III}，当 $\Sigma S_{\mathrm{I}}=\Sigma S_{\mathrm{II}}=0$ 时，移动光阑位置对 ΣS_{III} 没有影响。而当 $\Sigma S_{\mathrm{I}}=0$，$\Sigma S_{\mathrm{II}}\neq0$ 时，可求得一消像散的光阑位置，由 $k=-\Sigma S_{\mathrm{III}}/(2\Sigma S_{\mathrm{II}})$ 决定。若 ΣS_{I} 和 ΣS_{II} 都不为零，则根据(12-9)中第三式的不同情况，可有不同结果。当该二次方程的判别式 $\triangle<0$ 时，无消像散的光阑位置；当 $\triangle>0$ 时，可以有二个消像散的光阑位置；当 $\triangle=0$ 时，可获得一个消像散的光阑位置，并且此解与消彗差的光阑位置相同，即当光学系统的像差系数满足 $(\Sigma S_{\mathrm{II}})^{2}-\Sigma S_{\mathrm{I}}\cdot\Sigma S_{\mathrm{III}}=0$ 时，将光阑移至按 $k=-\Sigma S_{\mathrm{II}}/\Sigma S_{\mathrm{I}}$ 决定的位置，就可使该系统对物面成等晕的和消像散的像。

(4)对于 ΣS_{V}，读者可以参考以上分析，利用公式组(12-9)中第五个方程作出讨论。

(5)对 ΣC_{II} 的分析与(2)类似。

§12-6　光阑像差及其与物面像差的关系

所谓光阑像差就是把光瞳面看成是物面，把原来的物面看成是光瞳面所算得的像差。此时，过光瞳中心的是第一近轴光线，过物面中心的是第二近轴光线。因此，光阑像差，以带下标 p 的一般像差符号表示，有

$$
\left.\begin{aligned}
&\Sigma S_{\mathrm{I}p}=\Sigma l_{p}u_{p}ni_{p}(i_{p}-i_{p}')(i_{p}'-u_{p}')\\
&\Sigma S_{\mathrm{II}p}=\Sigma S_{\mathrm{I}p}\frac{i}{i_{p}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{III}p}=\Sigma S_{\mathrm{II}p}\frac{i}{i_{p}}=\Sigma S_{\mathrm{I}p}\left(\frac{i}{i_{p}}\right)^{2}\\
&\Sigma S_{\mathrm{IV}p}=\Sigma j^{2}\,\frac{n'-n}{n'nr}\\
&\Sigma S_{\mathrm{V}p}=\Sigma(S_{\mathrm{III}p}+S_{\mathrm{IV}p})\frac{i}{i_{p}}\\
&\Sigma C_{\mathrm{I}p}=\Sigma l_{p}u_{p}ni_{p}\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)\\
&\Sigma C_{\mathrm{II}p}=\Sigma C_{\mathrm{I}p}\frac{i}{i_{p}}
\end{aligned}\right\}\qquad(12\text{-}10)
$$

显然，光阑像差中的 $\Sigma S_{\mathrm{I}p}$、$\Sigma S_{\mathrm{IV}p}$ 和 $\Sigma C_{\mathrm{I}p}$ 仅被第二近轴光线单独决定，不会受物面位置影响。这表明光阑球差和光阑位置色差与物面球差和物面位置色差之间不存在任何内在联系，而

ΣS_{IV},和 $\Sigma S_{\mathrm{IV}p}$ 总是相同的。其它初级像差系数不管是属物面的还是属光瞳的，都同时被二条近轴光线所决定，这就表示二者之间一定是有关系的。其关系直接列出如下：

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma S_{\mathrm{II}}-\Sigma S_{\mathrm{V}p}=-j(u_k'^2-u_1^2)\\
&\Sigma S_{\mathrm{III}}-\Sigma S_{\mathrm{III}p}=-j(u_k'u_{pk}'-u_1u_{p1})\\
&\Sigma S_{\mathrm{IV}}-\Sigma S_{\mathrm{IV}p}=0\\
&\Sigma S_{\mathrm{V}}-\Sigma S_{\mathrm{II}p}=-j(u_{pk}'^2-u_{p1}^2)\\
&\Sigma C_{\mathrm{I}}-\Sigma C_{\mathrm{II}p}=j\left(\frac{dn'_k}{n'_k}-\frac{dn_1}{n_1}\right)
\end{aligned}\right\}\tag{12-11}$$

可见，光阑像差中，除光阑球差和光阑位置色差外，都不是各自独立的，它们都可用物面像差表示出来。所以一个光学系统，对单色光而言，其独立的初级像差系数共有六个，即 ΣS_{I}、ΣS_{II}、ΣS_{III}、ΣS_{IV}、ΣS_{V} 和 $\Sigma S_{\mathrm{I}p}$；对复色光而言，独立的初级色差共有三个，即 ΣC_{I}、ΣC_{II} 和 $\Sigma C_{\mathrm{I}p}$。

如同光阑位置变化要引起某些物面像差的变化一样，当物面位置改变时，某些光阑像差也是要发生变化的，其关系与上节讨论“物面像差与光阑位置间的关系”完全相对应，故可从式(12-9)直接写出，只是将各参量都加上下标 p 即可。并有

$$k_p=\frac{h_1^*-h_1}{h_{p1}}=\frac{u_1^*-u_1}{u_{p1}}=\frac{i_1^*-i_1}{i_{p1}}\tag{12-12}$$

以上公式中，带星号上标的是新物面位置时的量。

§ 12-7　初级像差系数与物面位置的关系

光学系统的像差总是对一定位置的物面而言的。当物面位置变化时，像差也要随之变化。对于初级像差，易于由前二节所得的结果获知像差随物面移动而变化的关系。

首先由光阑像差着手，先得出物面位置移动后的光阑像差，然后再应用公式组(12-11)，把这些新物面位置的光阑像差表示成物面像差，即可得到像差随物面位置移动而变化的公式。但是球差和位置色差是无法用这种方法得到相应公式的，需对它们另行推导。在此，仅将结果列出以备查考。

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma S_{\mathrm{I}p}^*=\Sigma S_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma S_{\mathrm{V}}^*=\Sigma S_{\mathrm{V}}+B\Sigma S_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma S_{\mathrm{IV}}^*=\Sigma S_{\mathrm{IV}}\\
&\Sigma S_{\mathrm{III}}^*=\Sigma S_{\mathrm{III}}+B(2\Sigma S_{\mathrm{V}}+j\triangle u_p^2)+B^2\Sigma S_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma S_{\mathrm{II}}^*=\Sigma S_{\mathrm{II}}+B(3\Sigma S_{\mathrm{III}}+\Sigma S_{\mathrm{IV}}+j\triangle uu_p)\\
&\qquad\quad+B^2(3\Sigma S_{\mathrm{V}}+2j\triangle u_p^2)+B^3\Sigma S_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma S_{\mathrm{I}}^*=\Sigma S_{\mathrm{I}}+B(4\Sigma S_{\mathrm{II}}+j\triangle u^2)+B^2(6\Sigma S_{\mathrm{III}}+2\Sigma S_{\mathrm{IV}}+3j\triangle uu_p)\\
&\qquad\quad+B^3(4\Sigma S_{\mathrm{V}}+3j\triangle u_p^2)+B^4\Sigma S_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma C_{\mathrm{I}p}^*=\Sigma C_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma C_{\mathrm{II}}^*=\Sigma C_{\mathrm{II}}+B\Sigma C_{\mathrm{I}p},\\
&\Sigma C_{\mathrm{I}}^*=\Sigma C_{\mathrm{I}}+B\left[2\Sigma C_{\mathrm{II}}-j\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)\right]+B^2\Sigma C_{\mathrm{I}p},
\end{aligned}\right\}\tag{12-13}$$

式中，B 是标志物面移动的一个量，与公式(12-12)中的 k_p 同义。用△表示的角差是指整个系统像方与物方之角差，例如 $\triangle u_p^2=u_{pk}'^2-u_{p1}^2$，等等。

可见，一个给定的共轴光学系统，不仅光阑像差可由某一物面的像差来表示，而且其它任意物面位置的像差也可用这同一物面的像差和光阑球差表示。这就是说，光学系统的初级像差

特性是可被某一物面的像差和光阑球差所完全决定的。

从以上公式还可知道，当物面移动时，光阑球差对各种像差都有影响。因此，对需要在不同物距或倍率下使用的系统，如高质量的制版和复印镜头等，在设计时须设法校正好光阑球差，以消除或减小物面位置改变所引起的像差变化。以上讨论读者可参阅参考文献[6]。

§12-8 P、W 形式的初级像差系数和基本像差参量

为应用初级像差理论求解光学系统的初始结构参数，需把便于实际计算初级像差系数的基本公式组(12-1)作必要的变换，以使它们能与透镜或透镜组的结构参数联系起来。用 P、W 表示的初级像差系数表示式是解决这一实用问题的较好形式。

在初级像差系数的公式组(12-1)中引入符号

$$P=ni(i-i')(i'-u) \tag{12-14}$$

$$W=(i-i')(i'-u) \tag{12-15}$$

并以公式(11-20)中的 $i_p/i=h_p/h+j/hni$ 代入，即可得以 P 和 W 表示的初级像差系数为

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}}&=\Sigma hP\\
\Sigma S_{\mathrm{II}}&=\Sigma h_pP+j\Sigma W\\
\Sigma S_{\mathrm{III}}&=\Sigma \frac{h_p^2}{h}P+2j\Sigma \frac{h_p}{h}W+j^2\Sigma \frac{1}{h}\Phi\\
\Sigma S_{\mathrm{IV}}&=-j^2\Sigma \frac{1}{r}\triangle\frac{1}{n}=j^2\Sigma \frac{1}{h}\pi\\
\Sigma S_{\mathrm{V}}&=\Sigma \frac{h_p^3}{h^2}P+3j\Sigma \frac{h_p^2}{h^2}W+j^2\Sigma \frac{h_p}{h^2}(3\Phi+\pi)-j^3\Sigma \frac{1}{h^2}\triangle\frac{1}{n}
\end{aligned}\right\} \tag{12-16}$$

式中

$$\pi=-h\frac{1}{r}\triangle\frac{1}{n}=\frac{n'u'-nu}{n'n} \tag{12-17}$$

$$\Phi=\frac{u'}{n'}-\frac{u}{n}=h\triangle\frac{1}{nl} \tag{12-18}$$

公式组(12-16)把各个初级像差系数表示为二条近轴光线在折射面上的高度以及三个参量 P、W 和 π 的函数。这几个参量表征着折射面的像差贡献。由于它们仅被第一近轴光线的量决定，使得在实用上甚为方便。

对于若干个薄透镜组组成的薄透镜系统，由于二条近轴光线在每一透镜组的各个面上的高度相同，各个赛得和数可表示成

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}}&=\Sigma h_iP_i\\
\Sigma S_{\mathrm{II}}&=\Sigma h_{pi}P_i+j\Sigma W_i\\
\Sigma S_{\mathrm{III}}&=\Sigma \frac{h_{pi}^2}{h_i}P_i+2j\Sigma \frac{h_{pi}}{h_i}W_i+j^2\Sigma\varphi_i\\
\Sigma S_{\mathrm{IV}}&=j^2\Sigma\varphi_i\pi_i\\
\Sigma S_{\mathrm{V}}&=\Sigma \frac{h_{pi}^3}{h_i^2}P_i+3j\Sigma \frac{h_{pi}^2}{h_i^2}W_i+j^2\Sigma \frac{h_{pi}}{h_i}\varphi_i(3+\pi)
\end{aligned}\right\} \tag{12-19}$$

式中：P_i 和 W_i 是第 i 个透镜组中各面的 P、W 之和；$\varphi_i=\Sigma(\Phi/h)$是第 i 个透镜组的总光焦度，而 $\pi_i=\Sigma(\varphi/n)/\varphi_i$，$\varphi$ 是组成第 i 个透镜组的各个透镜的光焦度。

据此，我们可以得出两种特殊情况的相应公式，一是相接触的单组薄透镜系统，此时二近轴光线在各折射面上均有相同的高度，其公式如下：

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}} &= hP \\
\Sigma S_{\mathrm{II}} &= h_p P + jW \\
\Sigma S_{\mathrm{III}} &= \frac{h_p^2}{h} + 2j\,\frac{h_p}{h}W + j^2\varphi_{总} \\
\Sigma S_{\mathrm{IV}} &= j^2\varphi\pi = j^2\Sigma\,\frac{\varphi}{n} \\
\Sigma S_{\mathrm{V}} &= \frac{h_p^3}{h^2}P + 3j\,\frac{h_p^2}{h^2}W + j^2\,\frac{h_p}{h}\varphi_{总}(3+\pi)
\end{aligned}\right\} \tag{12-20}$$

二是与光阑重合的接触薄透镜系统，此时第二近轴光线在镜组上的高度 $h_p=0$，则有

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma S_{\mathrm{I}} &= hP \\
\Sigma S_{\mathrm{II}} &= jW \\
\Sigma S_{\mathrm{III}} &= j^2\varphi_{总} \\
\Sigma S_{\mathrm{IV}} &= j^2\Sigma\,\frac{\varphi}{n} \\
\Sigma S_{\mathrm{V}} &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{12-21}$$

可见，当光阑与薄透镜组重合时，参量 P 仅表示该镜组的初级球差，W 仅表征其初级彗差，像散为一常数，畸变为零。如果再计及色差，从(11-27)式可见，初级倍率色差也自动为零。单个双胶合镜组在校正好位置色差的基础上，同时使 $P=W=0$ 是易做到的，这样的双胶合镜组可在小视场时得到良好的成像质量。

用 P、W 表示的的薄透镜系统的赛得和数公式组(12-19)有重要的实用意义。当系统的高斯参数确定，并求得 h、h_p和 j 值后，就可根据系统总的像差要求，由此公式组求出每一镜组所应有的像差参量 P、W 和 π(一般，镜组的 π 值变化很小，几近常量，实际像差参量只有两个)，然后设法使各透镜组满足这样的像差参量值即可。

然而，上述像差参量 P 和 W 不仅与镜组的内部结构参数有关，还要随外部参数(即物体位置)而异。为便于求解光组结构参数，须将 P 和 W 中与内部参数有关的量和与物体位置有关的量分离开来。具体做法是以某特定位置，即物在无穷远时的 P、W 值来作为薄透镜组的基本像差参量，记之以符号 P^{∞} 和 W^{∞}，再建立起任意物体位置时的 P、W 值与 P^{∞}和 W^{∞}之间的关系。

根据式(8-17)和(9-18)，经过推导，P 和 W 可表示成：

$$P=\left(\frac{\triangle u}{\triangle(1/n)}\right)^2\triangle\frac{u}{n} \tag{12-22}$$

$$W=-\frac{\triangle u}{\triangle(1/n)}\triangle\frac{u}{n} \tag{12-23}$$

式中$\triangle u=u'-u$，其余类推。把从无穷远轴上点发出的光线与光轴的夹角用 $\bar{u}$ 表示，则 P^{∞}和 W^{∞} 应是在$\bar{u}_1=0$ 的条件下求得的量。

为使物距无穷远和物距有限远时镜组具有一样的相对孔径，应使表征 P^{∞}和 W^{∞}的射自无穷远的光线与表征 P、W 的射自任意其它位置的光线在镜组上具有相同的高度，如图 12-4。这样，根据公式(2-12)可以导出它们之间的关系。这里我们不作推导，仅列出结果如下：

$$W=W^{\infty}-u_1(2+\pi)h\varphi \tag{12-24}$$

$$P=P^{\infty}-u_1(4W^{\infty}+h^2\varphi^2)+u_1{}^2(3+2\pi)h\varphi \tag{12-25}$$

实际应用上，为方便起见，常以规化条件下的 P^{∞}和 W^{∞}值作为基本像差参量。对于物距无穷远，规化条件是

$$h=1,\ f'=1,\ 随之\ \bar{u}'_k=1$$

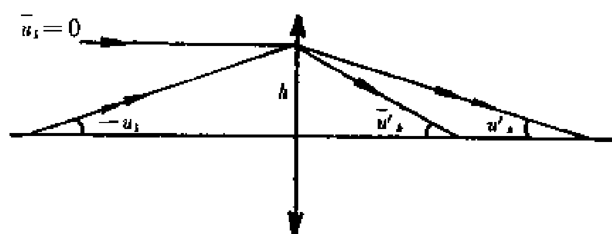


图 12-4

对于物距有限远，规化条件是

$$h=1,\ f'=1,\ u'_2-u_1=h\varphi=1$$

与此对应的像差参量分别为 $\overline{P}^{\infty}$、$\overline{W}^{\infty}$ 和 $\overline{P}$、$\overline{W}$。从公式(12-24)和(12-25)可得

$$\overline{W}=\overline{W}^{\infty}-u_1(2+\pi) \tag{12-26}$$

$$\overline{P}=\overline{P}^{\infty}-u_1(4\overline{W}^{\infty}+1)+u_1^2(3+2\pi) \tag{12-27}$$

因为 P 和 W 分别与角度的三次方和二次方成比例，因此实际条件下的 P、W 与规化条件下的 $\overline{P}$、$\overline{W}$ 之间关系为

$$\left.\begin{aligned}P&=(h\varphi)^3\overline{P}\\W&=(h\varphi)^2\overline{W}\end{aligned}\right. \tag{12-28}$$

按此，赛得和数的表示式(12-19)可直接由规化条件下的 $\overline{P}$、$\overline{W}$ 表示出来，即

$$\left.\begin{aligned}\Sigma S_{\mathrm{I}}&=\Sigma h^4\varphi^3\overline{P}\\\Sigma S_{\mathrm{II}}&=\Sigma h^3h_z\varphi^3\overline{P}+j\Sigma h^2\varphi^2\overline{W}\\\Sigma S_{\mathrm{III}}&=\Sigma h^2h_z\varphi^3\overline{P}+2j\Sigma hh_z\varphi^2\overline{W}+j^2\Sigma\varphi\\\Sigma S_{\mathrm{IV}}&=j^2\Sigma\varphi\pi\\\Sigma S_{\mathrm{V}}&=\Sigma hh_z^3\varphi^3\overline{P}+3j\Sigma h_z^2\varphi^2\overline{W}+j^2\Sigma\frac{h_z}{h}\varphi(3+\pi)\end{aligned}\right\} \tag{12-29}$$

用此公式组，可由实际的像差要求，直接求得各镜组在规化条件下的像差参量 $\overline{P}$、$\overline{W}$，然后再由(12-26)和(12-27)式求得基本像差参量 $\overline{P}^{\infty}$、$\overline{W}^{\infty}$。

§ 12-9　单个薄透镜和双胶合透镜组的基本像差参量

用上节讨论的方法求得各镜组的基本像差参量以后，应进一步求出各镜组能满足其像差参量所应有的结构参数。原则上，当像差参量能以单片透镜满足时，就应取单片；不能满足时，考虑用双胶合或分离透镜组。

对于单个薄透镜，在规化条件下，因有 $h=1$，$\overline{u}_1=0$，$\overline{u}'_2=1$，故当玻璃选定后，其基本像差参量即可表示成 $\overline{u}_2$ 的函数。根据公式(2-12)，将 $\overline{u}_2$ 以表面曲率 ρ_1 表示，按公式(12-22)和(12-23)可得

$$\overline{P}^{\infty}=\frac{n+2}{n}\rho_1^2-\frac{2n+1}{n-1}\rho_1+\frac{n^2}{(n-1)^2} \tag{12-30}$$

$$\overline{W}^{\infty}=\frac{n+1}{n}\rho_1-\frac{n}{n-1} \tag{12-31}$$

所以，随着变数 ρ_1(即透镜形状)的变化，$\overline{P}^{\infty}$ 按抛物线而变，$\overline{W}^{\infty}$ 按直线而变。这表明单透镜能满足任意的 $\overline{W}^{\infty}$ 值，而 $\overline{P}^{\infty}$ 的满足受到极值的限制。

为直观地了解 $\overline{P}^{\infty}$ 与 $\overline{W}^{\infty}$ 之间的关系，以 $n=1.5$ 的单薄透镜为例，计算它在不同形状时的

这两个值。图 12-5 是根据计算结果画出的 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 随 ρ_1 而变的曲线。由图可见，球差为极小值时的透镜形状，正好是 $\overline{W}^{\infty}$ 接近于零的形状。单透镜的这种关系并非是偶然的巧合，而是有内在的必然联系。由公式(12-30)可知，当

$$\rho_1=\rho_{10}=\frac{n(2n+1)}{2(n+2)(n-1)} \tag{12-32}$$

时，$\overline{P}^{\infty}$ 取得极小值为

$$\overline{P}_0^{\infty}=\frac{n(4n-1)}{4(n+2)(n-1)^2} \tag{12-33}$$

结合式(12-31)得

$$\overline{P}^{\infty}=\overline{P}_0^{\infty}+\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\left[\overline{W}^{\infty}+\frac{1}{2(n+2)}\right]^2 \tag{12-34}$$

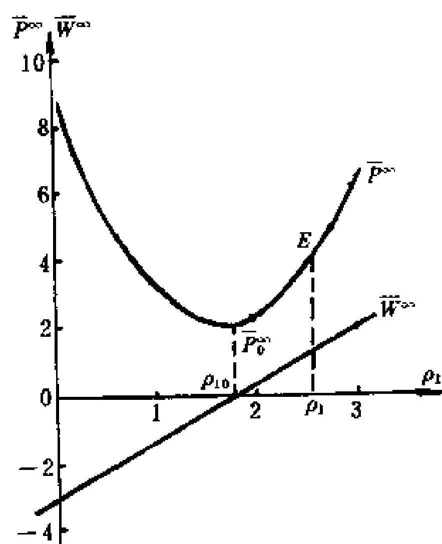


图 12-5

这就是单薄透镜 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 之间的关系式。对不同折射率算出上式中与折射率有关的项后，发现除 $\overline{P}_0^{\infty}$ 之值有较大变动外，其它二项变化甚小，可近似地认为常数。当 n 在1.5～1.7之间变动时，分别取 0.85 和 0.14，则(12-34)式可写成

$$\overline{P}^{\infty}=\overline{P}_0^{\infty}+0.85(\overline{W}^{\infty}+0.14)^2 \tag{12-35}$$

其中 $\overline{P}_0^{\infty}$ 在 2.14～1.36 间变动。

此式表明，单薄透镜的 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 之间有密切关系，且完全由 $\overline{P}_0^{\infty}$ 之值所确定，于是得出如下结论：

(1)当 $\overline{W}^{\infty}=-0.14$ 时，单透镜 $\overline{P}^{\infty}$ 取极值，使 $\overline{P}^{\infty}$ 抛物线和 $\overline{W}^{\infty}$ 直线有固定的位置关系。

(2)以 $\overline{W}^{\infty}$ 为横坐标，$\overline{P}^{\infty}$ 为纵坐标对一定折射率的透镜作图时，所得为一抛物线，如图 12-6 所示。对于不同 n 的透镜，仅因 $\overline{P}_0^{\infty}$ 的差异而使曲线上下错开。

(3)若单透镜的折射率在 1.5～1.7 的范围内取值，则只有当 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 之值介于图中的二条曲线之间，即 $\overline{P}_0^{\infty}$ 在 2.14～1.36 之间时，单透镜才有可能同时满足 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 两个像差参量。此时，n 和 ρ_1 随之确定。鉴于玻璃种类有限，n 并非连续变数，所以即使在上述比较狭窄的范围内的 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 值，也不一定能为实际存在的玻璃所满足。

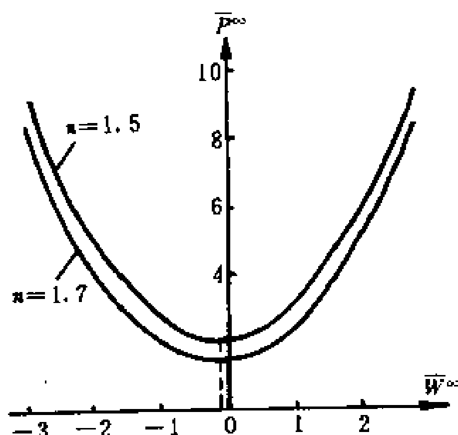


图 12-6

从以上讨论可看出单薄透镜满足 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 的局限性。然而，用双胶合透镜一般是能满足这两个要求的。双胶合透镜除了需满足二个单色像差参量外，还须考虑一个色差参量。

定义 $f'=1$ 时的 $\varphi_1/\nu_1+\varphi_2/\nu_2$ 为双胶合镜组的色差参量，用 $\overline{C}$ 表示，根据色差基本公式(11-6)和(11-10)，有

$$\delta l'_{ch}=-\left(\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}\right)=-\overline{C} \tag{12-36}$$

式中 φ_1 和 φ_2 须满足总光焦度 $\varphi=\varphi_1+\varphi_2=1$ 的要求。所以，在规化条件下，色差参量 $\overline{C}$ 完全决定了双胶合镜组的色差。

下面考虑二个单色像差的基本参量 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$。在物距无穷远的规化条件(即 $h=1,f'=1$)下，考虑到 $\sigma_1=\frac{1}{l_1}=0,\sigma'_1=\sigma_2,\sigma'_2=\sigma_3,\sigma'_3=\frac{1}{f'}=1,n_1=n'_3=1,n'_1=n_2=n_1,n'_2=n_3=n_2$，根据公式(8-17)和(9-18)，可将 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 写成三个面的阿贝不变量的函数。当二透镜的光焦度随

色差参量 $\overline{C}$ 和总光焦度 φ 确定后，三个折射面的阿贝不变量中就只有一个独立变数。若取 Q_2 为独立变数，则可将 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 表示成仅含 Q_2 的表达式，经过推导得

$$\overline{P}^{\infty}=AQ^2+BQ+C \tag{12-37}$$

$$\overline{W}^{\infty}=\frac{A+1}{2}Q-\frac{1-\varphi_1-B}{3} \tag{12-38}$$

式中的 Q 即为胶合面的阿贝不变量 Q_2，去掉下标是为了方便，下同。A、B、C 分别是

$$\left.\begin{aligned}
A&=1+2\varphi_1\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_1}\right)+\frac{2}{n_1}\\
B&=\frac{3}{n_1-1}\varphi_1^2-\frac{3}{n_1-1}(1-\varphi_1)^2+2\varphi_1-2\\
C&=\frac{n_1}{(n_1-1)^2}\varphi_1^3+\frac{n_1}{(n_1-1)^2}(1-\varphi_1)^3+\frac{n_1}{n_1-1}(1-\varphi_1)^2
\end{aligned}\right\} \tag{12-39}$$

式中 n_1、n_1 分别表示第一透镜和第二透镜的折射率。从公式(12-37)和(12-38)可见，双胶合镜组与单透镜一样 $\overline{P}^{\infty}$ 随 Q 而变的关系为抛物线，$\overline{W}^{\infty}$ 与 Q 是直线关系。但双胶合镜组随二透镜玻璃组合的不同，$\overline{P}^{\infty}$ 的极值可正可负，能在很大范围内变动。

然而，双胶合镜组在满足色差参量 $\overline{C}$ 而确定了 φ_1 和 φ_1 后，也不是在任意情况下都能同时满足 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 两个参量的，这要视玻璃组合而定。通过对(12-37)式和(12-38)式的进一步分析推导，我们发现，可以写出如下关系：

$$\left.\begin{aligned}
\overline{P}^{\infty}&=\overline{P}_0^{\infty}+A(Q-Q_0)^2\\
\overline{W}^{\infty}&=\overline{W}_0^{\infty}+\frac{A+1}{2}(Q-Q_0)
\end{aligned}\right\} \tag{12-40}$$

消去 $Q-Q_0$，得

$$\overline{P}^{\infty}=\overline{P}_0^{\infty}+\frac{4A}{(A+1)^2}(\overline{W}^{\infty}-\overline{W}_0^{\infty})^2 \tag{12-41}$$

式中，$\overline{P}_0^{\infty}$ 是 $\overline{P}^{\infty}$ 的极小值，Q_0 是当 $\overline{P}^{\infty}$ 为极值时的 Q 值，$\overline{W}_0^{\infty}$ 是当 $Q=Q_0$ 时的 $\overline{W}^{\infty}$ 值。其中 $\overline{W}_0^{\infty}$ 的变化很小，当第一块透镜用冕牌玻璃时为 -0.1，当第一块透镜用火石玻璃时为 -0.2。因此，上式可成

$$\overline{P}^{\infty}=\overline{P}_0^{\infty}+0.85(\overline{W}^{\infty}+0.1)^2\text{（冕牌在前）} \tag{12-42a}$$

$$\overline{P}^{\infty}=\overline{P}_0^{\infty}+0.85(\overline{W}^{\infty}+0.2)^2\text{（火石在前）} \tag{12-42b}$$

由式(12-42)可见，双胶合镜组的像差参量 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 之间也存在与单透镜相同的关系，即总是当 $\overline{W}^{\infty}=-0.1\sim-0.2$ 时 $\overline{P}^{\infty}$ 有极小值。因此 $\overline{P}_0^{\infty}$ 决定了 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 之间的联系。双胶合镜组只要能同时满足色差参量 $\overline{C}$ 和 $\overline{P}_0^{\infty}$，就能同时满足 $\overline{C}$、$\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 三个参量。双胶合镜组的和 $\overline{P}_0^{\infty}$ 值随玻璃组合的不同，可正可负，并可在较大范围内变化，所以一般能同时满足三个参量，问题在于如何挑选得合适的玻璃组合。

过去常用查 $\overline{P}_0^{\infty}$ 表的方法来挑选玻璃组合。前苏联国家光学研究所最早做了这方面的工作，他们通过大量的计算，构造了一套对双胶合镜组设计非常方便和有用的 $\overline{P}_0^{\infty}$ 表，利用它可查取同时满足 $\overline{C}$ 和 $\overline{P}_0^{\infty}$ 值的玻璃组合。参考文献[6]、[7]给出了用于挑选玻璃组合的有关参数表。在参考文献[7]中，除对各种玻璃组合列出了七种色差参量值时的 φ_1（冕牌透镜的光焦度）、Q_0 和 $\overline{P}_0^{\infty}$ 外，还给出了系数 A、B、C 等值。利用这套表，可更精确地求解双胶合镜组满足 $\overline{C}$、$\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 时的结构参数。而参考文献[6]中的表不是对具体的玻璃组合，而是对不同的折射率组合和光焦度分配求出其解的。这样的表，用起来不如前者方便，但能看出像差随折射率组合和光焦度分配而变的规律，并且因不是指具体谱线的折射率而有更大的适用性。

目前计算机已普遍应用于光学设计，利用它构造双胶合透镜组在不同 $\overline{C}$ 下的 $\overline{P}_0^{\infty}$ 表甚为

方便，也可直接从表中搜索所需的玻璃对。附录 1 即给出了这种计算子程序，使用的前提是必须先建立玻璃在所要求谱线下的 $n \sim \nu$ 库文件。该算法以 C 语言编写，采用链表结构，有关的知识读者可参阅附录 1 指定的参考文献。读者也可在此基础上进一步充实完善双胶合透镜的设计算法，将更多的计算工作交付予计算机来完成。为充分利用人们的设计经验，还给出了附表 1～3，附表 1 中，左右两边分别是 $\overline{C}$ 标尺和 $\overline{P}_0^\infty$ 标尺，只要用直尺两端分别对准所需的 $\overline{C}$ 值和 $\overline{P}_0^\infty$ 值，即可从中间读取可能合适的玻璃编组号。各编组号中的玻璃对列于附表 2 和 3 中。

下面把计算方法和步骤作一简单归纳：

(1)根据系统的像差要求，应用公式组(12-29)求解透镜组的 $\overline{P}$、$\overline{W}$ 值，并根据色差要求，确定透镜组的色差参量 $\overline{C}$；(2)根据公式(12-26)和(12-27)，把 $\overline{P}$ 和 $\overline{W}$ 换算成基本像差参量 $\overline{P}^\infty$ 和 $\overline{W}^\infty$；(3)按 $\overline{P}^\infty$ 和 $\overline{W}^\infty$ 值由公式(12-42)求解 $\overline{P}_0^\infty$；(4)根据 $\overline{C}$ 和 $\overline{P}_0^\infty$ 值，选取合适的玻璃对，注意应挑选折射率差和阿贝常数差尽可能大的组合，同时还应考虑玻璃的化学、物理性能、加工性能和成本因素等，然后求出要求 $\overline{C}$ 值时的 $\overline{P}_0^\infty$，Q_0 和 φ_1。如玻璃对恰当，$\overline{P}_0^\infty$ 值应与要求值相同或接近，Q_0 和 φ_1 就相对较小；(5)根据公式(12-40)由 Q_0 计算 Q 值。此时应将实际的 $\overline{W}_0^\infty$ 代入公式计算。第一式的二个根中，应取与第二式求得的相同的根。二式求得的二个 Q 值并不全同，若以保证 $\overline{P}^\infty$ 为主，应取第一式的根；若以保证 $\overline{W}^\infty$ 为主，应取第二式的根；(6)根据 Q 和 φ_1，即可求出双胶合组三个面的规化条件下的曲率，然后换算到实际焦距下的曲率半径，即

$$r_1 = \frac{f'}{\rho_1},\ r_2 = \frac{f'}{\rho_2},\ r_3 = \frac{f'}{\rho_3}$$

求得曲率半径之后，接下去的工作是确定透镜的厚度。具体做法以后再述。

附带指出，双胶合镜组是能同时满足 $\overline{C}$、$\overline{P}^\infty$ 和 $\overline{W}^\infty$ 的最简单结构，但也有满足不了的时候，此时也可采用微小间隙的双分离镜组。它比双胶合镜组多一个结构变量，因此无需求助于玻璃对的配合，就能同时满足这三个参量。求解的过程是：先选定玻璃，由色差要求求解二透镜的光焦度，由公式(8-18)和(9-21)，可将 $\overline{P}^\infty$ 和 $\overline{W}^\infty$ 用结构参数表示，联立此二方程即可解得结构参数。

§12-10　P、W 方法计算实例

前述 P、W 方法对光学系统尤其是薄透镜系统的设计很有用处，利用它可将对系统总的像差要求变成对系统各薄光组的像差要求。这种方法称为变数分离法。下面给出两个实例。

例 1. 单组望远镜物镜(设光阑与之重合)

望远镜物镜属小视场系统，只需校正位置色差、球差和彗差。根据公式组(12-29)的第 1、2 式和色差表示式可得

$$\overline{P}^\infty = 0,\ \overline{W}^\infty = 0 \text{ 和 } \overline{C} = 0$$

根据所得基本像差参量可知，需用双胶合镜组才能满足要求。这就是说，双胶合镜组是可能充当物镜的最简单结构。

由于望远镜在室外使用，与外界接触的第一块透镜应有较好的化学稳定性和较高的硬度，故宜采用冕牌透镜在前的形式。按式(12-42)算得 $\overline{P}_0^\infty = -0.0085$。比较合适的玻璃对有 BaK6＋F2，ZK3＋BaF8，K7＋ZF3，K9＋ZF2…等多种。但考虑到高级像差、玻璃性能和成本因素，选用 K9＋ZF2 为佳，其折射率为 $n_1 = 1.5163$，$n_2 = 1.6725$。

对上述玻璃对查表或计算可得，$\overline{C} = 0$ 时，$\overline{P}_0^\infty = 0.02$，$\varphi_1 = 2.009$，$Q_0 = -4.29$。此时应用

公式(12-40)求 Q 时，根号内为一个小的负值，可近似为零，故 $Q=Q_0$，于是可求得各面的曲率为

$$\rho_1=1.61,\quad \rho_2=-2.281,\quad \rho_3=-0.781$$

设透镜的焦距为 100，则各面的曲率半径为

$$r_1=62.11,\quad r_2=-43.84,\quad r_3=-128.04$$

至此，薄透镜组的结构参数已求出，接下去还应考虑透镜的厚度，计算像差，并给以必要的精细校正，使之达到最佳结果。

例 2. 计算一个共轭距为 200，$\beta=-4$ 倍，数值孔径为 0.1 的显微镜物镜

根据高斯光学公式可求得此物镜在薄透镜时的焦距和物像距为 $f'=32$，$l=-40$，$l'=160$。

显微物镜因视场很小，只需校正位置色差、球差和彗差。考虑到其相对孔径不大，采用单个双胶合组足能达到像质要求，则其像差参量为

$$\overline{P}=0,\quad \overline{W}=0 \text{ 和 } \overline{C}=0$$

此系物距为有限距时的规化值，应将其换算成 $l_1=\infty$ 时的基本参量 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$。为此须应用公式(12-26)和(12-27)。公式中的 π 对双胶合组来说近于常量，在规化条件下约为 0.7，而 u_1 值应按规化物距即 $f'=1$ 时的物距 l_1 求取，即 $\overline{u}_1=\overline{h}/\overline{l}_1=\overline{h}f'/l_1=-0.8$。由此得

$$\overline{W}^{\infty}=-2.16,\quad \overline{P}^{\infty}=3.296$$

双胶合显微物镜一般取火石透镜在前的形式，按式(12-40)求得 $\overline{P}_0^{\infty}=0.031$。

根据 $\overline{C}=0$ 和 $\overline{P}_0^{\infty}=0.031$ 的要求，选用 ZF1($n=1.6475$)+K9($n=1.5163$)这对玻璃，查得

$$\overline{P}_0^{\infty}=0.05,\quad \varphi_k=2.122,\quad Q_0=5.06$$

按式(12-40)有

保证 $\overline{P}^{\infty}$ 要求 $Q=6.24$ 或 3.88(二次方程的两个解)

保证 $\overline{W}^{\infty}$ 要求 $Q=3.89$

显然应取 $Q=3.89$。然后用与前面同样的方法算出结构参数即可。

例 3. 设计一个单组目镜。要求 $f'=24$，相对孔径 1∶6，视场 12°。

通常物体被物镜所成的像位于目镜的物方焦面上，因此计算时将目镜反转，应是平行光入射。此外，目镜的出瞳约在焦点附近稍偏外些，反转时可认为在物方焦面上。由此得

$$u_p=\sin W=\sin(-6°)\approx-0.1,\ h_p=fu_p=2.4,\ h=2,\ j=-hu_p=0.2$$

目镜由于焦距短，相对孔径小，而视场相对较大，因此球差和位置色差一般不予考虑；匹兹凡和不能消除，畸变不影响成像清晰度，一般也不予顾及。首先需校正的像差是彗差、像散和倍率色差。由此，要求 $\sum S_{\mathrm{I}}=\sum S_{\mathrm{II}}=\sum C_{\mathrm{I}}=0$。可见，至少需使用双胶合镜组，并按校正位置色差的要求分配光焦度(请读者考虑其原因)。

对于其它二种像差，可按公式组(12-29)列出方程。此时，方程中的 $\overline{P}$ 和 $\overline{W}$ 就是 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$。由方程组解出 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 后，接下去的计算同前。

习　题

1. 已知一个给定结构参数的光学系统的七种初级像差和数之值 $\sum S_{\mathrm{I}}$、$\sum S_{\mathrm{II}}$、$\sum S_{\mathrm{III}}$、$\sum S_{\mathrm{IV}}$、$\sum S_{\mathrm{V}}$、$\sum C_{\mathrm{I}}$ 和 $\sum C_{\mathrm{II}}$，试计算它们随下列情况改变而引起的变化：(1)孔径增大一倍而视场和焦距不变；(2)视场增大一倍而孔径和焦距不变；(3)焦距增大一倍而孔径和视场不变(焦距增大一

倍指系统的半径、间隔、通光口径等结构参数和物距、瞳距、瞳径等外部参数整体增大一倍，下同）；(4)孔径增大一倍，视场减小一半而焦距不变；(5)孔径减小一半，视场增大一倍而焦距不变；(6)孔径、视场和焦距均增大一倍。

2. 试分别画出光学系统仅有球差、彗差、场曲和畸变时的像差特性曲线示意图。

3. 一个光学系统，通过对视场边缘点发出的子午平面上的平行光束中，与主光线对称的一对全孔径光线、一对半孔径光线和主光线的光路追迹，分别得到如下终值角度单位为弧度：

上边缘光线： $L'_a=-39.9435$， $U'_a=-0.3219$

上中间带光线： $L'_{0.5a}=-23.2258$， $U'_{0.5a}=-0.3771$

主光线： $L'_z=-11.1985$， $U'_z=-0.4299$

下中间带光线： $L'_{0.5b}=-2.0945$， $U'_{0.5b}=-0.4803$

下边缘光线： $L'_b=5.0843$， $U'_b=-0.5282$

此外，还知道 $D/f'=1:4$，$2W=50°$，$f'=75.2463$，$l'=64.3240$（长度均系毫米）。求：(1)全孔径和半孔径时的子午彗差和宽光束子午场曲以及畸变；(2)画出子午像差特性曲线，并从图中求得细光束子午场曲、畸变以及全孔径和半孔径时的子午彗差和宽光束场曲，然后再计算出全孔径和半孔径时的轴外子午球差；(3)从曲线中合理确定拦光，并标出拦光后的主光线位置以及指出光阑应向何方向移动；(4)如在尽量拦光的情况下，欲以改变光阑位置来整体改善轴外子午像差，光阑应向何方向移动？

4. 一单透镜，当光阑与之重合时，能否以整体弯曲的办法来改变其像散值？当光阑在其它位置时又能否？是否总能找到一个或二个光阑位置使其像散为零？能校正像散的必要条件是什么？

5. 本书中一直引以举例的双胶合物镜，其像散值已在第七章计算求得。据理回答：1)数值能否通过整体弯曲予以进一步减小？(2)是否能改变光阑位置来予以校正？

6. 在需接续成像的系统，如透镜转像望远镜系统中，常需在中间像面上设置场镜以控制主光线的走向和将轴外光束折向后续透镜，试分析场镜的像差特征。

7. 全对称光学系统在以 $\beta=-1$ 成像时，已知系统的半部的七种初级像差和数值为 S_{I}，S_{II}，S_{III}，S_{IV}，S_{V}，C_{I} 和 C_{II}，问整个系统的这些数值为多少？若把对称系统的后半部焦距放大一倍，问此时的全系统成像放大率为多少？七种初级像差和数值又为多少？

第十三章　波像差

前面对像差的讨论是以几何光学为基础，用光线经光学系统的实际光路相对于理想光路的偏离来度量的，统称为几何像差。它直观、易算，可用其数值的大小来描述一点成像时，几何光线的密集程度，从而评估像质的优劣。但光线本身是一抽象的近似概念，用它的密集程度来评价像质，在很多场合下与实际情况并不符合，而且像差也不可能完全校正到零。因此，必须考虑像差的最佳校正方案和像差的容限问题，它与系统的使用要求和使用状况有关。这些像质评价问题常须基于光的波动本质才能解决。

几何光学中的光线相当于波阵面的法线，因此，物点发出的同心光束与球面波对应。此球面波经光学系统后，改变了曲率。如光学系统是理想的，则形成一个新的球面波，其球心即为物点的理想像点（实际上，由于受系统有限孔径的衍射，即使是理想系统也不可能对物点形成点像）。但是实际的光学系统的像差将使出射波面或多或少地变了形，不复为理想的球面波。这一变了形的实际波面相对于理想球面波的偏离，就是本章将要讨论的波像差。

波像差与上述像质评价问题密切相关。例如要计算斯特列尔强度比（即中心点亮度）和光学传递函数时，就必须求知波像差；而瑞利判断更是直接以波像差的大小来作评价标准的。加之波像差与几何像差之间有内在联系，利用这种联系，可在一定程度上解决前述像差的最佳校正问题和容限问题，因此，讨论波像差，并建立起它与几何像差的关系是很必要的。

§13-1　轴上点的波像差及其与球差的关系

对于轴对称光学系统，轴上点发出的球面波经系统以后，只是由于唯一的球差，使出射波面变形而偏离于球面。由于轴上点波面是轴对称的，其波像差只须从波面与子午平面相截的截线上，取光轴以上的一方来考察即可。如图 13-1 所示，$o'x'$是波面的对称轴（即系统的光轴），o'是系统的出瞳中心，实际波面 $o'\overline{N}$ 上任意一点 $\overline{M}$ 的法线交光轴于 $\overline{A}'$点。任取一参考点，例如以高斯像点 A'为中心，作一在 o'点相切于实际波面的参考球面 Σ，它就是理想波面。显然，$\overline{A}'A'$就是孔径角为 U'时的球差。光线$\overline{M}\overline{A}'$交理想波面于 M，则 $n'\cdot M\overline{M}$就是波面像差，简称波像差。可见，波像差就是实际波面与理想波面之间的光程差，用 W 表示。规定实际波面在理想波面之后时的波像差为负，反之为正。令理想波面的曲率半径为 R，MA'与 $M\overline{A}'$ 之间的夹角为 δ，显然

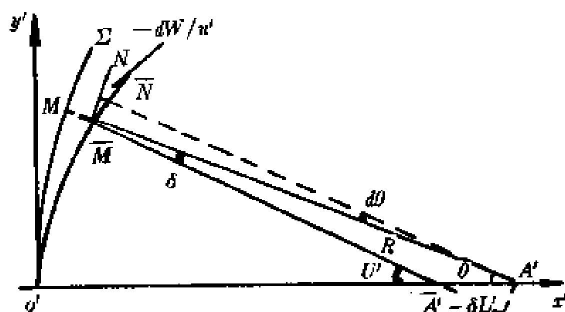


图 13-1

$$\delta = -\frac{\delta L' \sin U'}{R}$$

以 A' 为中心，过 $\overline{M}$ 点作一圆弧 $\overline{M}N$，显然 $\overline{M}N$ 和 $o'M$ 之间是等光程的。则 $\overline{M}$ 附近一点 $\overline{N}$ 处的波像差相对于 $\overline{M}$ 点处的波像差的改变量 dW，可以相对于参考球面 $\overline{M}N$ 来确定，则有

$$\delta = -\frac{dW/n'}{R \cdot d\theta} \approx -\frac{1}{n'}\frac{dW}{R \cdot dU'}$$

由以上二式可得

$$dW = n' \delta L' \sin U' dU' \qquad (13\text{-}1)$$

当光学系统的孔径不大时，$\sin U' \approx u'$，则有

$$\overline{W} = \int dW = \frac{n'}{2}\int_0^{u'_m} \delta L' du'^2 \qquad (13\text{-}2)$$

这就是波像差与球差之间的关系。可见，如以 u'^2 为纵坐标来画出球差曲线，曲线所围面积的一半即为波像差。这样，就很容易从球差曲线以图形积分方法求得轴上点不同孔径时的波像差。对于物在无穷远的系统，宜将 u' 表示为 h/f'，相应的波像差公式为

$$W = \frac{n'}{2f'^2}\int_0^{h_m} \delta L' dh^2 \qquad (13\text{-}3)$$

或者以相对高度 h/h_m 来表示

$$W = \frac{n' h_m^2}{2f'^2}\int_0^1 \delta L' d\left(\frac{h}{h_m}\right)^2 \qquad (13\text{-}4)$$

设已知一双胶合物镜的结构参数，且有 $h_m = 10$，计算得 $f' = 79.563$，根据结构参数算得球差，画出球差曲线如图 13-2(a)所示，并判断出其球差方程为

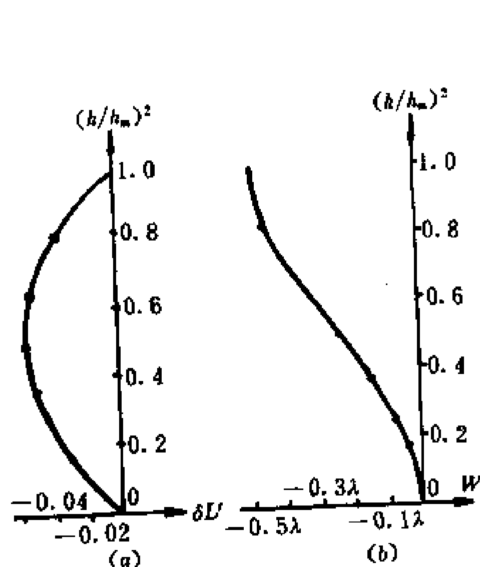


图 13-2

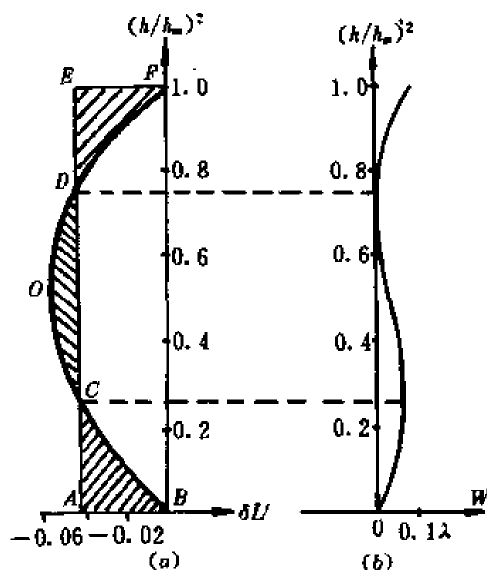


图 13-3

$$\delta L' = -0.22\left(\frac{h}{h_m}\right)^2 + 0.22\left(\frac{h}{h_m}\right)^4$$

由积分得

$$W = \frac{n' h_m^2}{2f'^2}\left[-\frac{0.22}{2}\left(\frac{h}{h_m}\right)^4 + \frac{0.22}{3}\left(\frac{h}{h_m}\right)^6\right]$$

也可两边同除以 λ，直接表示成以波长为单位的值。把已知的值代入，取 $\lambda = 0.0005893$，即可求得不同孔径时的波像差如表 13-1 所列，相应的波像差曲线如图 13-2(b)所示。

表 13-1　双胶合物镜在不同孔径时的波像差

h/h_m	0.2	0.4	0.5	0.6	0.707	0.8	0.866	0.9	1.0
W/λ	−0.0023	−0.0335	−0.0768	−0.144	−0.246	−0.346	−0.415	−0.445	−0.492

可见，边缘带处波像差最大，约为半个波长。按瑞利判断（当按绝对值计的最大像差小于1/4波长时，可认为系统是完善的）已超出允许的数值。这是否就意味着该物镜达不到像质要求呢？并不是。因为上面的波像差值是以高斯像点为参考点求得的。如果选择另一个参考点，就有可能使波像差减小。因为波像差是随参考点位置而异的。这个使波像差为最小的参考点位置，就是物镜的最佳焦点所在。它并不一定在高斯像点位置。那么，如何寻求最佳焦点位置？在以最佳焦点为参考点时如何计算波像差？这将是二个须回答的问题。

我们已知球差曲线对纵坐标轴所围面积与波像差成比例，因此，最佳焦点，即球差曲线中新选的纵坐标轴位置应使曲线对其所围的面积为最小。当光学系统仅有初级和二级球差时，以$(h/h_m)^2$为纵轴画得的球差曲线，其曲线为抛物线。为使波像差为最小，如图 13-3(a)所示，应取理想波面的中心位于 A 处，以使面积 $ABC=COD=DEF$，此时，最大的波像差仅被面积 ABC 所决定，相应的波像差曲线如图 13-3(b)所示。显然波像差要较原来小得多。这种在沿轴方向求取最佳焦点的做法，称轴向离焦。比较图 13-2 和图 13-3 可见，轴向离焦前后的波像差曲线，在形状上完全相同，后者仅相当于把纵轴作一次转动而已。

最佳焦点的位置或轴向离焦量的大小，读者可由抛物线方程推知，当 $AB=3\delta L'_{0.707}/4$ 时，就能使面积 ABC 与 COD 相等。于是得出结论：

对于只包含初级和二级球差的光学系统，当对边缘光线校正了球差后，其最佳焦点位于离高斯像点$(3/4)\delta L'_{0.707}$处，并在$(h/h_m)^2=1/4$带处具有最大波像差，在$(h/h_m)^2=3/4$带处波像差为零，在边缘带处的波像差与$(h/h_m)^2=1/4$带相同。最大的波像差为

$$W_m=\frac{n'h_m^2}{2\lambda f'^2}\cdot\frac{\delta L'_{0.707}}{12} \tag{13-5}$$

把前已知道的值代入，得$(h/h_m)^2=1/4$带处的最大波像差为 $W_m=0.0615\lambda$。可见，当参考点取在最佳焦点时，最大波像差仅$(1/16)\lambda$，只有原最大波像差的 1/8，为波像差容限的 1/4，所以，该物镜的结果是好的。

下面对新参考点位置时的波像差进行计算。算得新参考点离高斯像点的距离为-0.04125，故球差方程可写为

$$\delta L'=0.04125-0.22(\frac{h}{h_m})^2+0.22(\frac{h}{h_m})^4$$

代入波像差公式(13-4)并积分得到新的公式，即可求得不同孔径时的波像差。读者可以验证，计算结果与上面的结论完全一致。

如果光学系统仅有初级球差，那么，以 u^2 为纵坐标轴画得的球差曲线为一直线，如图 13-4(a)所示，相应的波像差曲线如图 13-4(b)所示。显然，使边缘带的波像差为零时所得的剩余波像差为最小。此时，最佳焦点的位置应在$(1/2)\delta L'_m$ 处，如图 13-4(c)。这时边缘带的波像差为零，最大的剩余波像差发生在$(1/2)u_m^2$ 带上，其值为原来边缘带处最大波像差的 1/4，可按下式计算：

$$W_m=\frac{n'}{2}\triangle OAB=\frac{n'}{16}\delta L'_m\cdot u'^2_m \tag{13-6}$$

以最佳焦点为参考点时的波像差曲线如图 13-4(d)所示。

图 13-4

如果光学系统还有更高级的球差，球差曲线将更复杂些，例如，对边光和 0.707 带光校正球差。但如果从波像差的观点来考虑的话，最佳校正方案应该是使球差曲线与可能选到的参考纵轴包围尽可能多块大小相同、且可相消的面积。这是一个基本原则。请读者按此原则考虑系统存在初级、二级和三级球差时，对边光和 0.707 带光校正球差是否是最佳方案？如果不是，应该怎样选择校正方案？相应的球差曲线请参阅第八章图 8-4。

§13-2　轴外点的波像差及其与垂轴像差的关系

轴外点光束经光学系统后，一般已失去轴对称性质。因此不能像轴上点那样，仅用一个量来描述其像差。通常用光线的垂轴像差的子午分量 $\delta y'$ 和弧矢分量 $\delta z'$ 来描述，相应地，轴外点的波像差也将表示成与这两个分量之间的关系。

图 13-5

分别以出瞳中心 O' 和理想像面中心 A'_0 为原点，作瞳面坐标 $O'\xi'\eta'\zeta'$ 和像面坐标 $A'_0x'y'z'$，如图 13-5 所示。ΣR 为轴外点 B 的实际波面，Σ 为以理想像点 B'_0 为中心所作的在出瞳中心 O' 处与实际波面相切或相交的理想参考球面。任取一条光线，与波面 Σ、Σ_R 和高斯像面分别相交于 Q、Q_R 和 B' 点，其坐标分别为 $Q(\xi',\eta',\zeta')$、$Q_R(\xi_R',\eta_R',\zeta_R')$ 和 $B'(0,y_0'+\delta y',\delta z')$。光线的方向余弦为 $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$。显然 $Q_RQ=-W/n'$，则 Q_RQ 在三个坐标轴上的投影可写成

$$\xi'_R-\xi=Q_RQ\cos\alpha=-W\cos\alpha/n'$$

$$\eta'_R-\eta=Q_RQ\cos\beta=-W\cos\beta/n'$$

$$\zeta'_R-\zeta=Q_RQ\cos\nu=-W\cos\gamma/n'$$

微分这些式子，并将第一式乘 $\cos\alpha$，第二式乘 $\cos\beta$，第三式乘 $\cos\gamma$，然后相加，考虑到方向余弦的平方和等于 1，得

$$dW=n'(\cos\alpha d\xi'+\cos\beta d\eta'+\cos\gamma d\zeta')-n'(\cos\alpha d\xi'_R+\cos\beta d\eta'_R+\cos\gamma d\zeta'_R)$$

为进一步简化上式，对实际波面方程 $F(\xi_R',\eta_R',\zeta_R')$ 微分，并考虑到实际波面上 Q_R 点的法线即为光线，有

$$\cos\alpha d\xi'_R+\cos\beta d\eta'_R+\cos\gamma d\zeta_R'=0$$

再根据图 13-5，写出光线 QB' 的方向余弦，并令 $QB'=R$。再写出理想参考球面的方程式

$$(\xi'-R_0)^2+(\eta'-y'_0)^2+\zeta'^2=R^2$$

根据这些关系，最终可将 dW 表达式写成为：

$$dW=\frac{n'}{R}(\delta y'\cdot d\eta'+\delta z'\cdot d\zeta') \tag{13-7}$$

将上式中的 η'、ζ' 以规化坐标 η'/η'_m 和 ζ'/ζ'_m 表示，记之以 $\bar{\eta}'$ 和 $\bar{\zeta}'$，由 $\bar{\eta}_m'=\bar{\zeta}_m'$ 且 $\eta'_m/R=u'_m$，得

$$dW=n'u'_m\delta y'\cdot d\bar{\eta}'+n'u'_m\delta z'\cdot d\bar{\zeta}' \tag{13-8}$$

这就是轴外点波像差与垂轴几何像差之间的关系式。利用它可由几何像差求知波像差。反之亦然。为从光线的垂轴像差计算波像差，可对公式(13-7)进行积分。但是这样计算是相当不便的，因为要精确地把垂轴像差的二个分量表示成瞳面坐标(η、ζ)的函数关系非常复杂。因此，一般只利用这种关系分析和研究波像差与几何像差的关系。

通常，波像差是由直接计算光线光程求得的。不过波面上沿子午截线的波像差还是容易在光学设计时从所算得的几何像差来判定，即改造子午光束的 $y'\sim \text{tg}U'$ 特性曲线，并由图形积分了解或求得波像差。

图 13-6 所示为轴外点发出的任一子午光线，与出瞳面的交点 Q 的坐标为 η'，与高斯像面的交点高度为 y'。距离 QB' 可认为等于参考球面的半径 R，则有

$$y'-\eta'=-R\sin U'$$

将其微分的结果代入式(13-7)，由于不涉及 z' 坐标，积分得

$$W=n'\int\delta y'\cdot d\sin U' \tag{13-9}$$

所以，只要把 $y'\sim\text{tg}U'$ 曲线的 $\text{tg}U'$ 轴改成以 $\sin U'$ 为尺度，并使它通过 y_0' 点，就得到 $\delta y'\sim\sin U'$ 曲线，如图 13-7 所示。这一曲线对 $\sin U'$ 轴所围的面积，即为波面上沿子午截线的波像差。如系统的像方孔径角 U' 不大，也可直接在 $y'\sim\text{tg}U'$ 曲线上判读出波像差大小。

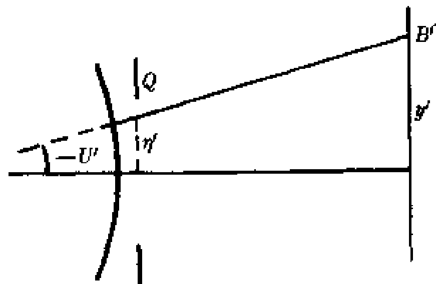


图 13-6

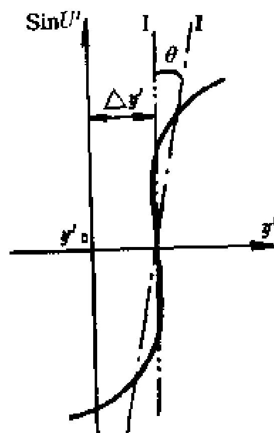


图 13-7

图 13-7 中曲线与 $\sin U'$ 轴所围的面积，是以高斯像面上理想像点为参考点时的波像差，显然是比较大的。这也说明，当轴外点所成像有像差时，高斯像点也非最佳焦点所在。同样，可用离焦方法来寻求最佳参考点位置，以使波像差有所减小。不过对轴外点，离焦可在垂轴和沿轴两个方向进行。

先看垂轴离焦的情况。当参考点相对于高斯像点在垂轴方向作一微小移动时，相当于各条光线的 $\delta y'$ 值改变了同样一个移动量，即纵坐标轴作了一个平移。从图显见，纵轴移动$\Delta y'$至位置 I 时，波差将大为减小，所以，只要平移 $\delta y' \sim \sin U'$ 曲线的纵轴，使其被曲线所包围的面积为最小即可。垂轴离焦的目的，只是为了获知最佳参考点位置，估计波像差大小以判断该像点的像质是否良好。

至于轴向离焦，从上一节的讨论可知，只相当于纵轴的一个偏转。轴向离焦量的大小与偏转角相对应。对图示情况，在经垂轴离焦使纵轴平移后，如再将其转一角度 θ 至位置 I 时，就对曲线划出了多块大小接近相等且可相消的面积，从而使波像差更为减小。但必须注意，轴向离焦不同于垂轴离焦，后者仅为了作像质评价，而前者则是要最后决定一个最佳像面位置。因此，轴向离焦不能只顾一个视场，应该从对各个视场都有好处来选取适当的离焦量。

§13-3　波像差的一般表示式

为计算有像差时的像点的能量分布，常需作波像差计算。用前述的由几何像差来计算波像差的方法是很不方便的。

因为波像差就是实际波面与理想波面之间的光程差，所以用计算光程的方法求知波像差较为方便易行。根据马吕斯定律可知，出射波面与入射波面之间是等光程的，只是因为光学系统的像差，使出射的等光程面变形而偏离了球面形状而已。因此，光程差实际上反映在入射波面与参考球面之间，这样，只要计算从物点发出的在半个入瞳面上按序分布的若干光线与参考球面交点之间的光程 $\sum n_i l_i$，就能求知各光线间的光程差了。鉴于参考球面与实际波面在出瞳中心相切或相交，该点（相当于主光线）的波像差为零，因此各条光线的光程与主光线的光程之差即为各光线的波像差。

在第七章的空间光线光路计算过程中，已求出直接表示二光学表面间光路长的中间量 D_i，因而光程是易于得到的。而最后一段，即系统的最后一面到参考球面间的那一段光程，需求出出射光线与所设定的参考球面的交点坐标后才能算出。最后，将各段光程相加即可。

对给定光学系统，光线由物面坐标 y 和瞳面坐标 η、ζ 所确定。不同的光线波像差不同，故波像差一定是这些坐标的函数。因坐标为 y、η、ζ 的光线与坐标为 $-y$、$-\eta$、$-\zeta$ 的光线具有完全相同的光路，故必有

$$W(\eta,\zeta,y)=W(-\eta,-\zeta,-y)$$

据此，波像差表达式中，只可能包含 η、ζ、y 的偶次元：η^2、ζ^2、y^2、ηy、$\eta\zeta$、ζy；再由于光束对子午平面对称，坐标 ζ 的奇次项不可能在表达式中出现；再考虑到轴上点波像差只是入瞳半径 $\eta^2+\zeta^2$ 的函数，因此 η^2 和 ζ^2 项只能以 $\eta^2+\zeta^2$ 的形式出现。故有

$$\begin{aligned}W&=W(\eta^2+\zeta^2,y^2,\eta y)\\&=a_1(\eta^2+\zeta^2)+a_2\eta y+b_1(\eta^2+\zeta^2)^2+b_2\eta y(\eta^2+\zeta^2)\\&\quad+b_3\eta^2y^2+b_4y^2(\eta^2+\zeta^2)+b_5y^3\eta+c_1(\eta^2+\zeta^2)^3+c_2\eta y(\eta^2+\zeta^2)^2\\&\quad+c_3\eta^2y^2(\eta^2+\zeta^2)+c_4y^2(\eta^2+\zeta^2)^2+c_5\eta^3y^3+c_6y^3\eta(\eta^2+\zeta^2)\end{aligned}$$

$$+c_7y^4\eta^2+c_8y^4(\eta^2+\zeta^2)+c_9y^5\eta+\cdots \tag{13-10}$$

由于参考球面在出瞳中心与实际波面相切，即 $\eta=\zeta=0$ 的主光线的波像差为零，故上式中不存在常数项和单独的 y^2 元；$a_1(\eta^2+\zeta^2)$和 $a_2y\eta$ 分别是轴向离焦和垂轴离焦项，是由于参考点不在高斯像点而产生的；以 b_i 为系数的五项，对应于五种初级单色像差引起的波像差；以 c_i 为系数的九项，是由二级像差引起的。

如果将上式中的坐标取规化值，即令 $\bar{\eta}=\eta/\eta_m$，$\bar{\zeta}=\zeta/\zeta_m$，$\bar{y}=y/y_m$，则可应用公式(13-8)，将该式的波像差变换成垂轴像差 $\delta y'$和 $\delta z'$。也常见有用极坐标 r,φ 表示瞳面坐标的波像差表示式。此时有

$$\eta=r\cos\varphi,\quad \zeta=r\sin\varphi,\quad \eta^2+\zeta^2=r^2$$

将其代入公式(13-10)，可得相应的表示式。

以上的波像差表示式，一般都是用来对某一给定的视场计算其波像差的，故式中的视场因子 y 是一常数，可并入系数内。

实际计算波像差时，应根据系统孔径和视场的大小，确定波像差展开式中应取的项，然后计算多于或等于所取的项数，并以适当形式分布在半个光瞳上的光线的光程，分别求得其相对于主光线的光程差。这样，就可求得各项的系数，得到波像差随光瞳坐标而变的表示式。利用它就可对已知光瞳坐标的任何光线算出其波像差。

§13-4　参考点移动产生的波像差、焦深

参考点位置变化时，对几何像差而言，只相当于坐标原点的变化，但对波像差而言，相当于参考球面的半径发生变化，使得新的参考球面与原来的参考球面有所偏离，这就是参考点移动所产生的波像差。若参考点沿波面对称轴移动$\triangle l'$，其所引起的波像差变化量$\triangle W$ 可应用公式(13-2)以$\triangle l'$代替其中的球差 $\delta L'$来求得，即

$$\triangle W=\frac{1}{2}n'\triangle l'\int du'^2=\frac{1}{2}n'u'^2_m\triangle l' \tag{13-11}$$

当参考点在垂轴方向移动$\triangle y'$时，其所产生的波像差变化量可对公式(13-7)进行积分而得。此时式中的 $\delta y'=\triangle y'=$常量，$\delta z'=0$，并考虑到 $\eta_m'/R=\sin U'_m$，得

$$\triangle W=n'\triangle y'\sin U'_m\approx n'\triangle y'u'_m$$

(13-12)对于理想光学系统，以高斯像点为参考点时，波像差为零。若有一微量的离焦$\triangle l'_0$，只要其产生的波像差小于 1/4 波长，仍不失其成像的完善性。与此相应的离焦量为

$$\triangle l'_0\leqslant\frac{0.5\lambda}{n'u'^2_m} \tag{13-13}$$

无论实际像点在高斯像点之前或之后$\triangle l'_0$，波像差都不会超过 1/4 波长，故定义焦深为

$$焦深=2\triangle l'_0=\frac{\lambda}{n'u'^2_m} \tag{13-14}$$

可见，焦深与光学系统的孔径角有关，孔径越大，焦深越小。焦深是光学中的一个重要量值，可用它作为衡量光学系统的剩余像差能否被允许的尺度。

§13-5　色差的波像差表示

单色球面波经光学系统后，将由于像差而发生变形。如果物方球面波是复色的，那么，各色波面经系统后，将因各自像差的不同而有不同程度的变形。二种色光，如 F 光和 C 光的波面间

的偏离量，可用来表征色差，称之为波色差。这种用波像差概念来讨论色差的方法，由 A. E. Conrady 所著《应用光学和光学设计》一书中首先提出，即$(D-d)$方法。

在$(D-d)$方法中，d 表示光学系统中各光学零件沿光轴的厚度，D 表示光线在相应零件中的光路长度。所以，$\Sigma(D-d)n$ 就是轴上点发出的某一光线与沿轴光线之间的光程差或波像差。按此，同一孔径的 F 光和 C 光各自的光程差应是 $W_F=\Sigma(D_F-d)n_F$ 和 $W_C=\Sigma(D_C-d)n_C$，二者之差即为波色差，以 WFC 表示，有

$$W_{FC}=W_F-W_C=(\Sigma D_F n_F-\Sigma D_C n_C)-\Sigma d(n_F-n_C)$$

式中第一项表示同一孔径的二色光线间的光程差。由于二色光的折射率差 n_F-n_C 比折射率小得多，由此引起的二色光线的光路差别 D_F-D_C 为一小量，而二光线的光程差更为二级小量。若略去这二级小量，则可用二色光的中间色光的光路长 D 来代替 D_F 和 D_C，由此得

$$W_{FC}=\Sigma(D-d)(n_F-n_C)=\Sigma(D-d)dn \tag{13-15}$$

这就是轴上点波色差的表示式。它表示二色波面于中心相切时，在所计算孔径处的偏离量。如果边缘光线的 $W_{FC}=0$，就表示二色波面在边缘处相交，或在边缘带上二色光的波像差相等。消色差系统就要求这样。

应用公式(13-15)计算波色差时，主要在于计算主色光在系统各光学零件中的光路长 D_i。如在子午光线的光路计算基础上进行，D 值可按公式(7-15)和(7-17)计算。在计算机程序中，光路计算统一应用空间光线公式，D_i 值已作为一个中间量算出，可直接取用。由于空气的色散为零，只需计算出透镜和其它折射光学零件的$(D-d)dn$，故计算是异常方便而省时的。通常按公式(13-15)、(7-15)和(7-17)排列成表，逐列对每块透镜作计算。请读者利用第七章的光路计算结果，计算前面一直引以举例的双胶合望远物镜的波色差，所得的结果将是 $\Sigma(D-d)dn=0.000027$。

用 $D-d$ 法计算波色差有不少好处：(1)它不象计算几何色差那样，由二个大数 L'_F 和 L'_C 相减而得，而是直接由公式计算得到，因此计算精度较高；(2)在现有光学玻璃中，折射率相同而色散不等的玻璃很多，这样，当不希望改变单色像差时，用此方法可方便的调换等折射率不等色散玻璃来校正色差，而对单色像差并无影响(这对复杂系统，特别是照相物镜等大像差系统的设计，具有重要的实用意义)；(3)如果不用挑选玻璃，而用改变曲率半径的方法校正色差也甚为方便。一般改变最后一面的半径。对一个由 N 个透镜组成的系统，若要求波色差为 W_{FC}，在求得 $N-1$ 块透镜的$(D-d)dn$ 之后，根据公式(13-15)，即可算出最后一块透镜色差，进而求出光线在最后一透镜中的光路长度 D_N，随之，光线在最后一面上的矢高 x_k 和高度 h_k 即可求出，有

$$\begin{aligned} x_k &= D_N\cos U'_{k-1}+x_{k-1}-d_N \\ h_k &= r_{k-1}\sin(U_{k-1}+I_{k-1})-D_N\sin U'_{k-1} \end{aligned} \tag{13-16}$$

然后可按式(7-17)求出最后一面的半径。因此，只需根据中间色光的边缘光线对 $N-1$ 个折射面所作的光路计算结果，就可直接求得消色差的最后一面的半径。在光学系统尚有微量的色差需要校正时，这是常用的方法。

$(D-d)$法也能方便地用来表征二级光谱。如系统已对 F 光和 C 光校正色差，即 $W_{FC}=0$，此时，对 D 线的二级光谱可表示为

$$W_{FD}=W_F-W_D=\Sigma(D-d)(n_F-n_D)=\Sigma(D-d)(n_F-n_C)P_{FD} \tag{13-17}$$

可见，在消色差的同时，只有当各块透镜具有相同的相对色散 P_{FD}才能使 $W_{FD}=0$。但前已知道，普通光学玻璃在阿贝常数值相差较大时，其相对色散是不相等的，因此总存在二级光谱。例如

前述双胶合望远物镜，已求得 $W_{FC}=0.000027$，仅 1/20 波长，可认为已校正了色差．而其二级光谱为 $W_{FD}=\Sigma(D-d)(n_F-n_D)=0.000275$。即 F 光和 D 光的波面之间，有半个波长的光程差，已是相当可观的了。这表明，光学系统，特别是长焦距大相对孔径的光学系统，当成像要求很高时，二级光谱是其主要的限制因素。

§13-6 球色差、几何色差与波色差的关系

当光学系统使二色波面在边缘带相交即对边缘孔径校正波色差时，由于二色波面对参考球面的偏离程度不同，在中间各带仍会有剩余的波色差存在。这是由于各色光线的球差各不相同而引起的，故称之为球色差。按几何像差的观点，球差随色光的变化，使得二种色光在某一带上校正了色差后，其它带上定有剩余色差。剩余色差的大小，标志着球色差的大小。前已指出，光学系统应对 0.707 带校正几何色差，这与对边缘带校正波色差是一致的。这是因为绝大部分系统，几何色差可认为是与孔径的平方成比例(式(11-3))，如果以孔径的平方为纵坐标轴作色差曲线，则所得为一直线，如图 13-8 所示。它对纵轴所围面积的一半就是波色差。对0.707带消几何色差时，正好使边缘带的波色差为零。之所以要对边缘带消波色差，或对 0.707 带消几何色差，是因为这样正好能使最大的波色差为极小值。请读者根据波像差的观点参照图 13-8 作出分析。

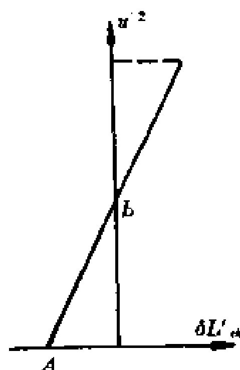


图 13-8

光学系统的球色差也可用 $D-d$ 法来粗略表达，可以各透镜的二个带上所产生的波色差之比 C_{S1}表示，即

$$C_{S1}=\frac{W_m}{W_{0.707}}=\frac{D_m-d}{D_{0.707}-d}$$

显然，若各透镜的这一比值为常量，应无球色差产生。$D-d$ 之值主要取决于折射面的矢高 x，而 x 值又随 PA 而定。因此，球色差可归结为由于各折射面上的 PA_m 和 $PA_{0.707}$值之比不等所致。这与折射面的相对孔径有关，相对孔径越大，比值也越大。另外，半径与截距同号的面上，比值要较异号的面上为小。据此可对光学系统产生球色差的形势有个粗略的判断。

§13-7 光学系统的像差容限

光学系统不可能把像差校正得尽善尽美。多大的像差能被认为是允许的？这是一个很重要的问题，也是一个甚为复杂、并且还不能认为已被解决了的问题。原因是光学系统的像差容限不仅与像质评价方法有关，还随系统的使用条件、使用要求和接收器性能等的不同而不同。而诸多像质评价方法之间虽然有直接或间接的联系，但它们各有其局限性，不能用任一种方法来评价各种光学系统。而且有些方法数学推演繁复，计算困难，实际上也很难从像质判据直接得出像差容限。

由于波像差与几何像差之间有着较为方便和直接的联系，因此，以最大波像差为评价依据的瑞利判断是一种方便而实用的像质评价方法。利用它可由波像差的允许值得出几何像差的容限。但它只适用于评价望远镜和显微镜物镜等小像差系统。这类系统是一种视场很小而孔径较大或很大的系统，应该保证轴上点和近轴点有很好的像质。所以须校正好球差、色差和近轴彗差，使最大波像差不大于 1/4 波长，符合瑞利判断的要求。

对于球差，利用第一节已得到的公式，可直接得出容限计算式。这里有二种情况：

1. 系统仅有初级球差

所产生的最大波像差(经 $1/2\delta L_m'$ 离焦后)由公式(13-6)决定。令其小于或等于 1/4 波长，即可得边光球差的容限公式为

$$\delta L'_m \leqslant \frac{4\lambda}{n' u'^2_m} = 4 \text{ 倍焦深}$$

上式的严格表示应为

$$\delta L'_m \leqslant \frac{4\lambda}{n' \sin^2 U'_m} \tag{13-18}$$

2. 系统同时具有初级和二级球差

在对边光校正好球差后，0.707 带的光线具有最大的剩余球差。作 $3\delta L'_{0.707}/4$ 的轴向离焦后，系统的最大波像差由公式(13-5)决定，令其小于等于 1/4 波长，则可得 $\delta L_m'=0$ 时的带光球差容限为

$$\delta L'_{0.707} \leqslant 6 \text{ 倍焦深}$$

或

$$\delta L'_{0.707} \leqslant \frac{6\lambda}{n' \sin^2 U'_m} \tag{13-19}$$

实际上，边光的球差未必正好校正到零，需控制在焦深范围内。故此时边光球差的容限为 1 倍焦深。

类似于球差，其他像差的容限为：

弧矢彗差 $K_s \leqslant \dfrac{\lambda}{2n' \sin U'_m}$ (13-20)

正弦差 $OSC \leqslant \dfrac{\lambda}{2n' y'_0 \sin U'_m}$ (13-21)

波色差 $W_{FC} \leqslant \dfrac{1}{4}\lambda \sim \dfrac{1}{2}\lambda$

有时，正弦差以 0.00025～0.0025 为其容限。

显微镜和望远镜的目镜是小孔径大视场系统，应考虑轴外像差的校正，有关像差的容限为

弧矢彗差 K_s 同公式(13-20)

像散 $\triangle x' \leqslant \dfrac{\lambda}{n' \sin^2 U'_m}$

像面弯曲 x_t' 和 x_s' 在眼睛的调节范围内

畸变 $q \leqslant 5 \sim 10\%$

倍率色差 以角度计小于 $2' \sim 4'$

(13-22)

照相物镜是大孔径大视场系统，应校正全部像差。但其接收器即感光胶片有一定的粒度，因此物镜本身无需达到很高的像质要求，可认为是一种大像差系统。它所具有的各种像差的剩余值，要超出瑞利极限好多倍，自然不能用瑞利判断来评价其像质。对于大像差系统，一般用像点的弥散斑来直接评定(对应的评价方法为点列图)，若弥散斑直径在 0.03～0.1 毫米以内，就可认为是满意的。畸变则以观察者感觉不出像的明显变形为限，一般可允许 2%～4%。

习 题

1. 对第八章习题第 1 题中已求出球差展开式的光学系统，要求：(1)以计算方法和图形积分方法求其波像差；(2)画出波像差曲线；(3)求出最佳焦点位置以及以此点为参考点时的波差

值，并画出波像差曲线；(4)求最大的波像差值及其所在的环带。

2. 对第七章习题第4题中的平凸透镜，根据其 $h=12.5\text{mm}$ 的边缘光线和近轴光线的光路追迹求得的边光球差(假定只有初级球差)，用对球差曲线图形积分的方法求其波像差，画出波像差曲线，确定最佳焦点位置，以及以该焦点为参考点时的最大波像差。

3. 对单透镜，若最大波像差小于 $\lambda/4$，或边光球差小于4倍焦深时，依然能对单色光良好成像。试对上题的单透镜(已知 $D/f'=1:4$)计算其球差容限。实际上，其球差大大超过此容限值。为使其最大的波像差小于等于1/4波长($\lambda=0.000555\text{mm}$)，必须将其相对孔径降低以减小其球差值。试求相对孔径降到多少时，可使球差减小到正好为4倍焦深？

4. 利用第七章习题第4题对平凸透镜追迹的边光光路，用 $D-d$ 方法计算其波色差(已知该透镜所用 $K9$ 玻璃的平均色散 $dn=n_F-n_C=0.00806$)，再从第十一章第1题中对同一透镜所求得的色差曲线，以图形积分的方法求其波色差，并比较二者的结果。

5. 根据上一章习题第3题对某一光学系统所计算并画得的子午像差特性曲线，如果用离焦方法(包括轴向离焦和垂轴离焦)来改善轴外点的成像质量，应向什么方向、大致离焦多少数值？

第三部分　光学设计

光学仪器的基本功能是借助于光学原理，通过光学系统来实现的。光学系统的优劣直接影响仪器的性能和质量，因此，光学系统设计是光学仪器设计和制造过程中的重要一环。

本部分的目的是使读者获得光学设计所需要的基本理论和知识，并通过必要的设计实践以掌握光学设计的初步能力。

光学设计工作大体上可分四个阶段：根据仪器的技术参数和要求，考虑和拟定光学系统的整体方案，并计算其中各个具有独立功能的组成部分的高斯光学参数；选择各组成部分的结构型式，并查取或计算其初始结构参数；逐次修改结构参数，使像差得到最佳的校正和平衡；对设计结果进行评价。各个阶段性工作之间有着密切的联系，前期工作的合理与否会影响到后期工作能否顺利进行，甚至会决定设计工作能否成功。

光学系统的整体方案可以有很大的灵活性和多样性，应该力求在满足仪器的性能要求的前提下，寻求一个简单易行、便于装调和经济合理的最佳方案。相应地，系统各组成部分的光学性能参数也应根据整体要求定得恰如其分。

选择结构型式是光学设计中的重要一步，可能导致设计的成败。现在，各种用途的光学镜头已积累起种类甚多的结构型式，它们有各自的像差特征和在保证像质时可能达到的相对孔径和视场，有些型式还能在工作距离或镜筒长度等参数方面达到其特殊要求。因此，基于对已有结构型式基本特征的全面了解，有可能挑选到符合要求的型式。但应注意到，随着对镜头要求的不断提高，设计者还应不断探求和研究新的更佳结构。

镜头初始参数的获得一般采用二种方法，一是根据初级像差理论求解满足初级像差要求的解，另一种方法是在已有的设计成果中选取性能参数相当的结果作为初始参数。

像差的平衡是一项通过反复修改结构参数以逐步逼近最佳结果的工作，这在过去以人工计算光路时，工作量是很大的。计算机应用于光学设计后，先是取代了繁重的光路计算，随后又用于像差自动平衡，才根本上改变了光学设计的面貌。应用像差自动平衡方法，能充分挖掘出系统各个结构参数对像差校正的潜力，不仅极大地加快了设计进程，而且显著提高了设计质量。

在认为像差已全面校正和平衡到良好程度后，需对像质作全面评价，以决定设计结果是否已达到要求。如果没有达到要求，仍需继续做像差平衡工作；如果属于结构型式的局限或初始参数不合理，应另选结构型式或另定初始参数，并重复前面的工作。

上述光学设计的第一步工作主要以几何光学部分的内容为基础。第二步和第三步则需有较全面和坚实的像差知识。作为它们的应用，本部分还将以若干个典型光学系统与镜头为例进行设计计算。对于设计结果有多种适宜于不同类型系统的像质评价方法，将专有一章予以介绍。鉴于光学设计已普遍应用计算机，本部分还将专章讨论像差自动平衡的方法和有关问题。此外，光学系统有关结构参数的制造公差的制订也是光学设计的一件重要工作，公差给的是否恰当，对保证光学系统的质量和降低制造成本有着重要意义，限于篇幅不予写入。

最后值得指出，在光学设计过程中，必须使所设计系统在满足仪器的技术要求和达到良好像质的前提下，充分注意其经济性，包括做到结构简单合理、材料选用恰当、公差恰如其分、工艺性能良好、装配调整方便等，所有这些，都与降低成本有密切的联系。

第十四章　典型光学系统

§14-1　眼睛

眼睛作为显微镜和望远镜等目视光学仪器的接收器，它的构造及有关特性应在设计这类仪器时予以考虑。这里仅作必要的介绍，读者如需进一步了解，可参阅参考文献[8]。

一、眼睛的构造、标准眼和简约眼

人眼呈球状，直径约25毫米，右眼的内部构造如图14-1所示。眼球被一层坚韧的膜所包围，前面凸出的透明部分称角膜，其余部分称巩膜。角膜在外层 bb 处与眼皮相连。角膜后是充满折射率为1.336的透明液体的前室。前室的后壁为虹彩膜，其中央部分有一圆孔，称瞳孔，随着外界光亮程度的不同，瞳孔的直径能自主地在2～8毫米范围内变化，以调节进入眼睛的光能量。虹膜之后是水晶体，它是由多层薄膜构成的一个双凸透镜，但各层折射率不同，内层约为1.41，外层约为1.38。其前表面的曲率半径比后表面大，并且在与之相连的睫状肌的作用下，前表面的半径可本能的发生改变，使不同距离的物体都能成像在网膜上。水晶体的后面是后室，也称眼腔，内中充满折射率为1.336的胶状透明液体，称玻状液。后室的内壁与玻状液紧贴的部分是由视神经末梢组成的的膜，称为网膜，是眼睛系统所成像的接收器。它具有非常复杂的结构，共有十层。前八层对光透明但不引起刺激，第九层是感光层，布满作为感光元素的视神经细胞。第十层直接与脉络膜相连。脉络膜是网膜外面包围着的一层黑色膜，它吸收透过网膜的光线，使感光器官免受强光的过分刺激。在视神经进入眼腔处 s 点附近的网膜上，有一个椭圆形区域，这个区域内没有感光细胞，不产生视觉，称为盲斑。通常我们感觉不到盲斑的存在，是因为眼球不时在眼窝内转动之故。距盲斑中心15°30′，在太阳穴方向有一椭圆形区域 e，大小为1毫米(水平方向)×0.8毫米(垂直方向)，称为黄斑，在黄斑中心有一0.3毫米×0.2毫米的凹部，称中心凹，这里密集了大量的感光细胞，是网膜上视觉最灵敏的区域。当眼睛观察外界物体时，会本能地转动眼球，使像成在中心凹上。因而称通过眼睛节点和中心凹的直线为眼睛的视轴。

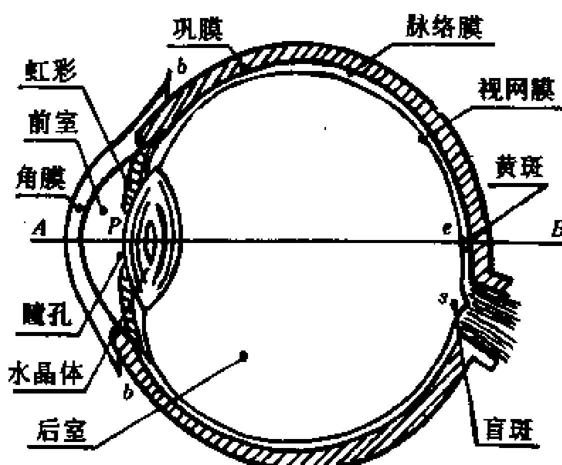


图 14-1

由上所述，整个眼睛犹似一只自动变焦和自动收缩光圈的照相机。

眼睛作为一个光学系统，其有关参数可由专门的仪器测出。根据大量的测量结果，定出了眼睛的各项光学常数，包括角膜、水状液、玻状液和水晶体的折射率、各光学表面的曲率半径、以及各有关距离。称满足这些光学常数值的眼睛为标准眼。

为了作近似计算方便，可把标准眼简化为一个折射球面的模型，称为简约眼。简约眼的有

关参数如下：

折射面的曲率半径	5.56mm
像方介质的折射率	4/3=1.333
网膜的曲率半径	9.7mm

可算得简约眼的物方焦距为－16.70毫米；像方焦距为22.26毫米；光焦度为59.88屈光度。

二、眼睛的调节和适应

水晶体在睫状肌的作用下曲率可变，使不同远近的物体精确地成像在网膜上。当肌肉收缩时，水晶体曲率变大，可看清近物；肌肉放松时，水晶体曲率减小，可看清远物。眼睛的这种本能地改变水晶体光焦度以看清不同远近物体的功能称为调节。当肌肉完全放松时，眼睛所能看清的最远的点称为远点；当肌肉收缩到最紧张状态时所能看清的最近点称为近点。分别以 p 和 r 表示近点和远点到眼睛物方主点的距离（米），则其倒数 $P=1/p$ 和 $R=1/r$ 就是近点和远点会聚度的屈光度数。两者之差以 A 表示，即

$$A=R-P \tag{14-1}$$

称为眼睛的调节范围或调节能力。

正常眼的调节范围是随年龄而变化的，随着年龄的增大，肌肉收缩功能衰退，近点逐渐移远，调节范围减小，如表14-1所列。

表14-1 正常眼在不同年龄时的调节能力和范围

年 龄	近点距 p(m)	$P=1/p$(屈光度)	远点距 r(m)	$R=1/r$(屈光度)	$A=R-P$(屈光度)
10	−0.071	−14	∞	0	14
20	−0.100	−10	∞	0	10
30	−0.143	−7	∞	0	7
40	−0.222	−4.5	∞	0	4.5
50	−0.40	−2.5	∞	0	2.5
60	−2.00	−0.5	2.0	0.5	1.00
70	1.00	1.00	0.80	1.25	0.25
80	0.40	2.50	0.40	2.5	0.00

可见，青少年时期，近点距眼睛很近，调节范围很大。但40～45岁开外，近点渐移到明视距离以外，称老性远视或老花眼。而当年龄至70岁以上时，眼睛就失去了调节能力。这里，明视距离指正常眼在正常照明（约50勒克斯）下的正常阅读距离，国际上规定为250mm。

对于正常眼，远点会聚度 $R=0$，如图14-2所示。反之，若在正常年龄之内 $R\neq0$，则称为非正常眼。远点会聚度称为眼睛的折光度，是眼睛的一项性能指标，可用折光度计来测定。

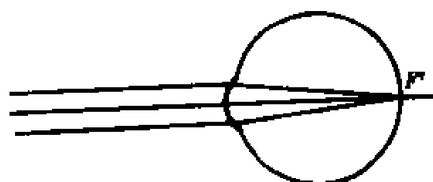


图14-2

非正常眼主要有以下四种：

(1)近视眼：远点在眼前有限远处，$R<0$，这是由于眼球偏长，像方焦点位于网膜之前所致，只有眼前有限远处的物体才能成像在网膜上。因此，须配一负光焦度的眼镜，如图14-3。

(2)远视眼：远点在眼睛之后，$R>0$。这是由于眼球偏短，像方焦点位于网膜之后所致。因此，只有会聚光束才能聚焦在网膜上，可用正透镜来矫正。请读者自行画出原理图。

(3)由于眼睛结构上的其他缺陷,如水晶体位置不正、各个折射面曲率不正常或不对称等也会使眼睛成为非正常眼,即散光眼和斜视眼。前者须用柱面透镜矫正,后者以光楔矫正。

(4)有时,眼睛可能同时存在几种缺陷,如近视散光等。

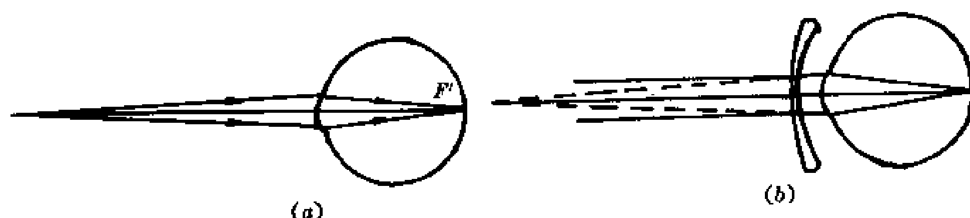


图 14-3

人眼除了能随物体距离的改变而调节水晶体的曲率外,还能在不同亮暗条件下工作。眼睛所能感受的光亮度变化范围是很大的,可达 $10^{12}:1$。这是因为眼睛对不同的亮度具有适应能力。适应有暗适应和亮适应两种,前者发生在自亮处到暗处时,后者发生在自暗处到亮处时。

亮适应或暗适应并不是即刻完成的。当人们从亮处到暗处时,瞳孔逐渐变大使进入眼睛的光量逐渐增加,暗适应逐渐完成。此时,眼睛的敏感度大大提高。在暗处逗留的时间越长,暗适应越好,对光的敏感度就越高。但经过约 50～60 分钟后,敏感度达极限值。人眼能感受到的最低照度值称为绝对暗阈值,约为 10^{-9}勒克斯。它相当于蜡烛在 30 公里远处所产生的照度。即当忽略大气的吸收和散射时,眼睛能感受到 30 公里远处的烛光。

同样,当从暗处进入亮处时,也不能立即适应,要产生眩目现象。但亮适应过程很快,几分钟即可完成。

三、眼睛的分辨率和瞄准精度

眼睛能分辨开两个很靠近的点的能力称为眼睛的分辨率。刚能分辨开的二个点对眼睛物方节点的张角称为眼睛的极限分辨角。显然,分辨率与极限分辨角成反比。

根据物理光学理论,入瞳为 D 的理想光学系统的极限分辨角为

$$\varphi=\frac{1.44\lambda}{D} \tag{14-2}$$

对 555 纳米的色光而言,若入瞳单位取毫米,将极限分辨角的单位取作秒,则有

$$\varphi''=\frac{140}{D} \tag{14-3}$$

当日间瞳孔直径为 2 毫米时,极限分辨角约为 70″。当瞳孔直径增大到 3～4 毫米时,分辨角还可小些。若瞳孔直径继续增大,则由于眼睛像差的影响,分辨角反而增大。所以一般认为眼睛的极限分辨角为 1′,对应于网膜上的大小约为 5～6 微米,这个尺寸大于视神经细胞的直径。因此,网膜的结构不会限制眼睛的分辨率。

眼睛的分辨率随被观察物体的亮度和对比度而异。当对比度一定时,亮度越大则分辨率越高;当对比度不同时,对比度越大则分辨率越高。当背景亮度增大时分辨率与对比度的这一关系十分明显。同时,照明光的光谱成分也是影响分辨率的一个重要因素。由于眼睛有较大的色差,单色光的分辨率要比白光为高,并以 555 纳米的黄光为最高。此外,网膜上的成像位置对此也有影响,当成像于黄斑处时分辨率最高。

由于分辨率的限制,当我们看很小或很远的物体时,必须借助显微镜、望远镜等光学仪器。这些目视光学仪器应具有一定的放大率,以使能被仪器分辨的物体像放大到能被眼睛分辨的程度。否则,光学仪器的分辨率就被眼睛所限制而不能充分利用。

在很多量测工作中,为了读数,常用某种标志对目标进行对准或重合,例如用一根直线去

与另一直线重合。这种重合或对准的过程称为瞄准。由于受人眼分辨率的限制，二者完全重合是不可能的。偏离于完全重合的程度称瞄准精度。它与分辨率是两个不同的概念，但互有关系。实际经验表明，瞄准精度随所选取的瞄准标志而异，最高时可达人眼分辨率的 1/5～1/10。

常用的瞄准标志和方式有二直线重合、二直线端部对准、叉丝对直线对准和双线对直线瞄准，分别如图 14-4 所示。其瞄准精度分别为 30″至 60″，10″至 20″，10″和 5″。

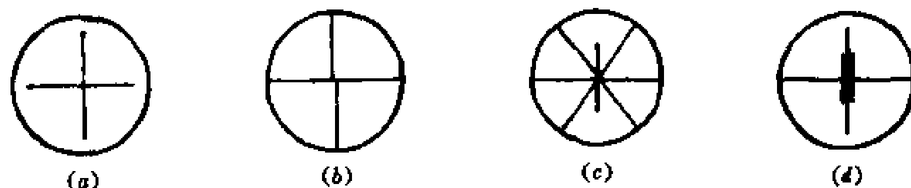


图 14-4

四、眼睛的立体视觉

眼睛观察空间物体时，能区别它们的相对远近而具有立体视觉。这种立体视觉单眼双眼都能产生，但产生的原因和效果不同。

单眼观察时，对于较近的物体，是利用眼睛的调节发生变化而产生的感觉来估计距离的，范围不大于 5 米，因看更远的物体时，水晶体的曲率已几乎不变。对于较远的熟悉物体，是利用它对眼睛的张角大小来估计远近的，而不熟悉的物体，则以与邻近的熟悉物比较来确定其相对远近。此类估计是极粗略的。

通常，人们总以双眼观物。物在两眼中各自成像，然后，两眼的视觉汇合到大脑中产生单一的印象。但物在两眼网膜上的像必须位于网膜的对应点，即相对于黄斑中心的同一侧时，才有单像的印象，这是因为两网膜上的对应点由视神经相联结，成对地将该对点上的光刺激传到大脑的缘故。若物在两网膜上的像不在对应点上，就不能合而为一而有双像的感觉。如图 14-5 所示，当两眼注视 A 点时，A 点的像 a_1 和 a_2 位于黄斑的中心，较近的 B 点在两网膜上的像 b_1 和 b_2 分别位于黄斑中心的外侧，不在对应点上，将明显地感到是双像，实际上，此时凡在角 O_1AO_2 内的点都是成双像的；反之，当注视 B 点时，会感到较远的 A 点成双像；此外，而当注视 A 点时，图中 C 点在两眼网膜上的像位于黄斑的同侧，将有单像的印象。

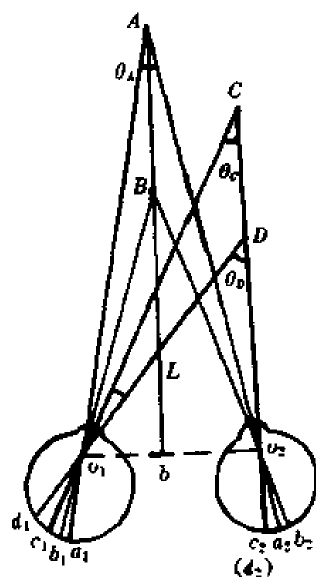


图 14-5

双眼视觉的另一特性是能估计被观察物体的距离及辨别空间物体的相对远近，这就是双眼立体视觉。

对于图 14-5 中不同远近的三个物点 A、C、D，当两眼注视点 A 时，A 在两眼网膜上的像 a_1 和 a_2 位于黄斑的中心，两视线的夹角 O_1AO_2 称为视差角，即

$$\theta_A=\frac{b}{L} \tag{14-4}$$

式中：b 为两眼节点 O_1 和 O_2 的连线长度，称为基线长度；L 为 A 到基线的距离。可见，不同远近的物体有不同的视差角。设另二点 C 和 D 位于直线 CDO_2 上，则它们在右眼中的像 c_2 和 d_2 重合，而左眼中的二个像 c_1 和 d_1 并不重合，其对节点 O_1 的张角即为 C 点和 D 点的视差角之差，即

$$\Delta\theta=\theta_D-\theta_C$$

称为立体视差。立体视差大时，表示两物体的远近相差大，眼睛极易判知。但当 $\Delta\theta$ 小到某一限度时，人眼就辨别不出与此对应的两物体的相对远近了。人眼正好能觉察的最小立体视差称为人眼的体视锐度，用 $\Delta\theta_0$ 表示。通常人眼的体视锐度为 30″～ 60″，经训练可小到 10″或 10″以下。一般以 10″作为体视锐度的极限值。

成年人的双眼基线平均长度 $b=65\text{mm}$，当 $\Delta\theta_0=10''$时，可导出双眼存在体视的距离

$$L_m=\frac{b}{\triangle\theta_0}=1350\ \text{m}$$

这里 L_m 称为体视圈半径。位于体视圈以外的物体，人眼已分辨不出远近。

能分辨出不同远近的二点间的最小距离 ΔL_0 称为体视阈值。对式(14-4)微分得

$$\Delta L_0=\frac{L^2}{b}\triangle\theta_0 \tag{14-5}$$

当 $\Delta\theta_0=10''$，$b=0.065\text{m}$ 时，得 $\Delta L_0=7.46\times10^{-4}\text{m}$。

由公式(14-5)知，观察远物时，体视阈值很大；而对近处物体，辨别其远近的能力就很强。结合公式(14-5)可以看出，如能增大基线长度 b 和减小体视锐度 $\Delta\theta_0$，体视圈半径 L_m 就可增大，体视域值 ΔL_0 就可减小，从而提高体视效果。双筒棱镜望远镜和某些军用指挥仪就是为此目的而设计的。若其放大率为 Γ，二物镜的中心距(即基线长度)为人眼的 K 倍，则根据公式易于得出，通过此类仪器来观察时，体视锐度将为 $\Delta\theta_0/\Gamma$，体视圈半径将扩大到肉眼观察时的 $K\Gamma$ 倍，而体视阈值缩小为肉眼观察时的 $K\Gamma$ 分之一，使体视效果大为提高。

§14-2 放大镜

肉眼观察时，要能看清物体的细节，该细节对眼睛的张角须大于眼睛的极限分辨角，一般不小于 1′。当物体移到眼睛的近点附近而其细节对眼睛的张角仍小于 1′时，眼睛就无法辨别它了，只能借助于放大镜或显微镜将其放大后再行观察，才能了解其细微结构。

对于目视光学仪器，其放大作用不能简单地以横向放大率来表征，而应代之以视觉放大率。因此，放大镜的放大率应该是：通过放大镜看物体时，其像对眼睛张角的正切与直接看物体时物体对眼睛张角的正切之比。如图 14-6 所示，放大镜将位于焦点以内的物 AB 在镜前明视距离处形成虚像 $A'B'$，它对眼睛张角为 W'，有

$$\text{tg}W'=\frac{y'}{-x'+a}$$

而当眼睛直接于明视距离 250mm 处观察物体时，对眼的张角为 W，有

$$\text{tg}W=\frac{y}{250}$$

以 $\text{tg}W'/\text{tg}W$ 表示放大镜的放大率 M，并以 $\beta=-x'/f'$ 代替 y'/y，得

$$M=\frac{250}{f'}\frac{x'}{x'-a} \tag{14-6}$$

由上式可见，放大镜的放大率除与焦距有关外，还与眼睛的位置有关。由于使用放大镜时，眼睛总位于像方焦点附近，a 相对于 x'是一小量，于是

$$M=\frac{250}{f'} \tag{14-7}$$

即放大镜的放大率仅由其焦距所决定。焦距越短，放大率越大。

其实，由于正常眼正好能把入射的平行光束聚焦于网膜上，因此在使用放大镜时应使物位

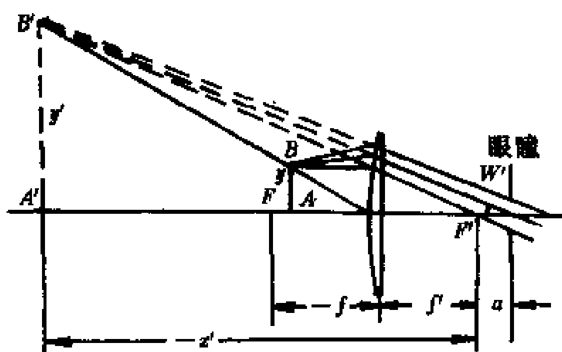


图 14-6

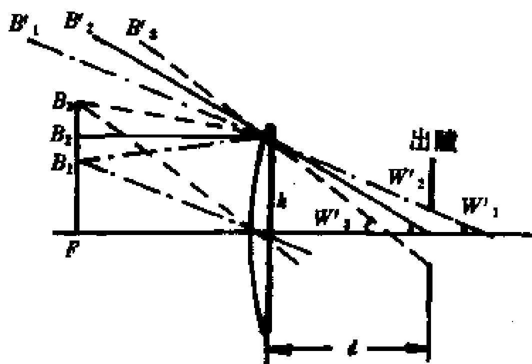


图 14-7

于物方焦面上。即有 $M=250/f'$。请读者画出此时的光路图并直接导出该式。

一般，放大镜的直径比瞳孔直径大得多，物面上各点的成像光束是被眼瞳所限制的，眼瞳是孔径光阑，也是出瞳，放大镜是渐晕光阑。由于放大镜通光口径的限制，视场外围有渐晕而无明晰的边界。图 14-7 画出了决定无渐晕成像范围的 B_1 点、50%渐晕的 B_2点和可能成像的最边缘点 B_3，对应的视场角分别为 W_1'、W_2'和 W_3'。由图可见

$$\mathrm{tg}W'_2=\frac{h}{d} \tag{14-8}$$

同理易于写出 $\mathrm{tg}W_1'$和 $\mathrm{tg}W_3'$的表达式。可见，放大镜的直径 $2h$ 越大，眼睛越靠近放大镜，可见的视场就越大。若以 50%渐晕点为界来决定线视场，可导出

$$2y=\frac{500h}{Md} \tag{14-9}$$

所以在放大镜的直径和眼瞳位置一定时，放大率越大，线视场越小。这就限制了放大镜的放大率不能做得很大，一般不超过 15 倍。

低倍放大镜仅用单块平凸透镜即可。倍率较高(5 至 10 倍)且要求有良好像质的放大镜可用双胶合镜组。高于 10 倍的放大镜一般用二块有一定间距的平凸透镜组成。

§ 14-3 显微镜

借助放大镜可用来观察不易为肉眼看清的微小物体，但如果是更微小的观察对象或其微观结构，则须依赖显微镜才能观察和分析。因此，显微镜是一种应用广泛的重要光学仪器。

一、显微镜概述

显微镜的主光学系统由物镜和目镜两部分组成，图 14-8 即为显微镜的成像原理图。位于物镜物方焦点以外与之靠近处的物体 AB，先被物镜成一放大、倒立的实像 $A'B'$于目镜的物方焦面上或之后很靠近处，然后此中间像再被目镜成一放大虚像 $A''B''$于无穷远或明视距离处，供眼睛观察。目镜的作用与放大镜一样，但它的成像光束是被物镜限制了的。相应的，眼睛就不能象使用放大镜那样自由，而必须有一个固定的观察位置。

显然，显微镜的总放大率应该是物镜放大率 M_o 和目镜放大率 M_e 的乘积。这里

$$M_o=\beta=-\frac{\triangle}{f'_o} \qquad M_e=\frac{250}{f'_e}$$

即

$$M=M_oM_e=-\frac{250\triangle}{f'_of'_e} \tag{14-10}$$

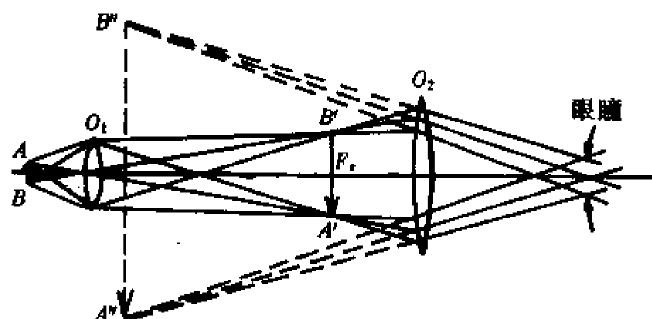


图 14-8

式中，$\triangle = F_o'F_e'$ 称为光学简长。显然，显微镜的放大率与光学简长成正比，与物镜和目镜的焦距成反比，且 $M<0$，即对物体成倒像。如果将物镜和目镜组合起来看成一个系统，则可得到与放大镜的放大率完全相同的公式，表示显微镜实质上就是一个复杂的放大镜。

显微镜的物镜和目镜各有数只组成一套。通常物镜有四只，倍率分别为 4、10、40 和 100，都装在镜筒下面的物镜转换器上，可通过旋转方便地选用。目镜通常有三只，倍率分别为 5、10 和 15，是插入式的。这样，总共可获得自低倍到高倍的 12 种倍率。

显微镜物镜和目镜的支承面之间的距离 l_m 称为显微镜的机械简长。大量生产的生物显微镜的机械简长都按标准值设计，此标准各国不同，在 160 到 190 毫米之间。我国标准为 160mm。

由于显微镜在使用过程中要经常调换物镜和目镜，它必须满足齐焦条件，即当调换物镜后，不需重新调焦就能看到物体的像。为此，不同倍率的物镜需有不同的光学简长，并在光学和机构尺寸上满足如下要求：

(1)不同倍率的物镜有相同的物像共轭距。对于生物显微镜，我国规定为 195mm。

(2)物镜的像面到镜筒的上端面，即目镜的支承面的距离固定。我国规定为 10mm。

(3)为在调换目镜后也不需重新调焦，目镜的物方焦面要与物镜的像面重合。

当然这些尺寸不可能做得很准确，但至少调换物镜后不需粗动调焦，只需微调就可以了。

还有一类称为筒长无限大的显微物镜，在现代显微镜尤其是金相显微镜中得到了广泛的应用。它的物平面恰位于物方焦面上，在像方的成像光束是平行的，由其后的一个称为镜筒透镜的辅助镜组将此平行光束会聚于目镜的物方焦面上。显然，整个物镜的倍率是镜筒透镜的焦距 f'_t 与前置物镜的焦距 f'_o 之比。镜筒透镜的焦距是固定的，只要调换不同焦距的前置物镜就能达到改变倍率的目的。这类物镜由于两镜组之间是平行光束，具有间距比较自由、装配调整方便，以及可任意加用棱镜等一系列优点。

为了避免长时间使用显微镜而导致两眼不均衡的疲劳，现代的观察显微镜多半设计成双目镜型式。此时需利用反射棱镜将物镜射出的成像光束分为两路，并应保证其具有相等的光程。此外，如使物体经显微物镜所成的像位于目镜的物方焦点之外，还可将高倍放大的实像显示在投影屏上，或将其用摄影方法记录下来。

综上所述，显微镜与放大镜相比，具有一系列优点：(1)有相当高的放大率；(2)眼睛与物体之间距离适度，便于使用；(3)通过调换物镜和目镜既方便而又迅速地改变放大率；(4)在物镜的实像平面上安置分划板后，可对被观察物体进行测量；(5)通过目镜的离焦，可把微小物体经二次放大后的实像显示出来或摄影记录下来。

二、显微镜中的孔径光阑和视场光阑

对于单组低倍显微物镜，其镜框就是孔径光阑；对于多组透镜组成的复杂物镜，或以最后

一组的透镜框作为孔径光阑，或在物镜的像方焦面上或在其附近专设孔阑。这些孔阑的位置差异相对于光学筒长△是一小量，因此孔阑被目镜所成的像，即显微镜的出射光瞳都在目镜的像方焦点之外近乎相同的地方，即距目镜像方焦点为 $x'=f_2'^2/\triangle$ 处。这正是整个显微镜的像方焦面位置。所以，在观察时眼瞳能与出瞳重合，且在更换物镜时不需改变眼瞳的位置。

图 14-9 所示是显微镜像方的成像光束，据此易于求出出瞳的大小，即

$$a'=x'\mathrm{tg}U'\approx x'\sin U'$$

利用正弦条件 $n'y'\sin U'=ny\sin U$ 和横向放大率 β 的表示式，又考虑到 $n'=1$，可导出

$$a'=-f'n\sin U=-f'A \tag{14-11}$$

式中，$A=n\sin U$ 称为显微镜物镜的数值孔径，是显微镜的一个重要性能参数。引入显微镜的放大率，可得

图 14-9

$$a'=250\frac{A}{M} \tag{14-12}$$

可见，显微镜的出瞳主要被其焦距或放大率所决定。高倍率时出瞳是很小的。例如，用 40 倍物镜（$A=0.65$）和 15 倍目镜获得 600 倍总倍率时，出瞳直径仅为 0.54mm。

在显微镜中间实像平面上有专设的视场光阑，其大小是物面上的可见范围（线视场）与物镜放大率的乘积。因此，高倍物镜只能看到物面上很小的范围，低倍物镜才有较大的视场。早期的显微镜，视阑直径只有 14 至 15mm，相当于线视场只有物镜焦距的 1/15，而能给出满意像质的范围仅 $f_o'/20$。但随着光学设计和制造工艺水平的提高，特别是光学新材料的发展，现代显微镜的视场有了成倍的增大，质量也有所改善，能更好地适应科学技术研究的需要。

三、显微镜的景深

当显微镜调焦于物面即对准平面时，如果位于其前和后的物面仍能被看清的话，则该二平面之间的距离称为显微镜的景深。

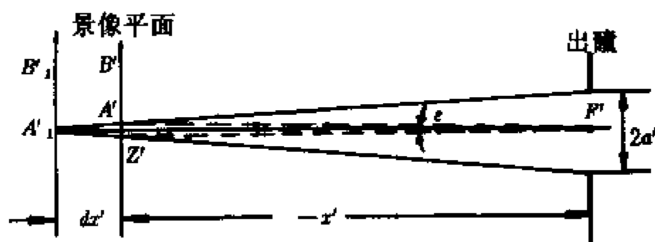


图 14-10

图 14-10 中，$A'B'$ 是对准平面被显微镜所成的像，即景像平面，$A'_1B'_1$ 是对准平面之前的物平面的像，与景像平面相距 dx'。设显微镜的出瞳与像方焦面重合，则 A_1' 点的成像光束被景像平面截得一弥散圆，其直径 Z' 由下式决定：

$$\frac{Z'}{2a'}=\frac{dx'}{-x'+dx'}$$

若弥散圆对出瞳中心的张角不大于眼睛的极限分辨角 ε，眼睛看它时犹似点像。此时 $2dx'$ 就是像方能同时看清景像平面前后二像平面间的深度。考虑到 $dx'<<|x'|$，可导出 $2dx'$ 的表达式；再利用轴向放大率 $\alpha=n'\beta^2/n$ 将此换算到物方，可得

$$2dx=\frac{nf'^2\varepsilon}{a'} \tag{14-13}$$

根据公式(14-12)和 $M=250/f'$，上式还可表示为

$$2dx=\frac{250n\varepsilon}{M\cdot A} \tag{14-14}$$

可见，显微镜的倍率越高，物镜的数值孔径越大，景深就越小。

以上讨论的仅是显微镜本身的景深，没有考虑到眼睛的调节。由于眼睛能在近点和远点间自行调节，故景深将有所扩大。若在像空间中，近点和远点到眼瞳所在的出瞳面的距离为 p' 和 r'，根据出瞳与显微镜的像方焦点重合可导出与此对应的物空间距离 p 和 r，两者之差即为眼睛通过显微镜观察时的调节范围，有

$$r-p=-nf'^2\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{p'}\right) \tag{14-15}$$

当 r' 和 p' 以米为单位时，括号内的值就是眼睛的调节范围 A，单位是屈光度，即

$$r-p=-0.001f'^2n\bar{A} \tag{14-16}$$

根据上述公式，若有 $A=0.65$，$n=1$ 的 40 倍物镜分别与 5 倍、10 倍和 15 倍的目镜配用时，设极限分辨角为 2′，即 $\varepsilon=0.00058$，该显微镜由一 30 岁的中年人使用，调节范围约为 7 屈光度，分别求出显微镜本身的景深和眼睛的调节深度为

放大率 M(倍数)	200	400	600
景深 $2dx$(mm)	0.00112	0.00056	0.00037
调节范围 $r-p$(mm)	0.0109	0.0027	0.0012

显微镜的景深应该是以上二个数值 $2dx$ 和 $r-p$ 之和，是相当小的。显微镜是通过对整个镜筒的调焦来看清被观察物体的，要调到这样小的范围内，必须要有精密的微调机构才行。

四、显微镜的分辨率和有效放大率

由于衍射现象的存在，即使是理想光学系统对一个几何点成像时，也只能得到一个具有一定能量分布的衍射图形。按瑞利判据，一个点的衍射像中心正好与另一点的衍射像的第一暗环重合时，是光学系统刚好能分辨开这二点的最小界限。从波动光学原理可知，自身发光的点被理想系统所成的衍射像，其第一暗环半径对出瞳中心所张的角度，即正好能被此系统分辨得开的二个点的极限分辨角 φ，φ 由(14-2)式决定，即 $\varphi=1.22\lambda/D$。D 为系统入瞳直径。该式虽得自远场衍射，但在物距与光瞳直径相比大得多时也能适用。显微物镜的像空间是符合此条件的。

显微镜的分辨率以物面上能被物镜分辨开的二点之间的最小距离表示。如图 14-11 所示，对应的两像点之间的距离 σ' 应等于其中任一个衍射斑的第一暗环的半径，再考虑到像方孔径角很小，有

$$\sigma'=\varphi\cdot P'A'=\frac{0.61\lambda}{\mathrm{tg}U'}=\frac{0.61\lambda}{\sin U'}$$

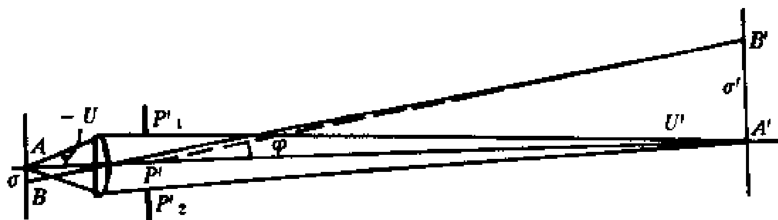


图 14-11

由于显微物镜总满足正弦条件 $n'\sigma'\sin U'=n\sigma\sin U$，且 $n'=1$，故可得最小分辨距为

$$\sigma=\frac{0.61\lambda}{n\sin U}=\frac{0.61\lambda}{A} \tag{14-17}$$

须指出，据以导出此式的基本公式(14-2)只对两个非相干的自身发光点是正确的。但在显微镜中，被观察物体系被其他光源所照明，使物面上相邻各点的的光振动是部分相干的，受此影响，公式(14-17)中的数字因子将略有不同。根据参考文献[1]，该数值因子将在0.57至0.83范围内变化。根据阿贝研究，在对物体作斜照明时，最小分辨距为

$$\sigma=\frac{0.5\lambda}{n\sin U} \tag{14-18}$$

从以上讨论可见，显微镜的分辨率，对于一定波长的色光，在像差校正良好的情况下，完全被物镜的数值孔径所决定。数值孔径越大，分辨率越高。这就是显微物镜为什么要有尽可能大的数值孔径的原因。当显微镜物方介质为空气时，物镜的极限数值孔径为1，一般最大只能做到0.9左右。在物与大数值孔径物镜之间浸以液体，可提高数值孔径。常用的液体有折射率为1.5左右的香柏油和某些更高折射率的液体，后者可使数值孔径达到1.5。由于数值孔径只能在1左右变动，光学显微镜的极限分辨距与所用色光的波长同一数量级。

浸液物镜需要把浸液作为物方介质来专门设计。

为充分利用物镜的分辨率，使已被物镜所分辨的物体细节能被眼睛看清，显微镜必须有恰当的放大率，以便把细节放大到足够使人眼能分辨的程度。分别取2′和4′为人眼分辨角的下限和上限，则人眼在明视距离处能分辨开二点的间距即为σ被显微镜放大以后的像，有

$$250\times2\times0.00029<\frac{0.5\lambda}{A}M<250\times4\times0.00029$$

对于目视光学仪器，主色光的波长为0.00055，则

$$500A<M<1000A \tag{14-19}$$

满足此公式的放大率称为显微镜的有效放大率。可见，该有效放大率被物镜的数值孔径所决定，即数值孔径须与放大率相匹配。由于浸液物镜的最大数值孔径可达1.5，故光学显微镜所能达到的最高有效倍率为1500倍。不考虑数值孔径而盲目加大物镜或目镜的倍率是无效放大，不但没有好处，反而会因对物体的细节的不真实反映而造成判别的错误。

五、显微镜的物镜

物镜是显微镜光学系统的主要组成部分，其主要性能参数是数值孔径和倍率。为了分辨物体的细微结构并确保最佳成像质量，除一定要在设计该物镜时所规定的机械筒长下使用外，还应有尽可能大的数值孔径，且其放大率须与数值孔径相适应。就生物显微镜的物镜系列而言，大致选取为：

放大率(倍)	100	60	40	10
数值孔径	1.25～1.5	0.80～0.85	0.65	0.25

生物显微镜的观察标本是极薄的物体切片，夹在二玻璃片之间。承载标本的玻片较厚，称载玻片。覆盖标本的玻片较薄，称盖玻片。盖玻片的厚度(常用的为0.17mm)必须严格控制，使其产生的像差与设计值相符。

为使显微镜能在最适条件下使用，上述物镜参数需要在物镜的外壳上标明，如图14-12所示。图(a)表示放大率为M_o为40倍，数值孔径A为0.65，机械筒长为160，盖玻片厚度为0.17。图(b)表示$M_o=10$，$A=0.25$，并为不需要盖

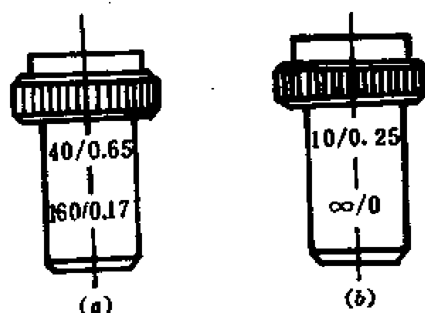


图14-12

玻片的无限筒长物镜，应用于金相显微镜中。

显微物镜在提高其数值孔径时，首先碰到的是校正高级像差的困难，结构简单的物镜无法解决这一问题。这就决定了显微物镜将有相当复杂的结构型式。

显微物镜有折射式、反射式和折反射式三类，但绝大多数实用的物镜是折射式的。折射式显微物镜又可根据质量要求的不同而有不同的类型。

1. 消色差物镜

这是应用最广泛的一类物镜，一般只要对轴上点校正好色差和球差，并使之满足正弦条件而达到对近轴点消彗差即可，因此只能用于中低档的普及型显微镜中作一般观察之用。下面几种典型的消色差物镜，由于其结构型式有利于带球差的校正，仍为人们所广泛采用。

(1)单组双胶合低倍物镜　见图 14-13，这是可能实现上述像差要求的最简单结构，能承担的最大相对孔径为 1∶3，因此数值孔径只能达 0.1～0.15，相应的倍率为 3～6 倍。

(2)Lister 型中倍物镜　如图 14-14 所示，由二组双胶合镜组组成。它能达到的数值孔径为单组的二倍，即 0.2～0.3，相应的倍率为 8～20 倍。它是更复杂的其他型式物镜的基础。

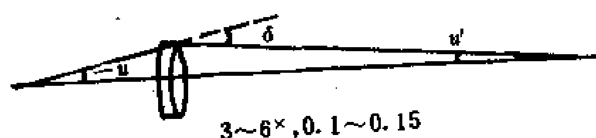


图 14-13

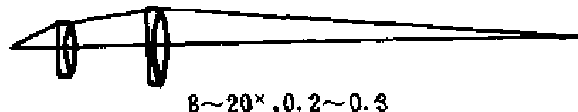


图 14-14

(3)Amici 型高倍物镜　这种物镜可看成是在里斯特物镜之前加一半球形透镜而成，如图 14-15 所示。该半球透镜称为前片，一般其第一面是平面，第二面是齐明面。当前片的折射率满足 $n \geq 1.5$ 时，阿米西型物镜能达到的数值孔径为 0.65，相应的倍率为 40。

(4)Abbe 浸液物镜　数值孔径大于 0.90 时，采用干物镜已不合适，通常都用浸液物镜。阿贝浸液物镜的结构如图 14-16 所示，相当于在阿米西物镜的前片与中组之间加一弯月形正透镜，其数值孔径可达 1.25～1.35，用高折射率的浸液时可达 1.5，相应的倍率为 100。

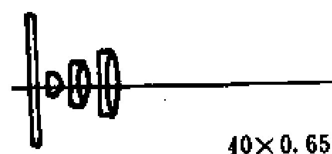


图 14-15

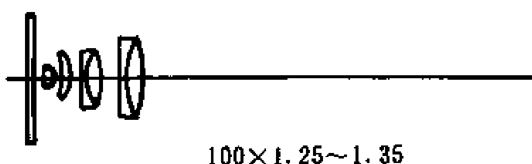


图 14-16

浸液物镜的第一块透镜是超半球的，应选用折射率与浸液相同或略高的玻璃。这样第一面通常是平面，不产生像差；第二面是齐明面，也不产生像差。物镜的第三面应在平面和大的负球面之间选取，第四面为齐明面。

设计阿米西物镜和阿贝浸液物镜时，由于数值孔径大，一定要把盖玻片考虑在内。

消色差物镜存在着二级光谱，且由于匹兹凡和不能校正，存在着较大的像面弯曲，因而这类物镜的视场较小，不能满足研究工作和显微摄影的质量要求。

2. 复消色差物镜

这种物镜是在消色差物镜的基础上，再对二级光谱和色球差作严格的校正而成，因此在小视场范围内有极高的成像质量。为校正二级光谱，部分透镜需要采用特殊色散的光学材料，如萤石(CaF2)或特种光学玻璃。这些材料的折射率均很低，又要校正色球差，故复消色差物镜的

结构要较消色差物镜复杂得多。图 14-17 为一数值孔径为 1.25 的 100 倍复消色差物镜，其中阴影部分是萤石透镜。由于这种物镜倍率色差较大，需与相应的补偿目镜配合使用。

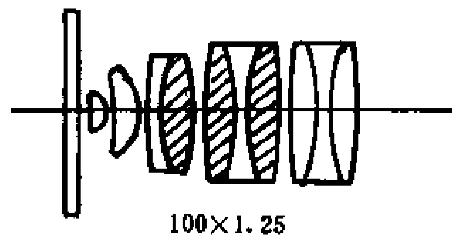


图 14-17

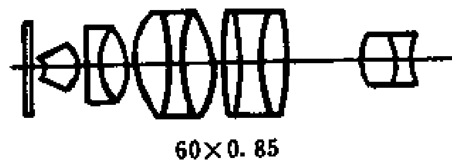


图 14-18

3. 平场消色差物镜和平场复消色差物镜

由于复消色差物镜仍然具有较大的像面弯曲，不能在平的接收面上给出整个视场的清晰像，为作显微投影或显微摄影，最好应用平场物镜。这种物镜的主要问题是设法减小或校正匹兹凡和，办法是在系统中加入弯月形厚透镜或正负光焦度分离的薄透镜成分，或二者兼用，因此必然导致结构的复杂化。图 14-18 所示为一数值孔径为 0.85 的 60 倍平场消色差物镜。

在消色差物镜的基础上，同时对二级光谱和色球差、像散和场曲作严格校正，即得到平场复消色差物镜。它在较大视场范围内有极高的成像质量，都配用于大型研究用显微镜中。它结构极为复杂，设计、工艺、装校检测上都甚为困难，因此价格十分昂贵。图 14-19 所示为一数值孔径为 1.4 的 100 倍平场复消色差物镜的例子，其中阴影部分为萤石透镜。

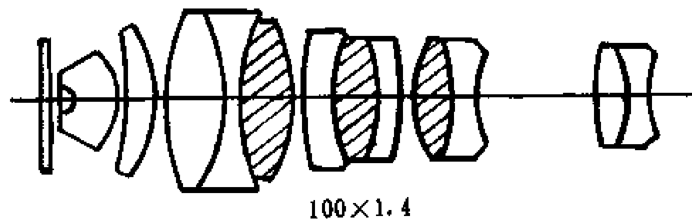


图 14-19

近二十年来，随着光学设计和工艺水平的提高，新的高折射率和特殊色散玻璃的推出，现代显微物镜的质量不断提高，品种也有所增加，视场也有明显扩大，还推出了同时消倍率色差的平场复消色差物镜系列(CF 系统)，标志着显微物镜发展的最高水平。

至此，折射式物镜结构已极度复杂，而要增大工作距离和扩展使用波段就更难以解决了。但是，反射式物镜和折反射式物镜，则可用简单的结构达到要求。

反射式物镜不产生色差，可使用在很宽的波段内，且有相当大的工作距离。如图 14-20 所示的同心双球面系统，数值孔径可做到 0.5，常用作紫外光显微物镜。

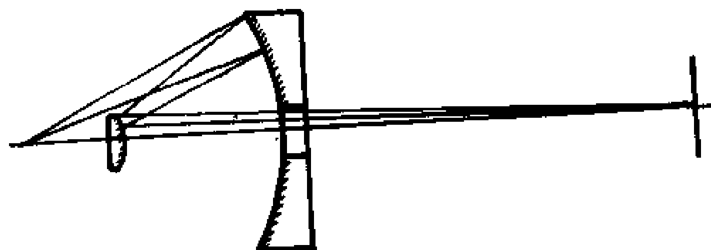


图 14-20

在反射式系统之前加一半球透镜，所得到的折反射物镜将达到更大的数值孔径。当它用于浸液时，数据孔径可达 1.25。若其中的折射透镜采用对紫外光透明的材料，也能用于紫外。

反射式和折反射式物镜由于中心遮拦的存在，导致衍射图形的中央亮斑能量下降，像的对比度降低，因此只适于对高对比物体的成像。此外，反射面的加工要求高，物镜装调、防止杂光和保持稳定性等也较困难，因此这类物镜未能普遍采用。

六、显微镜的目镜

显微镜中目镜的作用相当于放大镜，对于正常视力的观察者，物镜的像应与目镜的物方焦面重合。前面我们知道，目镜的出瞳总在其像方焦点之外与之很靠近的地方，它与目镜最后一面的距离称镜目距，它是目镜的一个性能参数。为使眼瞳能与出瞳重合，镜目距不应小于 6～8mm。各种型式的目镜镜目距相对于焦距有比较一定的值，决定了可能应用的最高倍率。

在目镜的物方焦面上设置视场光阑，它到目镜第一面的距离称目镜的工作距离，不能太短。尤其在测量用显微镜中，此距离应保证近视眼观察时不能因目镜调焦而碰到分划板。由于物镜的高倍放大，目镜只承担很小的光束孔径角，但视场相对较大，因此显微镜目镜属短焦距的小孔径大视场系统，设计时首先应考虑轴外像差，主要是倍率色差、彗差和像散的校正。

1、惠更斯目镜

这是观察用生物显微镜中普遍应用的目镜，由二块平面朝向眼睛的平凸透镜相隔一定距离组成，如图 14-21 所示。朝向物镜的那块透镜叫场镜，朝向眼睛的那块透镜叫接目镜。场镜的作用是使由物镜射来的轴外光束折向接目镜，以减小接目镜的口径，也有利于轴外像差的校正。

通常惠更斯目镜的二块透镜采用同种玻璃，按校正倍率色差的要求，有 $d=(f'_1+f'_2)/2$，其中场镜的焦距总大于间隔 d，因此其物方焦点位于二透镜之间，应在此位置设置视场光阑。由于此视阑只通过接目镜被眼睛所观察，不能在其上设置分划板，故此种目镜不宜在量测显微镜中应用。

惠更斯目镜的镜目距约为焦距的 1/3，因此其焦距不能小于 15 毫米。

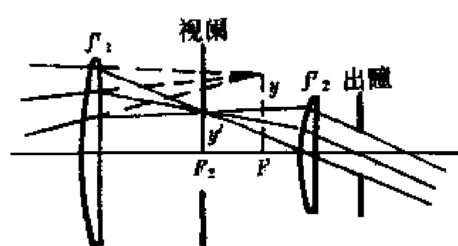


图 14-21

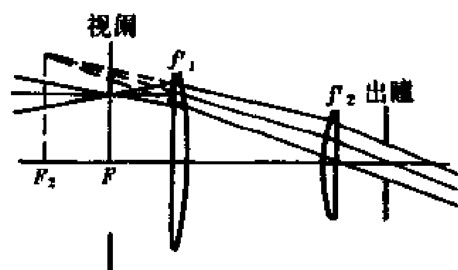


图 14-22

2、冉斯登目镜 这种目镜由二块凸面相对的平凸透镜组成，如图 14-22 所示。其间隔小于场镜和接目镜的焦距，且这两个焦距也不相等。这样使目镜的物方焦点位于场镜之外，可设置分划板；镜目距也可有所增大，使之能用于量测显微镜中。

与惠更斯目镜相比，冉斯登目镜的物方焦面到接目镜的距离要长一些，应用时显微镜的镜筒长度要明显增长，故不宜用于只作观察的生物显微镜中。在像差校正方面，由于这种结构对彗差和像散的校正条件比惠更斯目镜有利得多，因此除了倍率色差外、所有其他的像差都要比惠更斯目镜小。请读者分析其原因。

3.补偿目镜

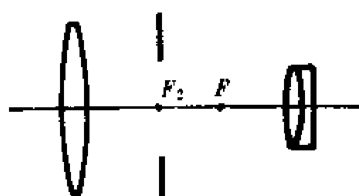


图 14-23

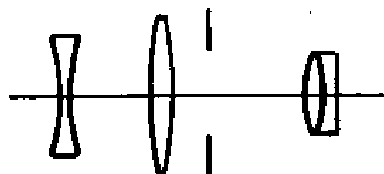


图 14-24

这种目镜用于和具有残余倍率色差的复消色差物镜匹配使用，其结构型式如图 14-23 所示。它相当于把惠更斯目镜中的单片接目镜改为双胶合镜组而得，可利用控制该组的色差而使整个目镜产生定量的倍率色差。

4. 平场目镜

这种目镜与平场物镜一起使用，一般的结构如图 14-24 所示。请读者考虑它改善像面弯曲的机理。

关于显微镜系统的详细设计方法，请参阅参考文献[8]、[9]和[10]。

七、显微镜的照明系统

照明系统是显微镜中不可缺少的组成部分，根据被观察物体的不同，主要有以下三类：

1. 用透射光照明透明标本的照明系统

在生物显微镜中，被观察物体系透明标本，必须具备这种照明系统。可以有两种方法：

(1)临界照明　这是把光源通过照明系统或聚光镜成像于物面上的照明方法，如图 14-25 所示。此时，聚光镜的像方孔径角必须与物镜的物方孔径角相匹配，为此在聚光镜的物方焦面上或附近设置可变光阑。于是照明系统的出瞳正好与物镜的入瞳大致重合。临界照明的缺点是当光源的亮度不均匀或呈现明显的灯丝结构时，将会反映到物面上而影响观察效果。

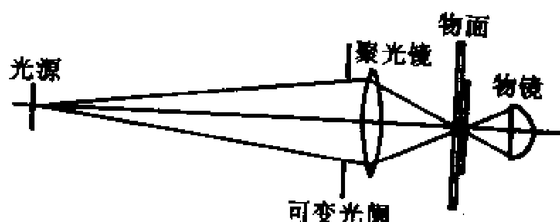


图 14-25

(2)柯拉照明　这是一种把光源像成在物镜入瞳面上的照明方法。它没有临界照明那种缺点，整个系统如图 14-26 所示。光源发出的光先经一个前置透镜 L 成像于聚光镜前的可变光阑 J_2 上，聚光镜再将此光源像成在物镜的入瞳面上。在前置透镜后紧靠透镜处设置另一可变光阑 J_1，它被照明后具有均匀的亮度，并被聚光镜成像于物面上，使物面也得到均匀照明。调节光阑 J_2，可以使照明系统与不同数值孔径的物镜相匹配；调节光阑 J_1，可改变物面上的照明范围。

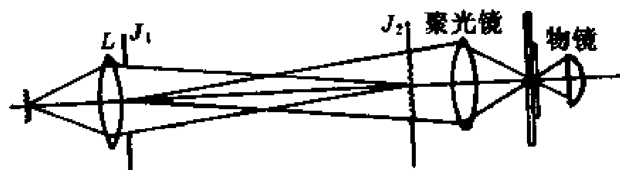


图 14-26

照明系统中的聚光镜有多种型式。对于小数值孔径的低倍物镜，仅应用显微镜中所装有的单块凹面镜即可，光源可以是天空光。适用于大数值孔径的物镜，有二片式和三片式聚光镜，如图 14-27 所示。前者的数值孔径可达 0.65，后者可达 0.85，油浸时可达 1.3。这类由单片球面

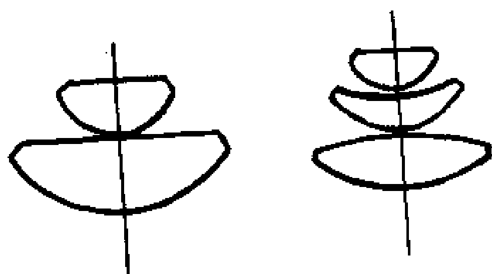


图 14-27

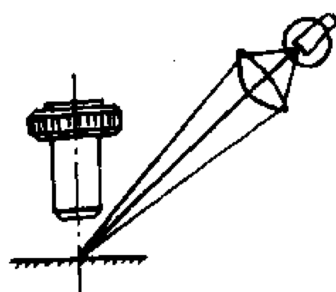


图 14-28

透镜组成的聚光镜只适用于照明要求不高的场合。若照明要求较高，应配用齐明聚光镜，其结构型式与阿米西物镜和阿贝浸液物镜相同，只是参数不同而已。

2. 非透明物体的照明系统

观察非透明物体时，光必须从侧面或正面来照明它。

当物镜倍率不高而工作距离较大时，可按如图 14-28 所示方式从侧面对物体进行照明。此时规则反射的光线不能进入物镜，进入物镜成像的仅为从物体表面散射的光线。

照明非透明物体最常用的方法是正向照明，把显微物镜同时作为聚光镜来用，有如图 14-29 和图 14-30 所示的两种方法，读者易于看出，前者相当于临界照明，后者相当于柯拉照明。

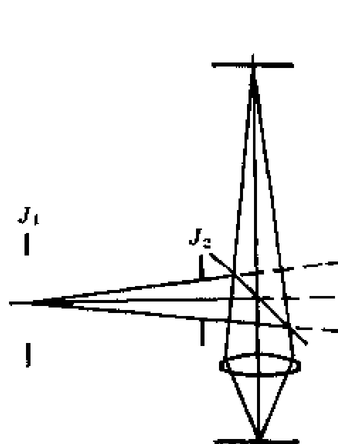


图 14-29

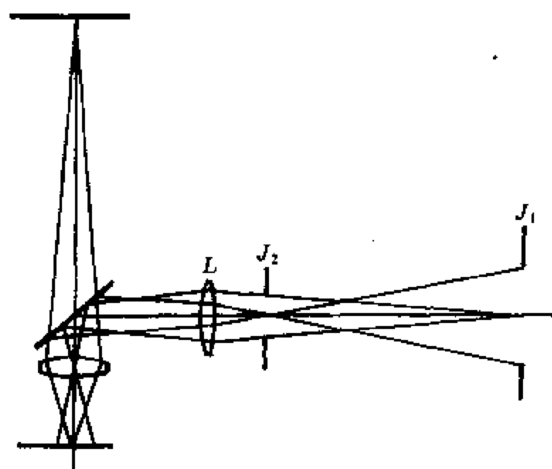


图 14-30

3. 用暗视场观察微小质点的照明方法

用暗视场方法可观察到超显微质点，即小于显微镜分辨极限的质点。图 14-31 所示即为一种暗视场照明系统，它是在普通的三透镜聚光镜下安置一个环形光阑所成的系统。在聚光镜与标本之间应滴以油，而盖玻片与物镜之间是干的。于是经聚光镜会聚的环形光束在盖玻片内全反射，能进入物镜的只是由微粒散射的光束，因此能在暗的视场背景上看到亮的微粒的像。这种用环形光束获得暗场观察的方法只适用于小数值孔径的物镜。若要在大数值孔径物镜中获得暗视场，需应用专门的暗视场聚光镜。读者可参阅参考文献[2]和[10]。

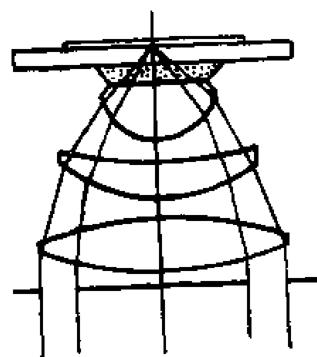


图 14-31

§ 14-4 望远镜系统

望远镜是一种用于观察远距离物体的目视光学仪器，能把物方很小的物体张角按一定的倍率放大，使之在像空间具有较大的张角，使本来无法由肉眼看清或分辨的物体变得清楚可见或明晰可辨。所以，望远镜是天文观察和天体测量中不缺少的工具，在军事上指挥、观察、瞄准和测距等方面无不需要，在大地测量和一些其它光学仪器中也大量地应用望远镜系统。

一、望远镜系统的一般特性

望远镜系统是一种使入射的平行光束仍保持平行射出的光学系统。据此，最简单的望远镜系统须由二个光组组成，前一光组的像方焦点与后一光组的物方焦点重合，即光学间隔$\Delta=0$。图 14-32 所示是可能实现望远镜系统的二种情况。光组 L_1 朝向物体，称望远镜的物镜；另一个光组 L_2 称目镜。图(a)所示系统具有正光焦度目镜，称为开普勒望远镜。图(b)所示系统具有负光焦度目镜，称为伽利略望远镜。实际应用的几乎都是开普勒望远镜。

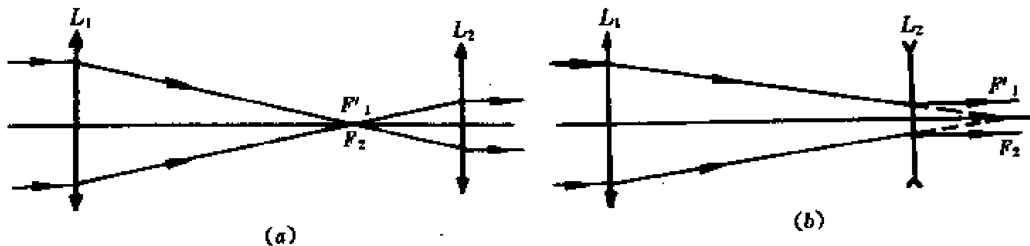


图 14-32

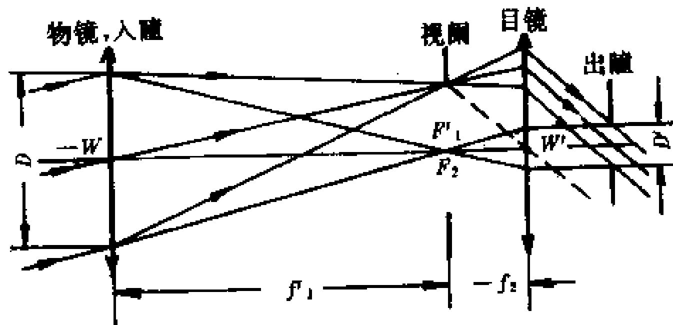


图 14-33

图 14-33 画出了光束经开普勒望远镜时的光路，这里物镜和目镜均以单薄透镜表示。通常在中间实像面上设置视场光阑。在仅由物镜和目镜组成的简单望远镜中，一般不再专设孔径光阑。从图易知，物镜的通光孔径限制了轴上点的成像光束，是系统的孔径光阑和入瞳，出瞳是物镜的通光孔被目镜所成的像，应在目镜的像方焦点之外，能与观察者的眼瞳重合。

望远镜的放大率以 Γ 表示，定义为：眼睛通过望远镜观察时，物体的像对眼睛张角的正切与眼睛直接看该物体时，物体对眼睛张角的正切之比。由于物方、像方都位于无穷远，这个放大率就是系统本身的像方视场角与物方视场角的正切之比，称为视觉放大率。从第四章我们已经知道：

$$\Gamma=\frac{\operatorname{tg}W'}{\operatorname{tg}W}=-\frac{f'_1}{f'_2}=\frac{D}{D'} \tag{14-20}$$

所以，望远镜的放大率还可表示为物镜焦距与目镜焦距之比、入瞳直径与出瞳直径之比。从上式可见，开普勒望远镜成倒像，伽利略望远镜成正像。

从视觉放大率公式(14-20)可知:(1)当物镜的焦距大于目镜的焦距时,望远镜有视觉放大作用;(2)当目镜的焦距一定时,倍率越大,物镜的焦距就越长,导致望远镜长度增大;(3)当像方视场角 W' 一定时,倍率越大,物方视场就越小;(4)当入瞳直径一定时,倍率越大,出瞳直径就越小;下面将会知道,当出瞳小于眼瞳时,视见像的光强度要下降。

可见,望远镜系统的诸光学参数之间存在着相互矛盾的制约关系。所以,望远镜的倍率要考虑各个因素,综合确定。首先要联系物镜的分辨率。前已述及,当望远镜的入瞳直径为 D 时,它能分辨的远处二点对入瞳中心的最小张角为 $\varphi''=140/D$。为充分利用物镜的分辨率,望远镜应把此角度放大到能为眼睛所分辨的程度,因此要求 $\Gamma\varphi''\geqslant 60''\sim70''$,即

$$\Gamma\geqslant 0.5D \tag{14-21}$$

式中,D 的单位是毫米。按此式确定的放大率称为望远镜的正常放大率,对应的出瞳直径为 2 毫米,正好与白天光亮条件下的眼瞳直径相当。

实际上,较多情况下按仪器用途确定的放大率,常大于正常放大率。这是因为在正常放大率时,观察者须注意力集中,容易疲劳;另外,若通过望远镜瞄准,则瞄准误差应为

$$\triangle\alpha''=\frac{\alpha''}{\Gamma} \tag{14-22}$$

式中 α'' 是肉眼的瞄准误差,可见增大倍率可提高瞄准精度。当然,也有另一些望远镜,其实际放大率要比正常放大率低,如手持观察的军用望远镜。这是为了具有较大的出瞳直径,提高夜间观察时的光强度,也为了减小手的抖动造成的目标像的晃动,更有利于观察。

二、望远镜的主观亮度

眼睛观物时,成在视网膜上的像对感光神经末稍的作用所引起的视觉刺激程度,称为主观亮度。眼睛直接观物时感知的像的明亮程度称为肉眼的主观亮度;通过望远镜观察时感知的像的明亮程度称为望远镜的主观亮度。不论何种情形,像的主观亮度均与进入眼睛的光能量有关,但随观察对象是点物还是有限大小物体而异。

1. 点物或点光源的像

网膜上感光细胞的大小约为 5~6μm,只要网膜上的像在一个感光细胞内,与之对应的物即认为是点光源。此时像的主观亮度仅决定于进入眼睛的光通量。当通过望远镜观察该点光源时,能进入望远镜的光通量 Φ_T 被入瞳直径 D 决定;用人眼直接观察时,能进入眼瞳的光通量 Φ_e 由眼瞳的直径 D_e 决定。若眼瞳直径 D_e 大于望远镜的出瞳直径 D',所有射入望远镜的光通量全部能进入眼睛,因此点像的主观亮度要比肉眼观察时大。其相对主观亮度,即二情况下光通量之比为:

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_e}=k\frac{D^2}{D_e^2} \tag{14-23}$$

其中 k 为望远镜的透过率。若望远镜的出瞳直径 D' 与眼瞳直径 D_e 相等,此时有 $D=\Gamma D_e$,则相对主观亮度为

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_e}=k\Gamma^2 \tag{14-24}$$

再若出瞳大于眼瞳,则进入望远镜的光通量不能全部进入眼瞳,眼睛便成为整个系统的出瞳,入瞳直径应为 ΓD_e,此时同样可得到公式

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_e}=k\Gamma^2 \tag{14-25}$$

后两种情况,公式虽同,但含意不同。例如,有一望远镜,透过率 $k=1$,物镜的直径为 40mm,利用调换目镜获得 20、10 和 5 倍的倍率,假定眼瞳直径为 4mm,则各种倍率时的相对

主观亮度如表 14-2 所列。

表 14-2　某望远镜的相对主观亮度

$D=40$mm		$D_e=4$ mm	
Γ(倍)	$D'=D/\Gamma$	D' ? D_e	Φ_T/Φ_e
20	2	$D'<D_e$	$(D/D_e)^2=100$
10	4	$D'=D_e$	$\Gamma^2=100$
5	8	$D'>D_e$	$\Gamma^2=25$

从上面的例子可见，望远镜的物镜口径一定时，倍率越高，相对主观亮度越大，但倍率高到使出瞳不大于眼瞳时，即为定值。而当望远镜的倍率和眼瞳直径一定时，物镜的直径越大，相对主观亮度也越大。因此，要能观察到天空中微弱发光的星星，须用倍率高、物镜孔径大的天文望远镜。

2. 观察有限大小物体的情况

此时，像的主观亮度应由网膜上的照度决定。通过望远镜观察的物体与人眼直接观察同一物体在视网膜上像的面积之比值为 Γ^2，由公式(6-13)和(14-23) 得观察有限大小物体的相对主观亮度为

$$\frac{E_T}{E_e}=k\left(\frac{D'}{D_e}\right)^2 \tag{14-26}$$

显然，上式的值不可能大于 k，所以，当用望远镜观察有限大小的物体时，主观亮度总比用肉眼观察时为低。特别是当出瞳小于眼瞳时更甚。据此，对于需在黄昏或夜间使用的望远镜，由于眼瞳较大，应有较大的出瞳。

望远镜的倍率越高，出瞳越小，当用于天文观察时，作为点光源的星星，其相对主观亮度很大，而作为背景的天空，相对主观亮度则很小，所以在白天，利用高倍天文望远镜可以看见明亮天空中的星星。

三、望远镜的光束限制

伽利略望远镜和开普勒望远镜是望远镜的两种基本类型，它们具有不同的光束限制。

伽利略望远镜是问世最早的一台望远镜，因伽利略曾用它发现了木星的卫星而得名。这种望远镜由于是用负目镜，如将物镜作为入瞳，其被目镜所成的像将是位于目镜之前的虚像，使观察者的眼瞳无法与之重合。而当把眼瞳作为一个光孔时，显然它就是整个系统中的孔阑和出瞳。它被整个望远镜所成的像即入瞳，是一个位于眼瞳之后放大了的虚像，而物镜则成为渐晕光阑。图 14-34 中画出了物方的入瞳和物镜、像方的出瞳和渐晕光阑的像。根据它们之间的几何关系，易于导出无渐晕、50%渐晕的视场角，后者的正切为

$$\mathrm{tg}W=\frac{D}{2l}=\frac{D}{2\Gamma(f'_1+f'_2+\Gamma l'_z)} \tag{14-27}$$

式中，D 为物镜的直径，l_z' 为出瞳距。可见，伽利略望远镜的倍率越高，视场越小。因此，这种望远镜的倍率不宜过高，一般不超过 6～8 倍。同时，视场还随眼睛远离目镜而变小。

伽利望远镜的优点在结构简单，筒长短，因此既轻便，光能损失也少，还有一个突出的优点是成正像，这是一般观察所必需的。但它没有中间实像平面，不能设置分划板作瞄准和定位之用。所以，问世不久即被开普勒望远镜所取代。

开普勒望远镜于 1611 年首次被开普勒所论述，并于 1615 年首次制造出来。与伽利略望远镜不同，这种望远镜用的是正光焦度目镜，因而在物镜与目镜之间具有中间实像平面，可以在

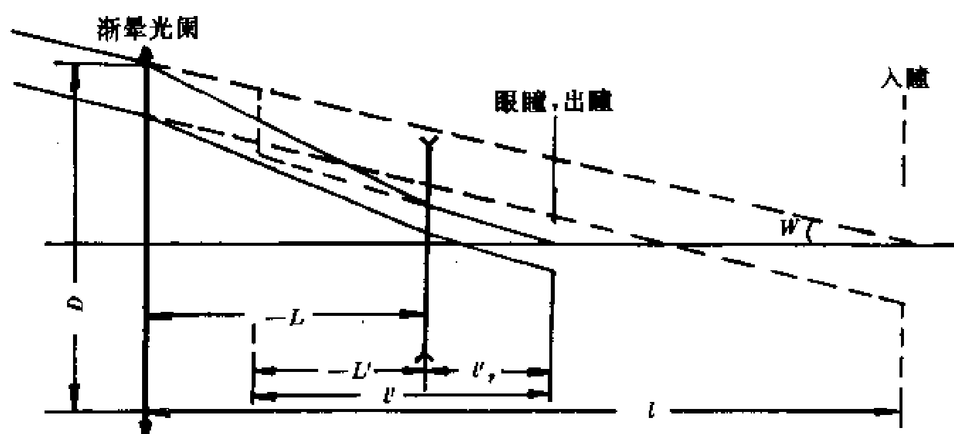


图 14-34

其上专设视阑，安装分划板，作瞄准、定位和测量之用。所谓分划板，就是在磨光的玻璃片上刻以分划标志的光学零件，其通光口径就是视阑的直径，有

$$D_F = 2f'\mathrm{tg}W \tag{14-28}$$

显然，通过开普勒望远镜观察时有明晰的视场边界。但为了在大相对孔径和大视场的情况下不致使目镜直径太大，并减少目镜斜光束像差的有害影响，可适当减小目镜的口径而允许轴外点存在 50%的渐晕，此时图 14-33 中主光线以上部分光束将被目镜限制而不能通过。

开普勒望远镜对物体成倒像，这使得它只能适用于天文观察或对一些专设目标的瞄准和测量。如果要便于观察，应加进转像系统。当然，在结构上要比伽利略望远镜复杂得多。

五、望远镜系统的物镜

一般说，望远镜物镜的视场较小，例如：大地测量仪器中的望远镜，视场仅 1～2 度；天文望远镜的视场则是以分计的；而一般低倍率的观察用望远镜，视场也只在 10 度以下。但物镜的焦距和相对孔径相对较大，这是为保证分辨率和主观亮度所必需的，可认为是长焦距、小视场中等孔径系统。因此，望远镜物镜只需对轴上点校正色差、球差和对近轴点校正彗差，轴外像差可不予考虑，其结构相对比较简单，一般有以下几种型式：

1. 折射式望远镜物镜

这类物镜要达到上述像质要求并无困难，但要求高质量时，要同时校正二级光谱和色球差就相当不易。后者常只能以不同程度地减小相对孔径才能实现。这类物镜有如下常用的型式：

(1)双胶合物镜　在玻璃选择得当时，能同时校正色差、球差和彗差，是可能满足像质要求的最简单形式，但胶合面上的高级球差使相对孔径受到限制，且当用普通玻璃时，二级光谱为常量，色球差也无法控制，因而不能获得高的像质。该型式的优点是结构简单，工艺方便，光能损失也小，宜于在焦距不长、相对孔径不大的场合采用。

(2)双分离物镜　当口径大于 50～60mm 时宜采用双分离物镜。这种物镜在玻璃选得恰当时，除能校正好色差、球差和彗差外，还能利用灵敏的空气间隙的少量变化来校正带球差，因此可达到相当大的相对孔径。但色球差和二级光谱也不能校正。

(3)三分离物镜　将双分离物镜中的正透镜分裂成二片时，即获得三分离物镜，有图 14-35 所示的二种形式。这种物镜能改善对色球差的校正，若选用特种玻璃，并与其他玻璃适当配组，还可校正或改善二级光谱。但要在此同时控制好带球差，相对孔径只能是相当小的。目前实际应用的复消色差物镜（多半用作平行光管物镜）都采用这种型式。

(4)内调焦望远镜物镜　上述单组型式的物镜对非无穷远物体进行调焦时，会增大镜筒长度，相应的望远镜称外调焦望远镜。内调焦望远镜物镜是指在物镜之后一定距离处加一负镜组而成的复合系统，如图 14-36 所示。这种物镜在对不同远近物体成像时，总可利用改变负镜组的位置而使像位于同一位置上。此负镜组称为内调焦镜。计算内调焦望远镜的参数时，可根据给定的物镜焦距 f'、物镜长度 L 和准距条件即

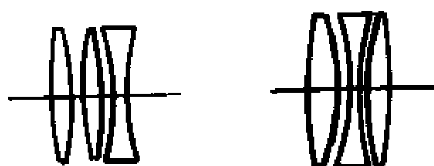


图 14-35

$$L-2d+\frac{\delta\cdot f_A'}{\delta+f'_A}=0 \qquad (14\text{-}29)$$

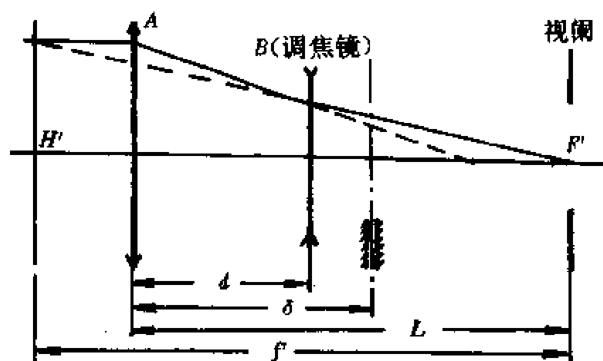


图 14-36

联立求解出二镜组的焦距及其间隔。当物镜对有限远物体调焦时，易于按照成像规律导出内调焦镜的移动距离。现代大地测量仪器中，几乎全部应用内调焦望远镜。这是因为它具有可以达到简化视距测量、缩短镜筒长度、改善密封性能等一系列优点。这对经常需要在野外作业的测量仪器来说是非常重要的。

2. 反射式望远镜物镜

反射式物镜主要用于天文望远镜中，因天文望远镜需要很大的口径，而大口径的折射物镜无论在材料的熔制、透镜的加工和安装上都很困难。因此，口径大于 1m 时都用反射式。

反射式物镜完全没有色差，可用于很宽的波段。但反射面的加工要求要较折射面高得多，表面的局部误差和变形对像质的影响也大。最著名的反射式物镜是双反射面系统，它有如下二种型式：

(1)卡塞格林系统　如图 14-37 所示，称主镜的第一个大反射面是抛物面；称副镜的第二个小反射面是双曲面。F'_1 是主镜的焦点，又是副镜的虚焦点，因而满足等光程条件、轴上点成像是完善的。该系统对物体成倒像，焦距长而筒长短。

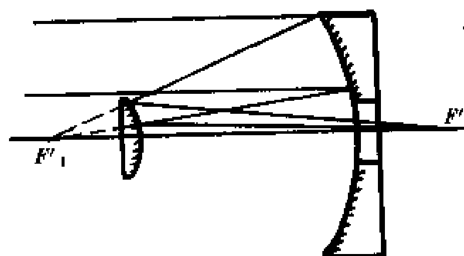


图 14-37

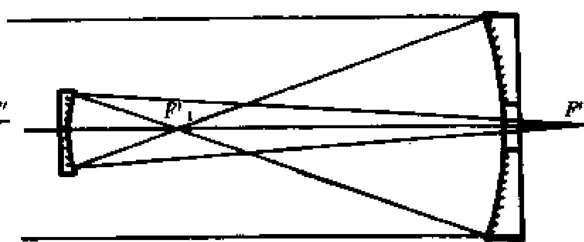


图 14-38

(2)格利果里系统　如图 14-38 所示，由抛物面主镜和椭球面副镜组成。抛物面的焦点 F'_1 与椭球面的第一焦点重合，对于轴上点也满足等光程，成像也是完善的。该系统对物体成正像，筒长比同焦距的卡塞格林系统长些。

以上二种反射物镜虽对轴上点完善成像，但近轴点却有彗差，使视场只能很小。若适当降低对轴上点的像质要求，采用双球面系统，可同时兼顾球差和彗差，既使加工方便，又能使视场内有均匀的像质。

3. 折反射式望远镜物镜

以球面反射镜为基础，再加入用于校正像差的折射元件，可避免困难的大型非球面加工，又能获得良好的像质。这就是折反射物镜。比较著名的有如下几种：

(1)施密特物镜 如图 14-39 所示，它在球面反射镜的球心处置一施密特校正板。施密特校正板的一面是平面，另一面是轻度变形的非球面，使光束的中心部分略有会聚，而外围部分略有发散。由于校正板位于球心且作为物镜的入瞳，轴外点不会产生彗差和像散，仅有匹兹凡像面弯曲。校正板近于平板，对色差的影响也是很小的。

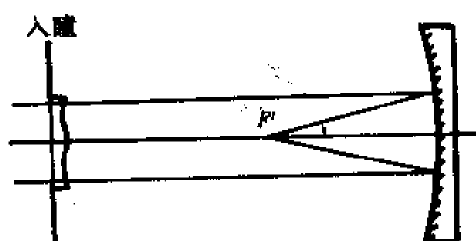


图 14-39

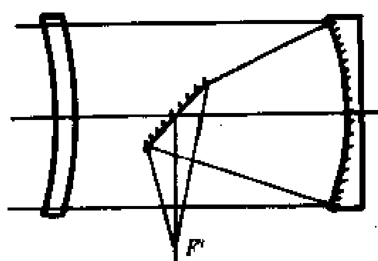


图 14-40

(2)马克苏托夫物镜　如图 14-40 所示，由球面反射镜与略具负光焦度的弯月形透镜构成，后者满足马克苏托夫提出的消色差条件，即 $r_2-r_1=(n^2-1)d/n^2$。适当选择弯月形透镜的参数和它相对于反射镜的位置，可同时校正好球差与彗差。若将这种消色差弯月形透镜置于卡氏系统的平行光束中，可把二个反射镜改成球面而获得良好的像质。

(3)将无光焦度双透镜与球面卡氏系统相结合，可构成像质更好的折反射物镜，有图 14-41 和图 14-42 两种结构。这种双透镜由焦距相等、玻璃相同、间隔甚小的正、负透镜组成，总光焦度为 0，且消色差。当分别改变二透镜的弯曲形状时，则可抵消球面系统的球差和彗差。

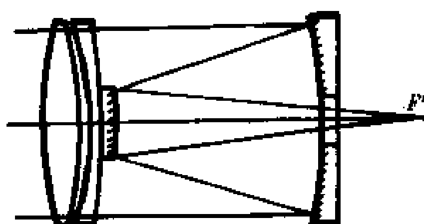


图 14-41

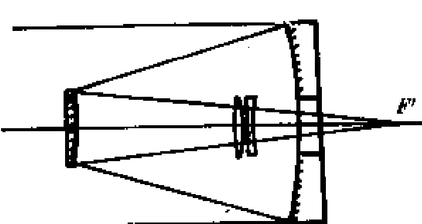


图 14-42

六、望远镜的目镜

望远镜目镜的相对孔径与物镜相同，属中等大小，但其焦距比物镜短得多，故视场较大。据此，目镜的像差校正一般以轴外像差为主。只有对低倍望远镜的目镜，在焦距不短、出瞳直径较大时才有必要考虑轴上像差，并且主要是通过与物镜的像差相互补偿来改善的。

用于瞄准和测量的望远镜须在其视阑平面上设置分划板。为了使屈光不正的观察者能看

清分划刻线，目镜应能作视度调节。若要求视度的调节范围为±N个屈光度(D)，目镜相对于分划板的调焦量$\triangle l$与N的关系应为：

$$\triangle l=\pm\frac{Nf'^2_2}{1000}\ (\text{mm}) \tag{14-30}$$

式中，f'_2为目镜的焦距，以毫米计。一般仪器中，要求N=±5D。显然，目镜的工作距离应大于$\triangle l$。

望远镜中常用的目镜有以下几种：

1. 冉斯登目镜　常应用于简易望远镜中，可参见本章第三节。

2. 凯涅尔目镜　这种目镜可认为是在冉斯登目镜的基础上，将接目镜改变为双胶合镜组而成，如图14-43所示。它具有比冉斯登目镜更好的像质，工作距离、镜目距和视场均有所增大。视场可达40°～50°，镜目距约为焦距的50%，工作距离约为焦距的三分之一。

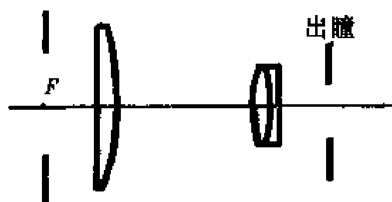


图 14-43

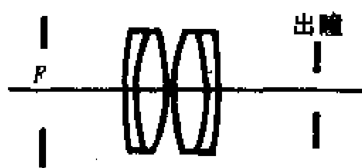


图 14-44

3. 对称式目镜　由二组相同的双胶合镜组对称设置而成，如图14-44所示。二镜组各自校正好轴向色差，整个目镜的倍率色差也随之校正，使其间隔可不受倍率色差的限制而做得很小，使其匹兹凡和与凯涅尔目镜、冉斯登目镜和惠更斯目镜相比最小，这样就能在校正好像散时有相对较平的清晰像面。对称式目镜的镜目距也由于二镜组的间隔小而有较大的值，可达焦距的70%，适宜于在目镜的焦距很短或需要有较长镜目距的场合下采用。然而，由于胶合面的高级像差限制了视场的增大，其视场一般只能到40°～45°。为了有利于像差的校正，现在的对称式目镜的结构参数并不完全对称。

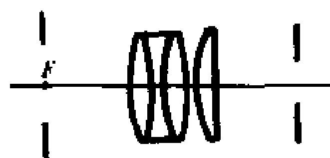


图 14-45

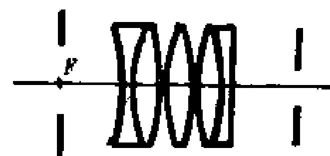


图 14-46

4. 阿贝无畸变目镜　由朝向物镜的三胶合镜组和朝向眼睛的单正透镜组成，如图14-45所示。由于二镜组无限靠近，故镜目距甚大，可达焦距的80%，因此能设计成很短的焦距，特别适用于天文仪器中的高倍率望远镜。该目镜因能在校正倍率色差、彗差和像散的同时改善畸变而得名，视场约为40°～50°。

5. 爱弗尔目镜　是在对称式目镜中加入一块正透镜而得，如图14-46所示。由于减轻了二个双胶合镜组对主光线的偏角负担，故高级轴外像差减小，视场可达65°～70°，属广角目镜之列，较多应用于质量较高的高倍双筒望远镜中。镜目距约为焦距的70%。

望远镜系统的具体设计方法请阅参考文献[10]。

七、正像望远镜中的转像系统和场镜

观察用和大部分瞄准用的望远镜须对物体成正像。伽利略望远镜虽成正像，但因没有中间实像平面和只能有很低的倍率而无实用意义。实际应用的都是利用转像系统使倒像转成正像的开普勒型望远镜。这种望远镜常称地上望远镜。转像系统为棱镜系统或透镜系统。

1. 棱镜转像系统

当要求望远镜系统的筒长较短且结构紧凑时，都采用棱镜系统来实现转像，并根据需要可以对光轴作转折或改变视线方向。

第三章中已知，用单块屋脊棱镜或由普通棱镜组合起来的棱镜系统，均能达到使像相对于物体在上下和左右方向都倒转过来的目的。例如图 3-13 所示的周视瞄准镜和图 3-16 所示的步枪瞄准镜中，等腰直角屋脊棱镜和施密特屋脊棱镜均起到了转像和光轴转折的双重作用。图 3-22 所示的别汉棱镜系统能实现直视转像，而应用最为普遍的是双筒棱镜望远镜中的普罗型棱镜系统，见图 3-21，它使光轴平移，增大了基线长度，扩大了体视范围。总之，应根据仪器的具体要求选取转像系统，且必须是偶数次反射以防止产生镜像。

2. 透镜转像系统

设在物镜的实像平面后面，使倒像再一次倒转成为正像的透镜系统称为透镜转像系统。有单组和双组两种形式，如图 14-47 和图 14-48 所示。后一种形式中第一组的物方焦平面与物镜的像面重合，被倒转过来的像位于第二镜组的像方焦面上，在二镜组间光束是平行的。显然，透镜转像系统使镜筒长度大为增加，适宜在需有长镜筒的场合下使用。

图 14-47

图 14-48

透镜转像系统一般采用负一倍的倍率以保持原望远镜的倍率不变，且通常单独校正像差。负一倍单组转像系统所承担的相对孔径是物镜的二倍，为校正轴上宽光束像差只能取较短的焦距，但随之需承担较大的视场，对轴外像差不利，难以达到预期的像质。而负一倍双组转像系统一般采用二个相同且对称设置的双胶合镜组，并在二镜组的中间位置放置光阑，如图 14-49 所示，使镜筒长度增加了 $f'_A+d+f'_B$。在共轭距取定后，镜组的焦距和间隔的选择与像质有关。间隔大对校正像散有利，但会导致轴外光束渐晕的增加。一般不应使渐晕大于 50%。

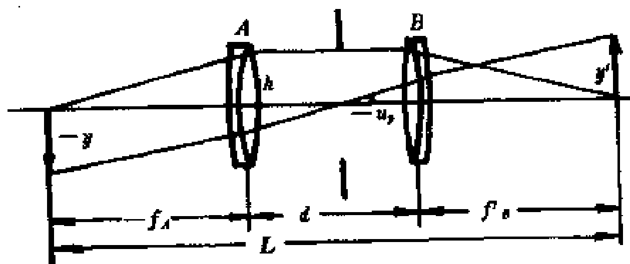


图 14-49

必须指出，如果只是简单地加入透镜转像系统，则轴外点成像光束在转像镜组上的入射高度将大为增加，以致视场较大时，绝大部分光线不能通过转像系统。为此，可在中间实像平面上加一适当光焦度的透镜，使望远镜的光瞳与转像系统的光瞳共轭，使轴外光束折向转像镜组，如图 14-50 所示。这种加于中间像面上或其附近的透镜称为场镜，它的光焦度对系统的总光焦度并无贡献，不影响轴上点光束和系统的放大率。

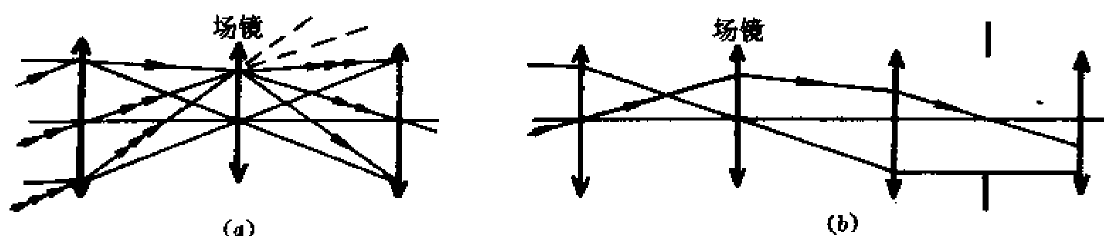


图 14-50

根据像差理论可知，位于像面上的场镜除只产生匹兹凡和以及由此引起的畸变外，不产生其他像差。因此场镜都用单透镜，并且在不需由它来改变畸变时，都采用平凸透镜。

八、望远镜系统的外形尺寸计算

望远镜系统随使用场合和要求的不同，有多种形式。特别是当需要用棱镜或透镜系统来转折光轴或转像时，整个系统可能会相当复杂。外形尺寸计算的任务就是根据系统的整体方案和技术要求，确定系统各个组成部分的有关参数，即各透镜组的焦距、口径、相对位置以及棱镜的位置和尺寸等。这种计算只基于高斯光学而不涉及像差理论，但应考虑结果是否合理和便于实现。这种计算并不是望远系统所独有，但各种光学系统的计算方法是类似的。

例 1. 镜筒长度为 250mm、放大率－24、视场角为 1°48′的开普勒望远镜，设入瞳与物镜重合，外形尺寸计算的步骤如下：

(1)根据筒长和倍率，求出物镜、目镜的焦距为 $f'_1=240$，$f'_2=10$。

(2)在未给出其他条件时，可按正常放大率 $\Gamma=0.5D$ 求出入瞳直径为 $D=48$mm，相应地，出瞳直径为 $D'=2$mm。

(3)视阑直径按 $D_F=2f'_1/\text{tg}W$ 求得，为 $D_F=7.54$mm，取 $D_F=7.6$mm。

(4)按 $\text{tg}W'=\Gamma\text{tg}W$ 求得目镜视场(即望远镜像方视场角)$2W'=41.32°$。

(5)按物像关系得镜目距为 $l_z'=10.42$mm。

(6)目镜的通光口径与渐晕系数有关，无渐晕时按 $D_e=D'+2l_z'\text{tg}W'$ 求得 $D_e=9.86$mm。可见，其数值已达到与焦距同等大小，表明用单透镜难以满足要求。

(7)若要求目镜视度调节为±5 屈光度，按公式(14-30)可算得调节距离为 $x=\pm0.5$mm。

当采用棱镜或棱镜系统来转折光轴或转像时，根据第三章所述，反射棱镜相当于平行平板，且其通光孔径与等效厚度之间被结构常数所联系。因此，只要按平行平板来计算系统中的反射棱镜即可。为了避免对折射的计算，还可将玻璃平板换算成等效空气板。

如图 14-51 所示，光线通过平行平板，在 CD 面上的 G 点出射的情况与光线无折射地通过平板 $ABEF$ 的情况完全相同，故 $ABEF$ 就相当于平行玻璃板 $ABCD$ 的等效空气板。二者厚度之差 HG 就是光线经平板时所产生的轴向位移量$\Delta l'$，因此等效空气平板的厚度为 $\bar{d}=d/n$，再联系棱镜通光口径 D_0 与结构常数 K，有

$$\bar{d}=\frac{KD_0}{n} \tag{14-31}$$

引用等效空气板的概念计算平板的尺寸异常方便。如图 14-52 所示系统，若不要求由物镜后面的棱镜来限制光束，则在规定视场范围内的所有成像光束都应包含在由物镜的孔径 D 和视阑所限定的锥体范围内。故平板的最小通光孔径就为

$$D_0=D_F+2(a+\bar{d})\text{tg}\alpha \tag{14-32}$$

将公式(14-31)中的 $\bar{d}$ 代入上式，即可算出 D_0。其中

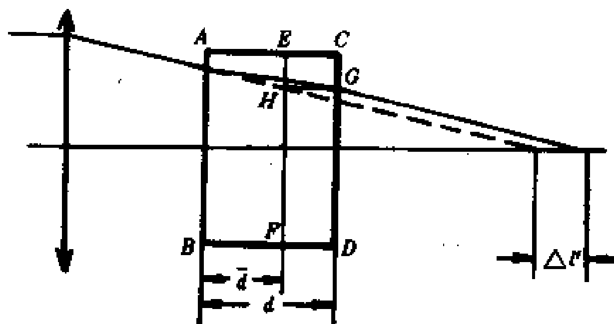


图 14-51

图 14-52

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{D-D_F}{2f'_1} \tag{14-33}$$

图中所示情况，物镜直径 D 大于视阑直径 D_F，平板的通光直径被第一面所决定；反之，平板的通光直径由第二面决定，读者可自行推导相应公式。

如果在物镜后面用的是屋脊棱镜，应将所算得的值乘以各种屋脊棱镜所固有的放大系数值，参见第三章。此外，棱镜的实际直径应比通光直径略大些，以便装夹。

例 2. 计算双筒棱镜望远镜的普罗型转像棱镜的尺寸。要求倍率为 8，物镜的通光直径为 30mm，即 8×30；且物镜的焦距为 120mm，视场 $2W=8$ 度，棱镜的折射率为 1.5163。

解：图 14-53 给出了系统的二个视图，以表示二个转像棱镜的相对位置。将二个棱镜展开成平板后，如图 14-54 所示。二平板的位置分别用它们的出射面到物镜焦平面的距离 a_1 和 a_2 表示。为使第一棱镜不碰到目镜，且二棱镜不相碰，间隙 a 和 b 是必要的。由此，二平板之出射面到焦平面的距离为

$$a_2=a+b+D_1$$

$$a_1=a_2+b+\bar{d}_2$$

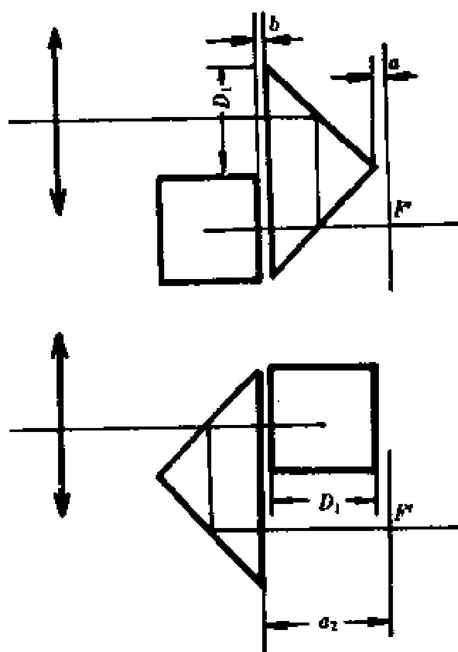


图 14-53

将其代入公式(14-32)可导出 D_1 和 D_2 的表达式，联立求解可得二平板所需的通光孔径。本例具体计算结果为：

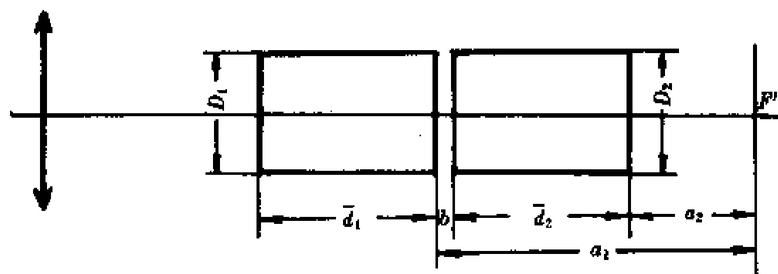


图 14-54

(1)视阑直径为 $D_F=12.58$。

(2)锥角 α 的正切为 $\mathrm{tg}\alpha=0.07258$。

(3)二次反射等腰直角棱镜的结构常数 $K=2$，再取 $a=2$，$b=2$，按以上方法写出 D_1 和 D_2 的表达式，联立求解得 $D_1=26.34$ 和 $D_2=21.01$。

例 3. 计算一个具有负 1 倍的双组透镜转像系统的望远镜的有关尺寸。已知放大率 $\Gamma=6$，视场角 $2W=8$ 度，镜筒长度为 1m，出瞳直径 $D'=4$mm。并设入瞳与物镜重合，轴外光束的孔径为轴上光束孔径的 1/3，转像透镜的直径与中间像面的直径相等。

解：根据题意可画得如图 14-55 所示的系统光路图。不失一般性，图中的入瞳不与物镜重合，入瞳距为 l_p，且令 $D_3=mD_2$。按本题条件，$l_p=0$，$m=1$。

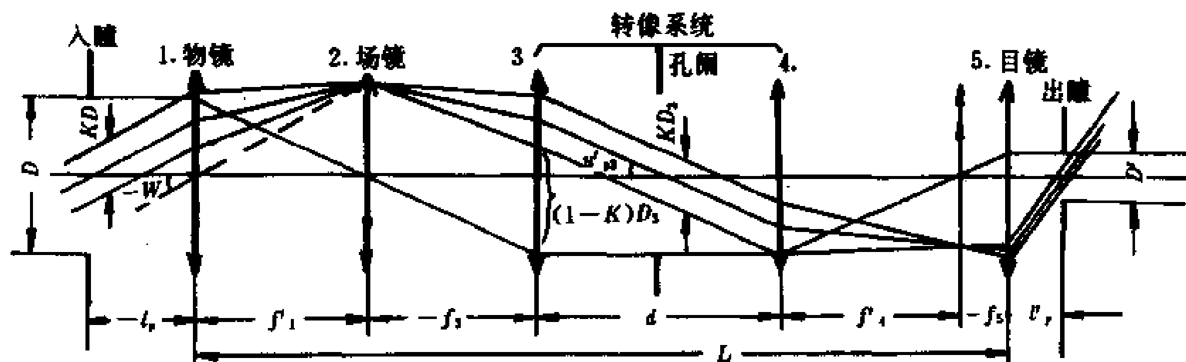


图 14-55

首先可列出如下关系式：

$$L=f'_1+f'_3+d+f'_4+f'_5 \tag{a}$$

$$f'_3=f'_4 \tag{b}$$

$$f'_5=f'_1/\Gamma \tag{c}$$

其次有 $f'_3/f'_1=D_3/D$，考虑到 $D_3=mD_2=2mf'_1/\mathrm{tg}W$，得

$$f'_3=2m\mathrm{tg}Wf'^2_1/D \tag{d}$$

再由图可见，$d=(1-K)D_3/u'_{p3}=2(1-K)D_3f'_3/D_2$，将(d)式代入并考虑到 $D'_3=mD'_2$，得

$$d=4m^2(1-K)\mathrm{tg}W\cdot f_1'^2/D \tag{e}$$

根据(b)～(e)式，公式(a)可表示成只含一个未知量 f'_1 的二次方程，用此方程可求得 f'_1 的二个根，选取其中 $0<f'_1<L$ 的一个。求得 f_1' 后，其他有关量即可算出。本题结果为：

(1)系统的入瞳直径为 $D=24$mm，即为物镜的通光孔径 D_1。入瞳与物镜不重合时，物镜的通光孔径为

$$D_1=KD+2l_p\mathrm{tg}W \tag{14-34}$$

但须注意，若求得的值小于 D，应取 D 值。

(2)物镜的焦距由二次方程得二个根：198.95mm 和 −259.10mm。显然应取前者。

(3)转像透镜的焦距按(b)和(d)式分别得 $f_3'=230.56\text{mm}=f_4'$。

(4)转像透镜的间隔按(e)式有 $d=307.41$mm。

(5)目镜的焦距为 $f_5'=33.16$mm。

(6)场镜的焦距根据物镜的出瞳与转像系统的入瞳之间的共轭关系可得出。由于 $l'_{p3}=d/2=153.71$，由高斯公式(4-8)得 $l_{p3}=461.15$，故 $l'_{p2}=691.71$，结合 $l_{p2}=-198.95$，得 $f'_2=154.51$。

(7)各镜组的通光直径　物镜的通光直径已得出，场镜的通光直径和视场光阑的直径与中间像相同，转像透镜的直径 $D_3=mD_2$，因此分别有

$D_1=D=24mm, D_2=D_F=27.82mm, D_3=D_4=mD_2=27.82mm$。

(8)整个光学系统的出瞳位置 按物像关系得 $x'=1.59$ 毫米或 $l_z'=34.75mm$。

(9)目镜的视场为 $2W'=45.5°$。

(10)目镜的通光直径为 $D_5=KD'+2l_z' tgW'=30.49mm$。

§14-5 摄影光学系统

摄影系统是指那些平面图像或空间物体成像于感光胶片上的光学系统，通常称它们为摄影物镜。摄影时，底片上的感光乳胶受光的作用获得了潜像，经化学处理后即显现出与所摄物体明暗相反的像，称为负像或负片。用另一感光胶片或感光纸与负片接触，经再一次光作用和相同的化学处理后，就可获得与原物明暗对应的正片或正像，即所谓影片和照片。用接触印像法获得正像，不需光学系统，大小与负像相同。

应用摄影系统和机具，可把各种事物真实地记录下来，在各个领域有极为广泛的用途。

一、摄影物镜的性能参数

摄影物镜的基本光学性能由焦距、相对孔径和视场角这三个参数表征。

物镜的焦距决定拍摄像的大小，这可从公式 $y'=-f'tgW$（物在无穷远时）或 $y'=\beta y=-(f/x)y$（物在有限远时）看出。当视场角 W 或焦物距 x 一定时，像的大小 y' 与焦距成正比。摄影物镜视其用途不同，焦距覆盖范围很大，有短到十几毫米的、也有一米以上的。一般照相机上应用的物镜，焦距在二十几毫米到几百毫米之间。

由公式(6-41)知，像的照度与相对孔径的平方和透过率 k 的乘积成比例。因此，相对孔径反映了照相物镜的光度特性，它与透过率 k 的乘积客观地反映了物镜的光强度特征。随相对孔径的不同，摄影物镜有弱光、普通、强光、超强光之分。普通镜头的相对孔径大约为 1/6.3～1/3.5，而超强光镜头的相对孔径大达 1：1，甚至更大。

摄影物镜的视场角决定了摄入底片的空间范围。任何摄影机具，作为视场光阑的片框都有其固定的大小。120 相机的片框尺寸为 60mm×60mm(12 张时)或 60mm×45mm(16 张时)；135 相机的片框为 36mm×24mm；35mm 电影摄影机的片框为 22mm×16mm；16mm 影片的画幅为 10.4mm×7.5mm。同一种机具配用不同焦距的物镜时，对应的视场角 $2W$ 可由公式 $y'=-f'tgW$ 算得，式中的 y' 应是画幅对角线之半。可见，长焦距的物镜只能有较小的视场角，能对远处物体拍摄得比较大的像，适宜于远距离摄影，故常称之为望远镜头；而短焦距的物镜则有较大的视场角，能将较大范围内的景物摄入底片，故又称之为广角镜头；介于二者之间，焦距约等于画幅对角线长度的物镜称为标准镜头。现在，变焦距物镜已得到广泛应用，可以取代一套不同焦距的定焦镜头，使摄影十分方便，尤其在电影或电视摄影中，能获得定焦镜头难以达到的艺术效果。

上述决定摄影物镜性能的三因素之间，有着相互制约的关系。这主要反映在像差的校正上。一方面，对于一定的相对孔径和视场角，像差与焦距成正比，但像差的容限并不因焦距的增大而可放宽，使得长焦距物镜只能有较小的相对孔径。另一方面，相对孔径大时要控制好宽光束像差已非易事，再要达到大视场就更困难了。这就是说，要设计一个兼顾大孔径大视场的优良结果是极其困难的。实际上，常根据物镜的具体用途满足其主要的性能指标，即强光镜头只能有较小的视场，而广角镜头只能选较小的孔径。

二、摄影物镜中的光束限制

在摄影物镜中，都设有专门的孔径光阑，它限制进入物镜的光通量，决定像的照度。为了使同一物镜能适应各种光照条件以控制像面获得适当的照度，孔阑都采用大小可连续变化的可变光阑，从而获得多种相对孔径以供选用，并在物镜的外壳上标出各档相对孔径的位置刻线及其倒数，称为 F 数或光圈数。由于像的照度与相对孔径平方成比例，镜头中所标出的各档 F 数是以 $\sqrt{2}$ 为公比的等比级数。根据国家标准，F 数按如下数值给出：

F 数	1	1.4	2	2.8	4	5.6	8	11	16	22	32

底片上的照度与曝光时间的乘积称曝光量，它分别被镜头的 F 数和快门开启时间所决定。F 数按上表排列时，正好使相邻二档在曝光量上相差一倍(曝光时间相同时)。摄影时，为使底片正确曝光，即使所摄影像具有与景物明暗程度相对应的光学密度，以显示出影像的明暗层次，应根据底片的感光度，正确控制曝光量。同时，根据景物条件，有时需首先确定 F 数(光圈优先)，有时需先确定曝光时间(快门优先)，但都是使 F 数和曝光时间相匹配。

摄影物镜中，底片框就是视场光阑。由于相对孔径和视场都相对较大，为校正各种像差，物镜须具有相当复杂且正负光焦度分离的结构。这样，为了减小物镜的体积和重量，并拦截那些偏离理想光路较远的光线，提高成像质量，常有意识地减小远离光阑的透镜直径。图 14-56 画出了三片式物镜中的拦光情况。一般，视场边缘点渐晕 50% 是常有的事，这并不会引起底片感光的明显不均匀。必要时拦剩 30% 也是勉强可以的。因为相机极少在物镜光圈开足时使用，当光圈缩小时，光束的渐晕程度随之减轻。

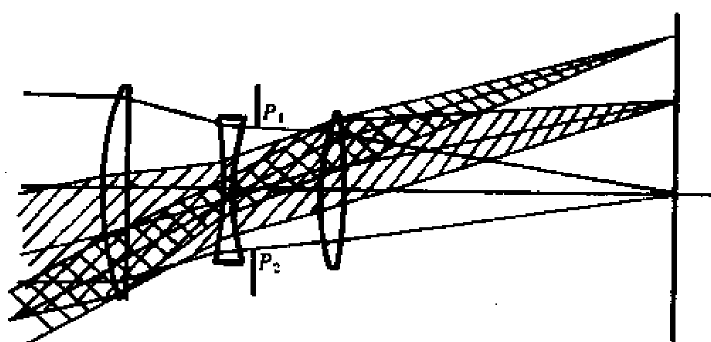


图 14-56

三、摄影物镜的景深

在摄影时，底片上摄得的是在物镜视场角范围以内的纵深空间中各物体的像。其中有多大的空间深度范围在底片上能得到清晰像？这就是摄影物镜的景深问题。具体说，当把物镜调焦于某一摄影对象时，在该对象的前后能在底片上成清晰像的范围，称为景深。

在第五章中已对这一问题作过较详细的一般性讨论，并导出了计算公式(5-3)和(5-4)。将其中的入瞳直径 $2a$ 用光圈数 F 取代，即可得到适用于计算摄影物镜景深的公式：

$$\triangle_1 = P_1 - P = \frac{P^2 Z'}{f'^2/F - PZ'}$$

$$\triangle_2 = P - P_2 = \frac{P^2 Z'}{f'^2/F + PZ'} \qquad (14\text{-}35)$$

式中各物理量的含义与第五章相同。可见，景深与物镜的焦距、光圈大小和摄影距离有关。光圈越小(F 数越大)，或摄影距离越远，景深越大，但远景深度要比近景深度大。若在同一距离

用同一光圈值摄影，则焦距短的镜头具有大的景深；反之，长焦距镜头的景深就小。

合理地运用景深，能得到具有各种艺术效果的照片。例如要获得清晰的背景，使照片具有丰富的景物层次，就需在小光圈的状况下拍摄；而为了突出人物形象需对背景加以模糊的话，就应加大光圈或选用长焦距的镜头。应用变焦距镜头，能较好地运用影响景深的诸因素，当然就更理想了。

由于在使用同一物镜时，景深随光圈大小和摄影距离而变，所以在照相物镜外壳上，与镜头调焦的距离刻度相关联地标出光圈数刻度，以粗略指示所选定的光圈数和摄影距离时的景深。读者可通过实例计算和摄影实践体会景深和光圈、焦距、拍摄距离的关系。计算时可取135相机变焦镜头为例，焦距取35、50、70mm，光圈数取4，5.6，8，11，22，拍摄距离取2，3，5，10m，允许的弥散圆直径为$z'=0.03$mm。

四、摄影物镜的几何焦深

严格地说，一个像面只与一个物面对应。当拍摄某一物面时，要通过对镜头的调焦，使之清晰成像于底片平面上。但因眼睛分辨率的限制而存在调焦不准，因为在真正的像面前后也存在一个貌似清晰的深度范围。这一在像空间对同一物面都成清晰像的范围称几何焦深。

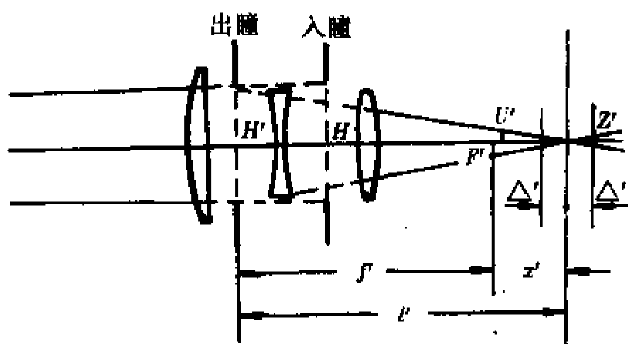


图 14-57

如图14-57所示，成像光束与像面前后相距△′的二个平面相截的弥散圆z'，如果小到被眼睛看起来是清晰的点像时，则2△′即为几何焦深，有

$$2\Delta'=z'/\mathrm{tg}U'$$

由于摄影物镜一般都具对称或近对称型结构，光瞳放大率约为1，因此可认为入瞳和出瞳分别与物方主面和像方主面重合，引入光圈数F和放大率β，可导出

$$2\Delta'=2z'F(1-\beta) \tag{14-36}$$

当对准平面位于无穷远时，几何焦深

$$2\Delta'=2z'F \tag{14-37}$$

可见，几何焦深与F数有关，相对孔径越大，焦深越小。由于调焦不准导致的接收像面上的弥散圆与像面上由于像差所引起的弥散斑相一致，故2△′可作为摄影物镜轴向像差的允差。

五、摄影物镜的分辨率

摄影物镜的分辨率是以焦面上每毫米中能分辨开黑白相间的条纹数来表征的。根据对无穷远二点可能被理想系统分辨开的最小分辨角公式(14-2)，则在摄影物镜焦平面上能分辨开的二条纹之间的相应间距为

$$\sigma=\frac{1.22\lambda}{(D/f')}$$

其倒数即为摄影物镜的分辨率。当$\lambda=0.00055$mm时，有

$$N=\frac{1}{\sigma}=1475\,\frac{D}{f'} \tag{14-38}$$

可见，完善的摄影物镜，其分辨率与相对孔径成正比。此公式决定了视场中心的分辨率，视场边缘由于成像光束的孔径角比轴上点小，分辨率有所降低，且在子午和弧矢方向也有差异。实际的摄影物镜总有较大的剩余像差，其分辨率要比上述理想分辨率低得多，而视场边缘受轴外像

差和光束渐晕的影响，要低得更多。因此分辨率是衡量摄影物镜的像质指标之一。

有图 14-58 和图 14-59 两种测试摄影物镜分辨率的图案，前者由 16 或 25 组条纹宽度不等的相同图案按序排列而成，各组又以条纹方向不同的四个小方块排列起来，根据被测物镜能分辨开的最密一组条纹宽度可得知其分辨率。后者是一个条纹和间隔宽度在径向连续变化的图形，根据它被物镜所成的像中已分辨不出条纹的模糊圆直径来求知其分辨率。通常还将多种图样组合起来构成大幅综合图表，可同时测试整个视场内的分辨率。

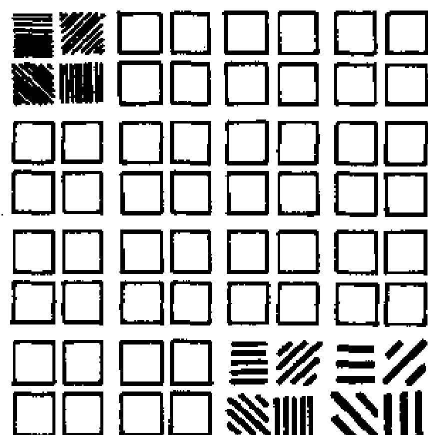


图 14-58

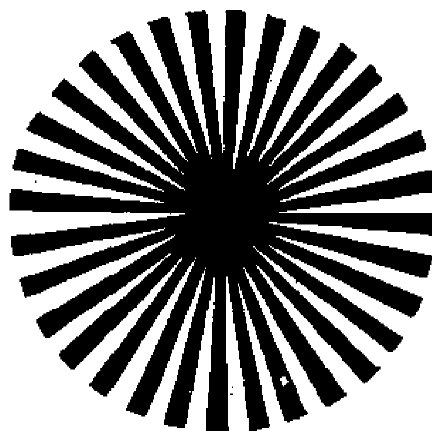


图 14-59

检验时，分辨率图表须给予充分而均匀的照明。测试方式可以是直接用显微镜来观察图案被物镜所成的像，得到物镜的目视分辨率。此时显微物镜的数值孔径应与被检物镜的像方孔径角匹配。也可以用显微镜来观察图案被物镜所拍摄得的底片，得到物镜的照相分辨率。显然，照相分辨率同时被摄影物镜的分辨率和底片的分辨率所决定。底片的感光乳胶由卤化银晶粒组成，其粒度远比人眼的感光细胞粗。普通底片的分辨率约为 40～60 线对/毫米 lp/mm)。因此，照相分辨率要比目视分辨率低得多。一般摄影物镜在视场中心能有 40lp/mm、边缘能有 20lp/mm 的照相分辨率就算是优良的了。物镜的目视分辨率 N_L、照相分辨率 N_P 与底片分辨率 N_F 之间有如下的关系：

$$\frac{1}{N_P}=\frac{1}{N_L}+\frac{1}{N_F} \qquad (14\text{-}39)$$

测试物镜的照相分辨率时，所用的底片和拍摄、冲洗条件都必须严格规定。

须指出，由于高对比分辨率检验图案与物镜所拍摄的景物有很大差别，测试结果并不足以断定该物镜的成像质量。但采用低对比的分辨率图案的测试结果与像质的好坏是一致的。

六、摄影物镜

摄影物镜属大孔径大视场系统，需要对各种像差作全面校正。但由于其光能接收器感光乳胶的粒子相对较粗，对像差的要求要比目视光学系统低得多，属大像差系统。按普通照相底片的分辨率，像的结构中小于 0.025～0.017mm 的细节就无法反映了。这一细节仅相当于理想系统在相对孔径为 1/35～1/25 时的分辨率。因此可以认为，摄影物镜的相对孔径小到 1/10 时就可算是理想的了。相对孔径大时，像差将随之增大，其像差容限要比显微物镜和望远物镜大 10～40 倍。正因如此，摄影物镜才具有比目视系统高得多的光学性能，同时具有大孔径和大视场。

摄影物镜在设计时、一般对无穷远物面校正像差。因为在作一般摄影时，拍摄距离总要比

物镜的焦距大得多。对于只对有限远物体摄影的物镜，应按最常用的拍摄距离或摄影倍率来进行设计。而对照相制版物镜，则常对一倍的倍率进行设计。

摄影物镜随相对孔径和视场大小的不同，结构型式繁多。只要结构不是很不合理或过于简单，七种初级像差一般都能校正到目标值。又因各种型式物镜的高级像差和像差特征不会有明显的变化，所以须从高级像差出发来选择结构型式，并使初级像差与高级像差合理平衡。

基于初级像差理论可以计算初始结构，但计算繁复，特别是高级像差较大，使初始结构与最后结果相差颇多，需经大量的像差平衡工作才能完成。除应用计算机进行像差自动平衡外，各种型式的物镜每年均有不少专利发表。从中选取一个适当的结果作为初始结构，对其作必要的修改和像差平衡，是设计工作中的一条捷径。下面仅介绍几种基本类型。

1. 匹兹凡型物镜

这是第一个依靠设计而制造出来的摄影物镜，于 1841 年由匹兹凡所设计，结构如图 14-60 所示，其相对孔径为 1/3.4，视场为 25 度。1878 年有人把这种物镜的后组改成双胶合镜组，使结构更为简单。这种物镜的结构对校正带球差有利，但由于正组分离而产生较大的匹兹凡和，使它只能有较小的视场，只适用于大孔径小视场的场合，长期来作为电影放映物镜使用。

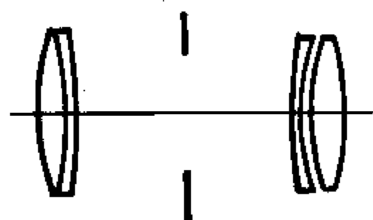


图 14-60

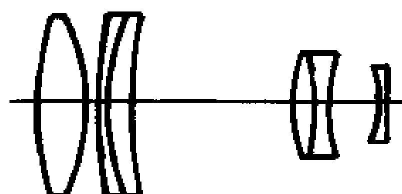


图 14-61

在像面附近加负场镜以校正匹兹凡和，可得到像质优异的设计结果，如图 14-61 所示。

2. 柯克三片式物镜(及天塞物镜和海利亚物镜)

柯克物镜由正负正分离的三片单透镜组成，如图 14-62。它是三片式物镜所能得出的必然结构型式，共有八个变数，是能同时校正七种像差的最简单结构。设计时玻璃的选择对结果有相当影响，一般正透镜宜用高折射率低色散玻璃，负透镜宜选低折射率高色散玻璃。这种物镜的相对孔径约为 1/4.5～1/3.5，视场约为 50 度，仍是目前普及型相机广泛采用的一种物镜。

天塞物镜和海利亚物镜都是可看成是由柯克物镜演变而成，分别如图 14-63 和图 14-64 所示。胶合面可用来改善高级彗差、像散和轴外球差。前者的相对孔径可达 1/3.5～1/2.8，视场约为 50～55 度，是比较流行的一种物镜。后者曾被广泛用于航空摄影。

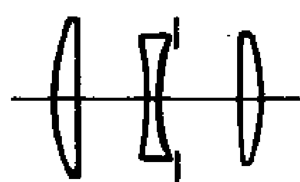


图 14-62

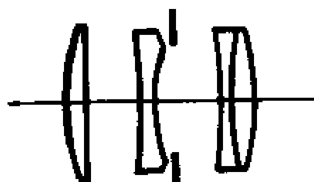


图 14-63

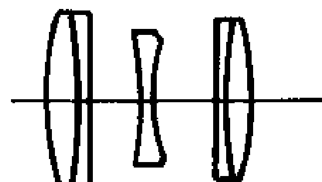


图 14-64

3. 双高斯物镜

是经常用于大相对孔径的摄影物镜之一，如图 14-65 所示，以厚透镜为基础加上薄透镜而成。由于小半径的面处于会聚光束中近于不晕的有利位置，可将球差校正得很好，对称型结

构使垂轴像差可以自动校正,并引用一个胶合面来校正色差。所以,这种物镜做成相对孔径1/2、视场45度毫无困难,是普遍应用的一种物镜。进一步提高其性能指标,将受到轴外球差和高级像散的限制。如把最后一块透镜分离成二块,可使其相对孔径提高到1/1.4。

4. 远距摄影物镜

为拍摄远距离目标并获得较大的像时,应采用正负透镜分离、正组在前的结构型式,以使主面前移,得到长焦距短工作距离的结果。一般,筒长可缩短到焦距的70%左右,图14-66是远摄物镜的基本结构。相对孔径一般为1/5.6,视场约30度。这种物镜由于主光线的角放大率偏离于1较大,使畸变的校正困难。如果焦距特别长,二级光谱也是一个主要问题。

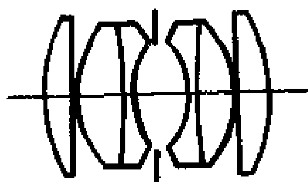


图 14-65

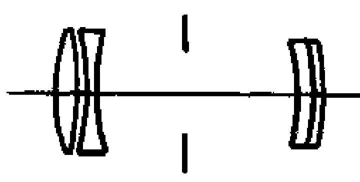


图 14-66

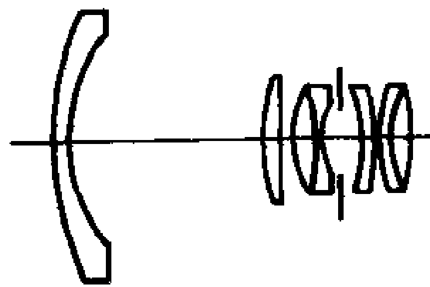


图 14-67

5. 反远距摄影物镜

与远摄物镜相反,这种物镜要求短焦距长工作距离。这就必须采用正负镜组分离、负组在前的结构型式,以使主面后移。图14-67是这种物镜的一个例子,焦距为35mm、相对孔径1/2.8、视场60度,工作距离约为35mm。现代135单反相机中、广角镜头的焦距短到28mm以下,视场为75度以上,需更复杂的结构。

6. 超广角物镜

视场角大于90度的摄影物镜属超广角物镜,常应用于航空测量工作中。该种物镜的结构型式都属对称型。

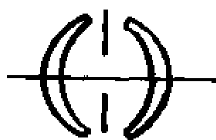


图 14-68

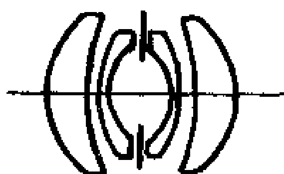


图 14-69

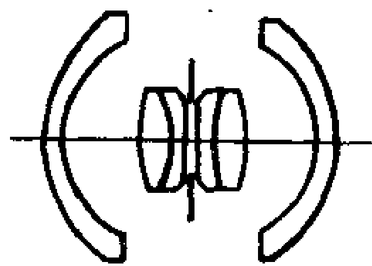


图 14-70

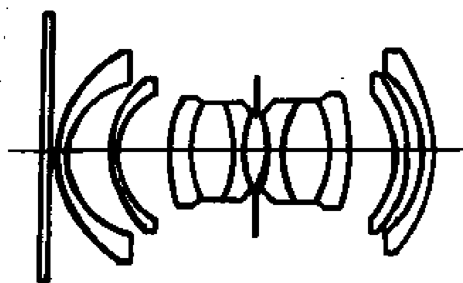
早期的超广角物镜是海普岗(Hypogon)物镜,由两块弯曲得很厉害的弯月形正透镜组成,如图14-68所示。尽管视场可达130度,因不能校正球差和色差,相对孔径仅为1/30~1/15,然而,它是很多其它超广角物镜的基础结构。

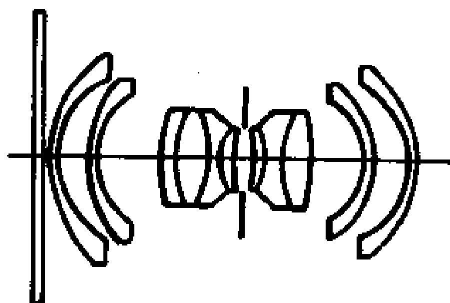
在海普岗物镜的基础上校正球差,可以得到托普岗(Topogon)物镜,如图14-69所示。为了校正球差,负透镜必须极度弯曲,接近与光阑同心,使视场可达100度,相对孔径比海普岗物镜有很大提高,但因消球差后负透镜半径很小,相对孔径只能在1/6.3以下。它的畸变校正也不理想,不能作精密测量之用。

前苏联学者设计了一种负正负对称型超广角物镜、称鲁沙尔25型物镜(Pyccap25),如图

14-70 所示，相对孔径为 1/6.3，视场角为 122 度，带畸变仅为 0.03%。

瑞士在 60 年代推出了一种称为阿维岗(Aviogon)物镜的超广角物镜，结构型式有图 14-71 和图 14-72 所示的两种：前者焦距 152mm，视场 90 度，后者焦距 88mm，视场 120 度。二者不仅畸变很小，且轴外的宽光束像差也校正得十分完善，相对孔径达 1/5.6。


图 14-71


图 14-72

广角物镜的一个重要问题是视场边缘照度的显著降低，在不计及轴外光束的渐晕时，就为视场中心照度的 $\cos^4 W'$。反远距型广角物镜可做到 $W'<W$，照度的降低还不显著；而对称型超广角物镜的 $W'\approx W$，当 $2W=120$ 度时视场边缘的照度仅为中心照度的 1/16，将使底片感光严重不均，是不能允许的。解决的方法：一是在物镜前加一透过率不均的中性滤光保护玻璃，以抑制视场中心的照度；二是利用光阑彗差，使轴外光束比轴上光束具有更大截面的像差渐晕，也可二种方法兼用。用第二种方法时，轴外点成像的照度公式应为

$$E'=E'_0\frac{S_y'}{S_{y0}'}\cos^4 W' \tag{14-40}$$

式中，S_y' 和 S_{y0}' 分别为轴外点和轴上点的成像光束在入瞳上的截面积。光阑彗差应使前者大于后者。上述鲁沙尔型和阿维岗型物镜可看成是由二个反远距型系统相向组成的对称型结构，正好做到了这一点。应用这一原理，可使照度按 $\cos^3 W'$ 的规律变化。当然，此时对轴外宽光束像差的校正将显得特别重要。

7. 变焦距摄影物镜

这是一种利用系统中某些镜组的相对位置移动来连续改变焦距的物镜，特别适宜于电影或电视摄影，能达到良好的艺术效果。变焦距物镜在变焦过程中除需满足像面位置不变、相对孔径不变或变化不大这两个条件外，还必须使各档焦距均有满足要求的成像质量。

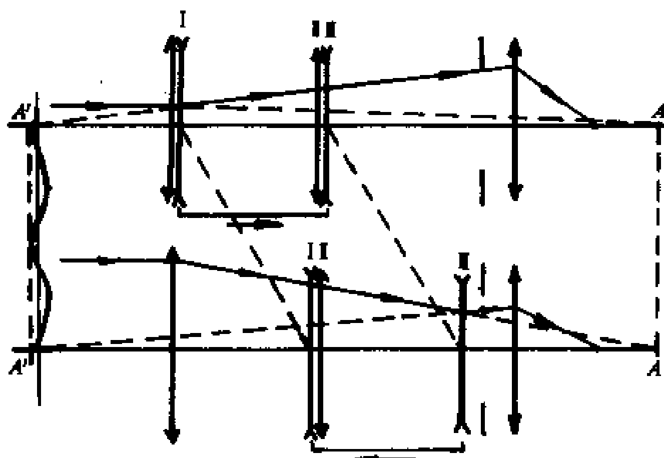


图 17-73

变焦或变倍的原理基于成像的一个简单性质——物像交换原则，即透镜要满足一定的共轭距可有两个位置，该二位置的放大率分别为 β 和 $1/\beta$。若物面一定，当透镜从一个位置向另一位置移动时，像面将发生移动，若采取补偿措施使像面不动，便构成一个变焦距系统。

变焦距系统有光学补偿和机械补偿二种，“前后固定组＋双组联动＋中组固定”构成光学补偿变焦距系统，使像面位置的变化量大为减小，如图 14-73 所示；“前固定组＋线性运动的

变倍组＋非线性运动的补偿组＋后固定组”构成机械补偿变焦距系统，使像面位置不动，如图14-74。各运动组的运动须由精密的凸轮机构来控制。

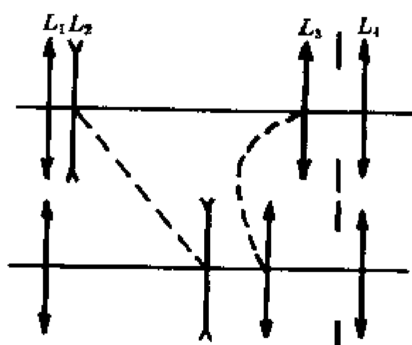


图 14-74

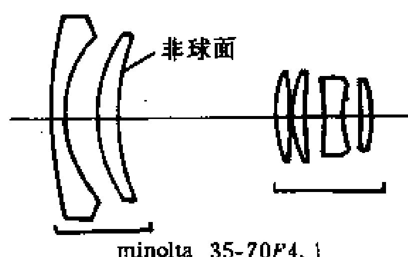


图 14-75

实际的变焦距物镜，为满足各焦距的像质要求，根据变焦比的大小，应对三、五个焦距校正好像差，所以各镜组都需由多片透镜组成，结构相当复杂。现在，由于光学设计水平的提高，光学玻璃的发展、光学塑料及非球面加工工艺的发展，变焦距物镜的质量已可与定焦距物镜相媲美，正向着高变倍、小型化、简单化的方向发展，并且不仅在电影和电视摄影中广泛采用，也已普遍用于普通照相机中。后者主要要求结构紧凑、体积小、重量轻，目前多采用二组元、三组元和四组元的全动型变焦距系统。图 14-75 是日本 Minolta 公司推出的一个成功的商品化实例，它是一个二组元全动型系统，并使用了一个非球面。有关变焦距镜头的详细设计方法请阅参考文献[11]。

§14-6 放映系统

放映系统是指那些将物体或影片经照明后放大成像于屏幕，以供观察的系统。它由照明物体的聚光镜系统和对物体成像的放映物镜二部分合理配置而成。

放映仪器有二类：一是用透射光成像的透射放映仪器，如电影放映机、幻灯机和放大照片的放大机等；另一类是对非透射图片成像的反射放映仪器。

一、透射放映时幕上的照度

设图片的亮度为 L_1，按公式(6-39)，幕上的照度分布为

$$E=E_0\cdot\cos^4W'=\pi k_2L_1\cdot\sin^2U'\cdot\cos^4W'$$

式中，E_0 为中心点照度，k_2 为放映物镜的透过率，W' 为像方视场角。一般，放映距离 l' 远较放映物镜的出瞳直径 D 大，U' 角很小，有 $\sin U'\approx\mathrm{tg}U'=D/(2l')$，再引入光瞳面积 S，上式化为

$$E=\frac{k_2L_1S}{l'^2}\cos^4W' \tag{14-41}$$

由于放映物镜的视场角小于 10 度，$\cos^4W'\approx1$，所以欲使幕上照度均匀，不同视场角的成像光束在物镜出瞳面上应有相同的截面积。如果物镜、聚光镜和图片之间的相互位置安排不当，这一要求是不能满足的。解决这个问题的合理办法是使图片紧靠聚光镜，同时使光源的像与物镜重合，如图 14-76 所示。此时图片上的各点均以相同孔径角的光束成像，可做到像面上照度均匀。

设光源的亮度为 L，则经聚光镜照明图片后，图片的亮度为 $L_1=k_1L$，k_1 是聚光镜的透过率。因 $l'>>f'_2$，可表示为 $l'\approx\beta_2f'_2$，并将式(14-41)中的 S 再用 D 表示，得

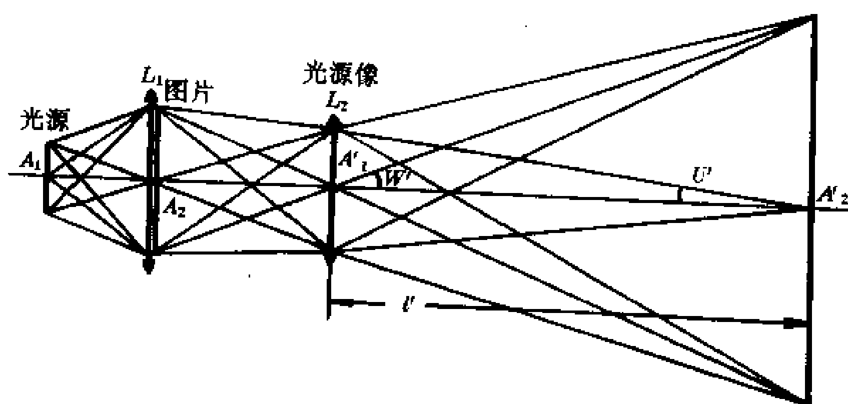


图 14-76

$$E=\frac{k_1k_2\pi L}{4\beta_2^2}(\frac{D}{f'_2})^2\cos^4W' \tag{14-42}$$

可见,透射放映时,像的照度与放映物镜的相对孔径平方成正比,与像的放大率平方成反比。

反射放映时,将从正向或侧向照明非透光图面,由其上的漫反射光来成像,像的照度很低。为此,除了需用大相对孔径的放映物镜和取较低的倍率外,还需提高照明光源的功率,以增大图面亮度。

二、放映系统中的聚光镜

放映系统中的聚光镜除了应与图片、放映物镜之间有合理的位置关系外,还应使图片和物镜的入瞳包容在它的照明光管内。后一要求可具体表达为:由光源和聚光镜组成的光管,其拉氏不变量 j_1 应大于或等于由物面和放映物镜所成光管的拉氏不变量 j_2。若光源的大小为 $2y_1$、聚光镜的孔径角为 u_1,图片大小为 $2y_2$,放映物镜的孔径角为 u_2,应有

$$y_1u_1\geqslant y_2u_2 \tag{14-43}$$

聚光镜除按上述原则来计算有关参数外,并无理想的成像要求,但要使像差尽可能小,以免一些光线不能通过放映物镜。如选用低色散玻璃减小色差,并采用使球差最小的透镜形状。放映仪器中常用的聚光镜系统有图 14-77、图 14-78 和图 14-79 所示的三种:第一种孔径角不大于 30 度;第二种加了一个齐明透镜,孔径角可达 45～50 度,并加了球面反射镜以提高光能的利用率;第三种是反射式照明系统,通常用椭球面反射镜,常用于小型电影放映机中,孔径角可达 70 度。

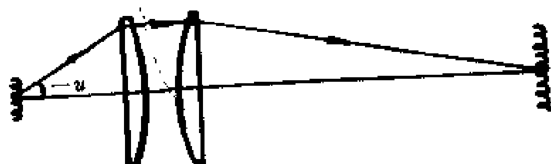
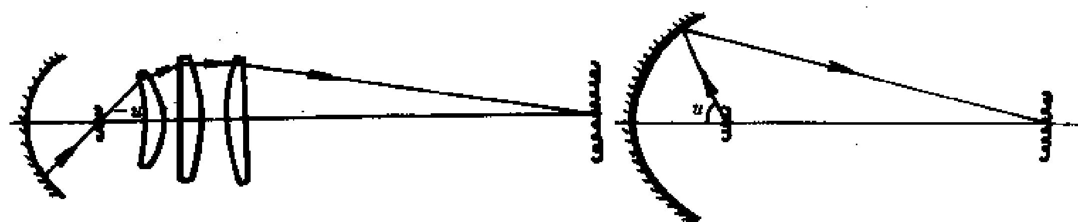


图 14-77



4-78

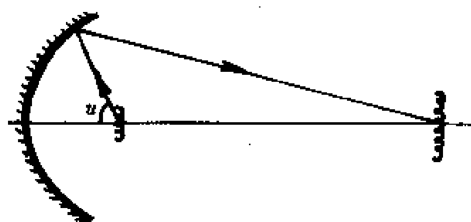


图 14-79

三、放映物镜

放映物镜除了应使放映像具有良好的像质外,还应有利于像照度的提高,故应有尽可能大

的相对孔径。电影放映物镜的相对孔径一般为1/2～1/1.2。在像质要求方面，显然球差、彗差、色差等宽光束像差应予特别重视。对于视场不大的电影放映物镜，常应用匹兹凡型物镜，因它对小视场范围内的物体有良好的像质。当视场较大或对像质有更高的要求时，应采用消像散物镜。常被采用的有柯克型、天塞型和双高斯型物镜。

当放映宽银幕影片时，需在放映物镜之前附加一个宽银幕镜头。因为这种影片的画幅尺寸与普通影片相同，只是在画面的宽度方向将景物压缩为正常景物的1/2倍，故放映时，应在影片的宽度方向给予2倍的单向放大，将影片中的变形景物恢复为正常的放映像。显然，这种镜头应在相互垂直的二个方向有不同的倍率。二个方向的倍率比称变形系数。

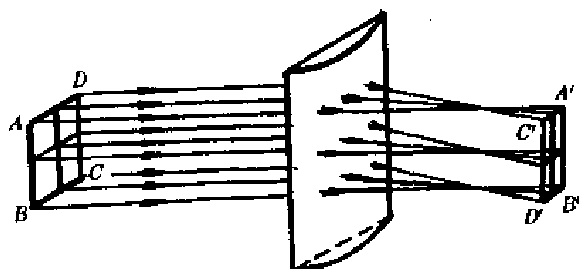


图 14-80

容易想到，宽银幕镜头需用柱面透镜来构成。图14-80画出了一个平凸柱面透镜的成像原理，它只在弧矢方向有放大作用，而子午方向则无。但它对物体所成的子午像与弧矢像并不重合，使得单组柱面透镜不能直接用作宽银幕镜头。

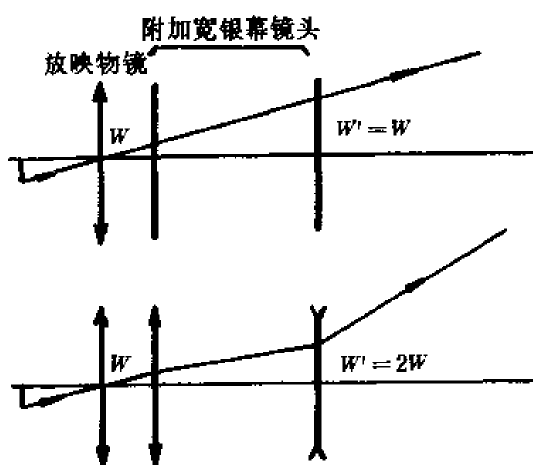


图 14-81

实际的宽银幕镜头是由母线方向相同的两组柱面透镜组成的伽利略望远镜系统。负的镜组朝向银幕，母线与银幕的上下同向。只要弧矢方向的角放大率等于变形系数，即能满足要求。图14-81画出了上下、左右二个方向的系统图。上下方向只相当于一个平板，左右方向相当于加了一个2倍的望远镜，使视场角扩大为原系统的2倍。当然，由于放映距离并非无穷远，该附加镜头不应处于真正的望远镜系统状态，应根据不同的放映距离调节二镜组之间的间隔，才能使子午像与弧矢像重合[12]。

习 题

1. 一双200度的近视眼，其远点在什么位置？矫正时应佩戴何种眼镜？焦距多大？若镜片的折射率为1.5，第一面的半径是第二面半径的4倍，求眼镜片二个表面的半径。

2. 一个5倍伽利略望远镜，物镜的焦距为120mm，当具有1000度深度近视眼的人和具有500度远视眼的人用它观察时，目镜分别应向何方向移动多少距离？

3. 晚间在灯下看书时，纸面被灯光所照明的照度为50lx，眼睛的瞳孔直径为4mm，设纸面为理想的漫反射表面，求网膜上的照度。

4. 有一16D的放大镜，人眼在其后50mm处观察，像位于眼前400mm处，问物面应在什么位置？若放大镜的直径为15mm，通过它能看到物面上多大的范围？

5. 有一显微镜系统，物镜的放大率$\beta_o = -40$，目镜的倍率为$M_e = 15$(设均为薄透镜)，物镜的共轭距为195mm，求物镜和目镜的焦距、物体的位置、光学筒长、物镜与目镜的间隔、系统的等效焦距和总倍率。

6. 一个显微镜系统，物镜的焦距为15mm，目镜的焦距为25mm，设均为薄透镜，二者相距190mm，求显微镜的放大率、物体的位置以及系统的等效焦距和倍率。如果用来作显微摄影，底片位于离目镜500mm的位置，问整个显微镜系统应向何方向相对于物面移动多少距离？整个系统的横向放大率为多少？

7. 一显微镜物镜由相距20mm的二薄透镜组成，物镜的共轭距为195mm，放大率为-10，且第一透镜承担总偏角的60%，求二透镜的焦距。

8. 有一望远镜，物镜的焦距为1000mm，相对孔径为1∶10，入瞳与物镜重合，出瞳直径为4mm，求望远镜的倍率Γ、目镜的焦距f_e'、望远镜的长度和出瞳的位置。

9. 有一7倍的望远镜，长度为160mm，求分别为开普勒望远镜和伽利略望远镜时物镜和目镜的焦距。如果这两种望远镜的物镜焦距相同，问此时伽利略望远镜的长度可缩短多少？

10. 有一双胶合的双筒棱镜望远镜物镜，其焦距$f'=150$mm，最后一面到像方焦点的距离为145mm，在其后加入普罗型转像棱镜组后，相当于加入二块各为48mm的平行平板，棱镜折射率为1.5，求此时像方主面和像方焦点离该物镜最后一面的距离。若在此物镜前加上一个2倍的伽利略望远镜，问整个系统的焦距是多少？像方基点的位置有无变化？

11. 一望远镜系统为转折光轴，在其物镜之后采用一块一次反射直角棱镜，其出射面距物镜焦平面上分划板20mm，折射率为1.5，物镜的焦距240mm，通光直径50mm，视场角$2W=8°$，计算棱镜的有关尺寸。

12. 有一玻璃圆棒，一端磨成$5D$的球面，另一端磨成$20D$的球面，长度为375mm，折射率为1.5，试问这是一个什么系统？主点在何处？

13. 有一利用双透镜组转像的望远镜系统，其物镜的焦距$f_o'=300$mm，目镜的焦距$f_e'=30$mm，二转像透镜的焦距分别为$f_1'=200$mm，$f_2'=300$mm，间距为250mm，系统的物方视场角$2W=4°$，在物镜的像方焦面上有一场镜，在目镜的物方焦面上有一分划板，物镜的通光直径60mm，为系统的入瞳。设所有透镜均系薄透镜，求：(1)系统的像方视场角；(2)场镜的直径和分划板的直径；(3)如果在第一转像透镜后100mm处设一光阑，且使主光线通过此光阑中心，求光阑的大小和场镜的焦距；(4)系统的出射光瞳位置和大小；(5)各个透镜保证能让轴上点边缘光线和视场边缘点的主光线通过的通光直径。(6)如果要求目镜能调节±5屈光度的视度，目镜应相对分划板移动多少距离？

14. 有一照相物镜，焦距$f'=50$mm，采用整组调焦方式。试求拍摄距离分别为0.8m、1m、1.5m、5m、10m时，物镜相对于底片平面为$l=-\infty$时的焦平面的调焦距离。若采用物镜中的前片进行调焦的方式，设前片的焦距为75mm，则前片的调焦量各为多少？

第十五章　典型光学镜头设计

光学镜头种类繁多，型式不一，由于其结构参数与像差之间的复杂的非线性关系，即使简单的镜头，也不能从像差要求直接求解得可用的结果。因此，镜头设计至今为止仍然是一个相当复杂的过程，即先根据镜头的性能参数和像差要求选定适当的结构型式，再基于初级像差理论求解或从文献中查取最佳的初始结构参数，然后对像差进行逐步平衡，直到满足像质要求。计算机的应用——光学设计 CAD 并没有改变这一过程，只是使这一过程的进程大为加快，使设计质量和效率大为提高而已。

从方法上看，除了一些较简单的镜头已有一套行之有效的设计方法外，对于较复杂的镜头，无论是初始结构参数的获得，还是像差的具体校正方法，并无一定的章程可循，且离不开大量的具体数据。由于本书并非是光学设计的专著，限于篇幅，只能就几个典型镜头，讨论其初始结构的计算方法，并一般地归纳一下镜头设计时校正像差的常用做法。

§15-1 简单物镜设计

简单物镜是指那些属于单组元的镜头，如胶合镜组、间隙很小的双分离镜组等。在一些性能要求不高的望远镜系统和低倍显微镜系统中，由于孔径不大，视场很小，常单独作为物镜被采用。同时，简单物镜也是一些复杂镜头的重要组成部分。

一、双胶合物镜

在小视场情况下使用的物镜，应校正色差、球差和近轴彗差。双胶合物镜虽只有三个变量，但在玻璃组合恰当时，有可能在给定焦距下同时校正好这三种像差。

双胶合镜组的球差校正是由胶合面的作用所致。由于胶合面二边的介质折射率差别较小，要产生足够的正球差来校正第一、三两面的负球差，必须具有较大的相对孔径，因此必存在大的正高级球差，它远大于一、三两面的负高级量之和，使镜组具有正的高级球差。为把边缘的带的球差校正为零，需用等量的负初级球差与之平衡，导致中间带残余负的球差，约为高级量的 1/4。因此，为保证像质，双胶合镜组的相对孔径不能任意提高。表 15-1 给出了用双胶合镜组作为望远镜物镜时，在不同焦距时的相对孔径。

表 15-1　双胶合望远物镜在不同焦距时的相对孔径

焦距 f'(mm)	50	100	150	200	300	500	1000
相对孔径 D/f'	1∶3	1∶3.5	1∶4	1∶5	1∶6	1∶8	1∶10

如果在物镜后有相当厚度的平行平板，物镜就需保留相当的负色差和球差来补偿平板产生的正的像差，等于减轻了胶合面的负担，可使相对孔径略为提高。另外，如果选用阿贝常数相差较大、折射率较高且相差也较大的玻璃对，也可使高级球差有少量减少。

众所周知，光学玻璃的折射率随波长的变短而增大，但火石玻璃比冕牌玻璃增大得快。这样，胶合面二边的折射率差 $\triangle n$ 随色光而异，有 $\triangle n_F > \triangle n_D > \triangle n_C$，而 $\triangle n$ 的变化对胶合面产生

球差的影响最为灵敏，波长变短时，胶合面上的正球差增加得多，其它两面上的负球差增加得少。因此，当对 D 光校正了球差后，F 光的球差必定过校正，而 C 光的球差必为欠校正，导致了球色差的产生。再当对带光校正了 F 光和 C 光的色差后，必残余负的近轴光色差和正的边光色差，且在数值上近似相等。这些就是双胶合物镜的基本像差特征。

双胶合物镜的初始结构参数，用第十二章的 P、W 方法易于求得。此外，由初级像差公式，用代数方法求解初始结构，再作适当的像差校正，也可较快地求得结果。

随着双胶合物镜像差要求的不同，合适的玻璃组合也随之不同。用 P、W 方法容易从 $\overline{P}_0^\infty$ 表中查找所需的玻璃对。考虑到高级像差不可太大，宜选用折射率差和阿贝常数差较大的。对于望远物镜，宜选冕牌透镜在前的形式。然后，根据其焦距和色差要求，按照公式(11-11)或(11-12)求得二透镜的光焦度 φ_1 和 φ_2，就可应用薄透镜的球差公式(8-25) 和正弦差公式(9-24)来求解结构参数。由于二式中只有一个变量 ρ_2，球差和正弦差一般不能同时满足，除非玻璃组合恰当，正好使这一变量能同时满足二个方程式。

下面举例说明消三种像差的双胶合望远物镜的设计过程。查得合适玻璃对为 K9+ZF2，其有关数据如下：焦距 $f'=100\text{mm}$，相对孔径 $D/f'=1:4$。

玻璃的光学常数为：

K9：$n_D=1.5163$，$\nu=64$，$n_F=1.52191$，$n_C=1.51385$；

ZF2：$n_D=1.6727$，$\nu=32.2$，$n_F=1.68749$，$n_C=1.66662$。

根据公式(11-11)计算消色差解得

$$\varphi_1=0.02013,\varphi_2=-0.01013$$

再根据公式(8-25)写出球差方程式。其中 $\alpha'_1=\alpha_2=\varphi_1=0.02013$，得

$$\delta' L_0=-(19090\rho_2^2+871.33\rho_2+9.943)=0$$

以上二次方程的判别式小于零，无球差为零的解。但该判别式的值甚小，表示负的球差极小值也甚小，因此，与此极值相对应的 ρ_2 值即可认为是消球差的解，得

$$\rho_2=-0.02282,\ r_2=-43.82$$

下面验证消正弦差的条件是否可同时满足。将以上算得的结果代入公式(9-24)得

$$\text{OSC}=-(1.3459\rho_2+0.03022)=0.00049$$

可见 OSC 值已很小(一般要求小于 0.0025)，表示球差和正弦差可同时得到校正。

胶合面半径求得以后，其它二个面的半径可由透镜的光焦度公式，即式(2-42)求出，有

$$\rho_1=0.01617,\ r_1=61.84,\rho_3=-0.007761,\ r_3=-128.85$$

至此，半径已全部求得。比较一下第十二章中用 P、W 方法对同样要求的双胶合物镜所求得的曲率半径，可见计算结果甚为一致。

求得透镜的表面曲率半径后，下一步是决定透镜的厚度。对于正透镜，应保证边缘具有一定的厚度 t_m，其值随透镜直径的增大而增大，可从光学仪器手册中查取。据此，中心厚度

$$d=x_1+t_m-x_2\approx\frac{D^2}{8r_1}-\frac{D^2}{8r_2}+t_m=\frac{D^2}{8f'(n-1)}+t_m \tag{15-1}$$

式中 x_1 和 x_2 为透镜二表面的矢高。一般将按上式算得的厚度值扩大凑整到小数点后一位。

对于负透镜，应保证中心有一定的厚度，也随直径大小而定。根据不同要求，可在 $d=(0.06\sim0.1)D$ 范围内选取。

本例中，取正透镜的厚度 $d_1=4$，负透镜的厚度 $d_2=2$，则得物镜的初始结构参数如下：

K9： $r_1=61.84$ $\qquad d_1=4$

ZF2：$r_2=-43.83$　　　$d_2=2$

$r_3=-128.85$

对 D 光的边缘光线($h=12.5$)、近轴光线和 F、C 光的带光线($h=8.8375$)进行光路计算后，求得边光的球差和带光的色差如下：

$$\delta L'_m=L'_m-l'=98.023-97.863=0.160$$

$$\delta L'_{ch,z}=L'_F-L'_C=97.967-97.906=0.061$$

可见，球差和色差均已校正过头。这是因为求初始解时，仅使初级球差和近轴色差为零的缘故，实际的像差主要表现为正的高级球差和正的球色差。这些像差须加以校正。校正的顺序应该是先色差、后球差，至于正弦差，只是依赖于正确选用玻璃来达到要求的。

色差的校正量不大时，一般修改最后一面半径，犹似在最后一块透镜上加上一块相同材料的薄透镜，使它所产生的色差正好与原有的剩余色差相抵消。由于色差校正量很小，所加薄透镜的光焦度也很小，可忽略它对球差的影响，故可对 F 光和 C 光应用高斯公式(4-8)，并相减得

$$\frac{L'_F-L'_C}{L'_FL'_C}-\frac{L_F-L_C}{L_FL_C}=-(n_F-n_C)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

式中：r_1 为原 r_3，r_2 为修改后的半径；L_F-L_C 为原有的带光色差；$L_F'-L_C'$ 为要求达到的色差，消色差时应为零。因所加薄透镜的光焦度甚小，分母中可认为 $L'_F\approx L_F$，$L'_C\approx L_C$，由此，上式成为

$$\frac{1}{r_{\text{要求的}}}=\frac{1}{r_{\text{原来的}}}+\frac{\delta L'_{ch\text{要求的}}-\delta L'_{ch\text{原来的}}}{(n_F-n_C)(L'_F\cdot L'_C)_{\text{原来的}}} \tag{15-2}$$

按此，上例消色差时应有的第三面半径可算得

$$r_3=-123.98$$

对这一面重作光路计算后，求得的像差如下：$\delta L'_{ch,z}=-0.001$；$\delta L_m'=-0.012$；$\delta f'=0.0355$；OSC$=0.00048$。

可见，按公式(15-2)来校正色差，效果是良好的。也可按第十三章所述用波色差的方法来计算色差和修改最后一面的半径，计算更为方便。由于双胶合物镜第三面对色差和球差的贡献都是负的，其半径变小时，负色差和负球差的值均有所增大，因此在校正好色差的同时，球差也正好得到了校正。

此物镜带光的球差和正弦差分别为 $\delta L'_z=-0.062$，$OSC_z=0.00034$ 应该说，所得的结果是良好的。

如果球差需要校正，一般采用对镜组作整体弯曲的方法。这样可基本上保持色差不变。整体弯曲的弯曲量 $\triangle\rho$ 易于由所需的球差校正量和已知的球差随 ρ_2 而变的方程式(8-25)求得。先将球差方程对 ρ_2 微分，再以 ρ_2 的原有解代入，可求得球差在该 ρ_2 处的变化率 $d\delta L'/d\rho_2$，由此，当弯曲某一微量 $\triangle\rho_2$ 时，所引起的球差变化量 $\triangle\delta L'$ 即可表示出来，于是有

$$\triangle\rho=\frac{\delta L'_{\text{要求的}}-\delta L'_{\text{原来的}}}{d\delta L'/d\rho_2} \tag{15-3}$$

按此式求得 $\triangle\rho$ 后，将其一一加到每一面原有的曲率上，即完成了整体弯曲。上例中的球差已经很小，无需再作整体弯曲。

如果要设计对有限远物体成像的双胶合物镜，只需在列出球差方程时将有限远的有关参数代入即可。

二、双分离物镜

此处的双分离物镜仅指二透镜以微小的空气间隔分开的物镜。由于 $r_2\neq r_3$，比双胶合物镜

多了一个自由变数，因此可对任选的二种玻璃同时消球差和正弦差。在简单物镜中，减小和校正带球差的有效方法是将正负二透镜适当分离。这是因为正透镜所产生的 $L'_2\sin U'_2$ 和 $l'_2u'_2$ 有很大差异，正好能使负透镜的第一面(即 r_3)，衍生出负的二级球差，部分地抵消了本身产生的正二级球差(称本征球差)，并且随间隔的增加，导致不可忽略的三级负球差。这样，对一定的玻璃组合在一定的相对孔径下，总可有一个恰当的空气间隔，使二个带的球差同时为零，故双分离物镜能承担较大的相对孔径。然而，带球差和正弦差同时受到空气间隔的影响，玻璃的挑选依旧影响到二者能否同时得到校正。大体上，原来能对双胶合物镜适宜于同时校正球差和正弦差的玻璃组合，也是双分离物镜所需要的玻璃对。

双分离物镜同样便于按初级像差公式求取初始结构，并易于用像差校正的有效方法求得结果。由于这种物镜的空气间隔很小，可用与双胶合物镜一样的方法求取消色差解 φ_1 和 φ_2。列出球差和正弦差的方程式时，可分别用 ρ_1 和 ρ_3 为变量，也可用 ρ_2 和 ρ_3 为变量。下面作一设计实例，物镜的参数和要求与上面所举双胶合物镜相同，即 $f'=100, D/f'=1:4$，玻璃仍为 K9 和 ZF2。

由于焦距和玻璃与上例相同，消色差解也必相同，即有 $\varphi_1=0.02013, \varphi_2=-0.01013$。以 ρ_2 和 ρ_3 为变量写出球差和正弦差方程式，可求得二组解：

$$① \begin{cases} \rho_2=-0.022455 \\ \rho_3=-0.022457 \end{cases} \qquad ② \begin{cases} \rho_2=0.014190 \\ \rho_3=0.053187 \end{cases}$$

各组解的其它二个面的曲率可根据各组的光焦度求得，有

$$r_1=60.478 \quad r_2=-44.533 \quad r_3=-44.530 \quad r_4=-135.19 \qquad ①$$

$$r_1=18.804 \quad r_2=70.472 \quad r_3=18.802 \quad r_4=15.689 \qquad ②$$

作为大孔径小视场的望远物镜，应选取第一组半径大的解。取正、负透镜的厚度为 4.5 和 2，空气间隔大小为 0.2，则得初始结构参数如下：

$r_1=60.48$	$d_1=4.5$	K9
$r_2=-44.53$	$d_2=0.2$	空气
$r_3=-44.53$	$d_3=2$	ZF2
$r_4=(-135.19)$		

根据对带光消色差的要求，可求得最后一面的半径为 $r_4=-132.93$，按此求得的像差为

$$\delta L'_m=-0.254 \qquad OSC_m=0.000577 \qquad \delta L'_{ch,z}=0.000$$

可见，球差和正弦差都须作进一步校正。校正的方法是分别改变二透镜的弯曲形状，其弯曲量 $\triangle\rho_2$ 和 $\triangle\rho_3$ 可应用与(15-3)类似的公式，即

$$\delta L'_{要求的}-\delta L'_{原来的}=\frac{d(\delta L')_1}{d\rho_2}\triangle\rho_2+\frac{d(\delta L')_1}{d\rho_3}\triangle\rho_3 \qquad (15\text{-}4)$$

$$OSC_{要求的}-OSC_{原来的}=\frac{d(OSC)_1}{d\rho_2}\triangle\rho_2+\frac{d(OSC)_1}{d\rho_3}\triangle\rho_3 \qquad (15\text{-}5)$$

欲按此式计算各透镜的弯曲量，需先从球差和正弦差方程式求取变化率，再代入方程(15-4)和(15-5)，解之得二透镜的弯曲量为

$$\triangle\rho_2=0.000240, \quad \triangle\rho_3=0.000039$$

由此，可得修改以后的结构参数，并按消色差要求算出 ρ_4，得

$$r_1=59.61 \quad r_2=-45.105 \quad r_3=-44.607 \quad r_4=-133.43$$

按此求得的球差和正弦差是

$$\delta L_m'=0.049 \quad OSC=-0.000096$$

可见，球差和正弦差均得到了应有的校正。略为校正过头的球差可单独对第二透镜作少量的弯曲以改善之，得最后的结构参数如下：

$r_1=59.61$　　$d1=4.5$　　K9

$r_2=-45.105$　　$d_2=0.2$　　空气

$r_3=-44.67$　　$d_3=2$　　ZF2

$r_4=-134.06$

对三种色光进行光路计算，计算结果和像差值列于表 15-2 中。

表 15-2　D光、F光和C光的光路计算结果和像差值

h	L'_D	$h/\sin U'$	L'_C	L'_F	$\delta L'$	OSC	$\delta L'_{ch}$
0	$l'=95.824$	$f'=99.3933$	95.884	95.802	0.000	0.000	-0.082
8.84	95.775	99.3513	95.814	95.814	-0.049	0.00007	0.000
12.50	95.823	99.3886	95.836	95.926	-0.001	-0.00004	0.090

由表中数值可见，物镜的像差已得到良好的校正，并且尽管只利用微小的空气间隙分离二透镜，其带球差（-0.049）已比双胶合物镜（-0.058）有所减小，足见双分离物镜空气间隔对高级球差的校正作用。如果把空气间隔再增大，可使带球差继续减小，以致能对某一中间带再校正好球差。下面就是一个增大 d_2 以后获得对二个带校正球差的结果：

$r_1=50.46$　　$d1=4.5$　　K9

$r_2=-47.33$　　$d_2=2.1$　　空气

$r_3=-43.43$　　$d_3=2$　　ZF2

$r_4=-175.12$

其光线追迹的结果和像差值列于表 15-3 中。

表 15-3　增大空气间隔 d_2 后光线追迹结果和像差值

h	L'_D	$h/\sin U'$	L'_C	L'_F	$\delta L'$	OSC	$\delta L'_{ch}$
0	$l'=91.8726$	$f'=100.057$	91.9309	91.8699	0.0000	0.0000	-0.0610
6.25	91.8702	100.047	91.9188	91.8909	-0.0024	-0.00008	-0.0279
8.84	91.8743	100.049	91.9122	91.9145	0.0017	-0.00010	0.0023
10.63	91.8768	100.056	91.9143	91.9363	0.0042	-0.00005	0.0220
12.50	91.8679	100.064	91.8932	91.9522	0.0047	0.00012	0.0590

图 15-1(a)和图 15-1(b)分别是根据表 15-3 和表 15-2 画出的三色球差曲线，二者比例相同。可见，前者在球差校正质量上非常优异，球色差也较后者有明显改善。

§15-2　凯涅尔目镜设计

一般而论，目镜是一种中小孔径、短焦距的大视场系统。据此，轴上点像差一般不予考虑，而只顾及轴外像差，主要是倍率色差、彗差和像散的校正。这里所谓校正像散，并不总是指校正为零。因为绝大多数目镜有较大的匹兹凡和，像散为零时像面甚为弯曲，能否允许，要决定于此弯曲的像面是否在眼睛的调节范围内。根据公式(14-16)，眼睛通过光学系统观察时，其调节深度与系统的焦距平方成比例，因而对于焦距较长的低倍目镜，调节深度大，依靠眼睛的调节

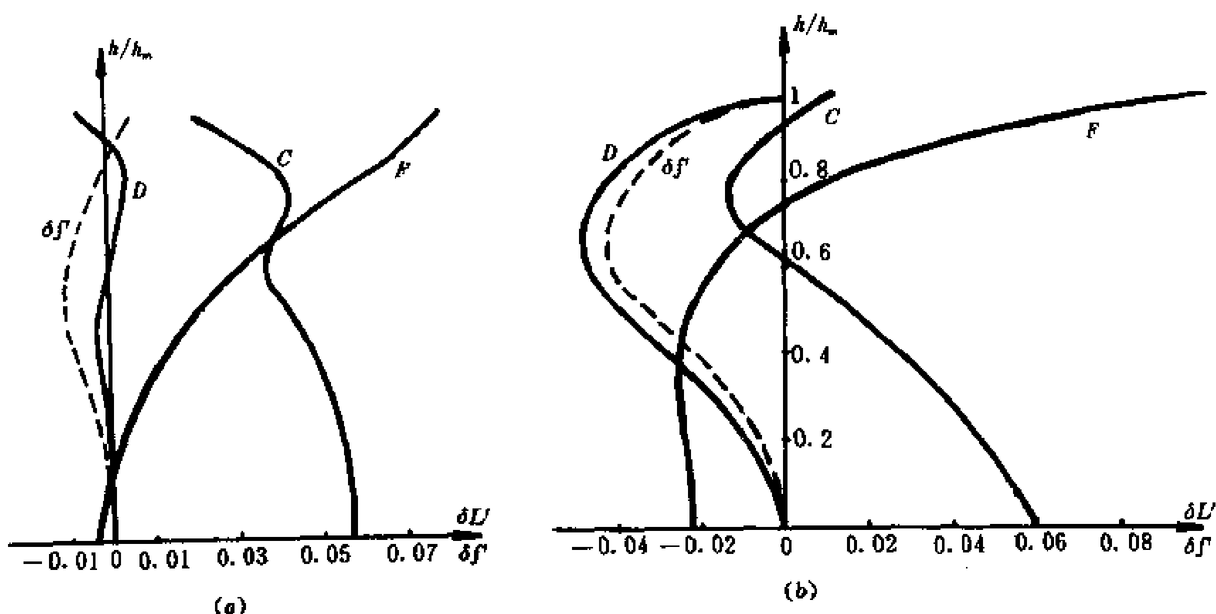


图 15-1

可以看清整个像面，此时宜把目镜的像散校正为零。反之，高倍的短焦距目镜，调节深度将小于匹兹凡面的弯曲量，就应使目镜具有适量的正像散以适当改善像面弯曲，一般使子午像面靠近或重合于高斯像面，即 $S_{\mathrm{I}} \approx -(1/4 \sim 1/2)S_{\mathrm{N}}$。至于倍率色差，考虑到与眼睛自身的色差相平衡，可以稍为校正不足一些。

目镜的型式很多，其中最简单的惠更斯目镜和冉斯登目镜由于结构型式一定，可变参数很少，设计计算简单，在此不予叙述。冉斯登目镜除倍率色差外，其它像差的校正性能都比较好。如果把这种目镜的单片接目镜改成双胶合组以改善倍率色差，就得到了凯涅尔目镜。这种目镜应用较多，下面就讨论其四步计算方法：

1. 高斯光学参数计算

即根据要求的镜目距 l_{p1}、工作距离 l_2' 和光瞳角放大率 γ 求解接目镜和向场镜的光焦度 φ_1 和 φ_2 及其间隔 d。图 15-2 是二条近轴光线在目镜中的光路，为计算方便，令 $h_1=1, f'=1, u_{p1}=-1$，于是有 $u'_2=1,\ j=1$。目镜的光焦度公式为

$$\varphi_1 + l'_2\varphi_2 = 1$$

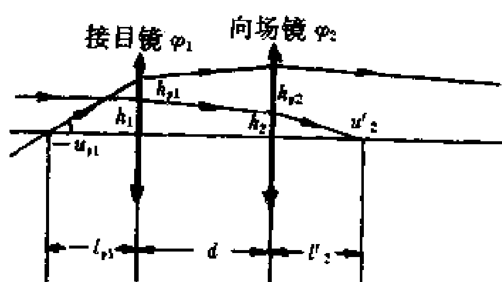


图 15-2

工作距离为

$$l'_2 = 1 - d\varphi_1$$

再将光瞳角放大率 $\gamma = u_{p1}/u'_{p2}$ 通过 h_{p2} 与 h_{p1} 的关系换算为三个未知量的关系，即

$$1 + l_{p1}\varphi_1 - 1/\gamma = [d(1 + l_{p1}\varphi_1) - l_{p1}]\varphi_2$$

联立以上三个方程，可由给定的 l_{p1}、l'_2 和光瞳的角放大率 γ 求解所需的 φ_1、φ_2 和 d。

2. 倍率色差的校正

要校正倍率色差，应满足公式(11-26)。显然，冉斯登目镜由于二条近轴光线在二透镜上的高度均为正值，不可能校正倍率色差。但当接目镜改成双胶合镜组，并使其有正色差时，则可使它的折合阿贝常数 $\bar{\nu}$ 为负值。这样，(11-26)式变成

$$C_1 = h_1 h_{p1}\frac{\varphi_1}{\nu_1} + h_2 h_{p2}\frac{\varphi_2}{\nu_2} = 0$$

将 h_2、h_{p2}分别用 h_1、h_{p1}表示，并最终表示成 d、φ_1、φ_2 的函数，代入上式得

$$\bar{\nu}_1 = -\frac{f'_2(l'_{p2}+d)/l'_{p2}-d}{f'_1-d}\nu_2 \tag{15-6}$$

这就是凯涅尔目镜消倍率色差时，接目镜所应有的折合阿贝常数值。式中

$$l'_{p2} = [l_{p1} - d(1 + l_{p1}\varphi_1)]\gamma$$

根据选定的向场镜玻璃，即可按式(15-6)由 ν_2 值求得接目镜的折合阿贝常数值。接目镜的色差参数为

$$C = \frac{\varphi_1}{\nu_1}$$

3. 计算双胶合接目镜组的像差

使凯涅尔目镜在给定的焦距和消倍率色差的条件下，利用计算双胶合镜组的像差基本参量 $\bar{P}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 和 $\bar{W}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 来达到同时满足 S_{I} 和 S_{II} 的要求。根据公式组(12-29) 可写出这两个方程，其中包含 $\bar{P}_{\mathrm{I}}^{\infty}$、$\bar{W}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 和 $\bar{P}_2$、$\bar{W}_2$。而由于场镜的形状是平凸透镜，有 $\rho_1 = 1/(n-1)$，其 $\bar{P}_2$ 和 $\bar{W}_2$ 可根据公式(12-30)、(12-31)和(12-26)、(12-27)求得。计算时要注意对场镜的规化条件，即将 φ_2 规化为1。

求出 $\bar{P}_2$ 和 $\bar{W}_2$ 后，即可将其代入 S_{I} 和 S_{II} 的公式(见式(12-29))解出凯涅尔目镜在校正彗差和像散时，双胶合接目镜组应有的像差参量 $\bar{P}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 和 $\bar{W}_{\mathrm{I}}^{\infty}$。

4. 计算目镜的结构参数

先由 $\bar{P}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 和 $\bar{W}_{\mathrm{I}}^{\infty}$ 之值按公式(12-42)计算 $\bar{P}_{0\mathrm{I}}^{\infty}$ 值，然后对由第二步求得的 C 值进行规化，即 $\bar{C}_1 = C/\varphi_1$，求取色差参量 $\bar{C}_1$，则可根据此二值挑选玻璃组合。接下去就可按第十四章所举实例的计算步骤求出双胶合接目镜的三个面的曲率。

向场镜系平凸透镜为整个目镜的第四和第五面，分别有

$$\rho_4 = 1/(n_2-1), \qquad \rho_5 = 0$$

于是，整个目镜各面的半径应为

$$r_1 = \frac{f'}{\rho_1\varphi_1}, \quad r_2 = \frac{f'}{\rho_2\varphi_1}, \quad r_3 = \frac{f'}{\rho_3\varphi_1}, \quad r_4 = \frac{f'}{\rho_4\varphi_2}, r_5 = \infty$$

§15-3 匹兹凡型放映物镜设计

匹兹凡型物镜由二组分离的正光焦度双胶合镜组组成。由于各组的偏角负担相对减轻，其高级球差是不大的。因此这种物镜的轴上点和近轴区有较高的像质，可具有较大的相对孔径，要做到 1∶2～1∶1.6 是没有问题的。但这种物镜为使其在消像散时，不致使二个双胶合镜组导致过小半径的不合理弯曲，二镜组间须有较大的分离间隔，因此匹兹凡和较大；再加这种物镜结构的不对称性，轴外点的像质必受到严重限制，因而视场较小，一般在 16 度以下。匹兹凡物镜的这种大孔径小视场的性能特征，正好适应电影放映物镜的需要。

由像差理论知，当组成系统的各镜组各自消色差时，系统的倍率色差也随之校正，因此匹兹凡物镜的二个双胶合组应各自校正色差。但球差和彗差则不能各自校正。为了对像散进行有效的控制，须把二个双胶合组作为一个整体来考虑，以便使 S_{I}、S_{II} 和 S_{III} 同时校正。

如欲对 S_{IV} 进行校正以改善轴外点像质或适当增大视场，可在近焦面处放一块负场镜。它对系统的总光焦度和上述像差影响很小，但可产生负的 S_{IV}，并可利用其整体弯曲来校正畸

变。但应用场镜会对结构设计带来不便。

下面以实例说明匹兹凡物镜的设计方法。设 $f'=100\text{mm}, D/f'=1:1.6, 2W=10°$。

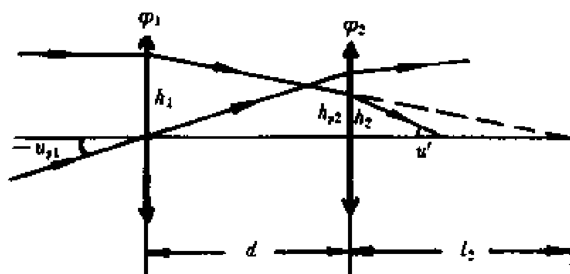


图 15-3

图 15-3 是二条近轴光线经匹兹凡物镜二个薄透镜组时的光路。设孔阑与前组重合。有 $h_{p1}=0$，并取规化条件：$\varphi=1, h_1=1, u_{p1}=-1$，则 $j=1$。

如果二镜平均承担偏角，应有 $h_1/f_1'=h_2/f_2'$。但考虑到具有短焦距的后组处于少产生高级球差的位置，可以承担较大的光焦度。这样，二镜组的间隔可大一些，有利于像散的校正。如取 $h_2/h_1=1/3$，则，当 $h_1=1$ 时 $h_2=1/3$，若取 $d=6$ 可得 $\varphi_1=0.417$ 再由总光焦度公式可求得 $\varphi_2=1.752$。又因 $h_{p1}=0$，$u_{p1}=-1$，则 $h_{p2}=-du_{p1}=1.6$。

至此，可根据公式组(12-29)写出校正 S_{I}、S_{II} 和 S_{III} 的条件：

$$S_{\text{I}}=h_1^4\varphi_1^3\overline{P}_1+h_2^4\varphi_2^3\overline{P}_2=0.0725\overline{P}_1+0.0664\overline{P}_2=0$$

$$S_{\text{II}}=h_2^3h_{p2}\varphi_2^3\overline{P}_2+j(h_1^2\varphi_1^2\overline{W}_1+h_2^2\varphi_2^2\overline{W}_2)=0.319\overline{P}_2+0.174\overline{W}_1+0.341\overline{W}_2=0$$

$$S_{\text{III}}=h_2^2h_{p2}^2\varphi_2^3\overline{P}_2+2jh_2h_{p2}\varphi_2^2\overline{W}_2+j^2\Sigma\varphi=1.530\overline{P}_2+3.274\overline{W}_2+2.169=0$$

上面三个方程式，共有四个未知数，不能直接求解。为此，选择一个未知数作为参变数，并挑选适当的数值以使所得像差参量有更恰当的值。设 $\overline{P}_2$ 为参变数，可解得：

$$\overline{P}_1=-0.916\overline{P}_2$$

$$\overline{W}_1=-0.918P_2+1.297$$

$$\overline{W}_2=-0.467P_2-0.662$$

由于 $l_1=-\infty$，$\overline{P}_1$ 和 $\overline{W}_1$ 就是前组的像差基本参量 $\overline{P}_1^\infty$ 和 $\overline{W}_1^\infty$。接下去需把后组的 $\overline{P}_2$ 和 $\overline{W}_2$ 应用公式(12-27)和(12-26)变换成 $\overline{P}_2^\infty$ 和 $\overline{W}_2^\infty$。为此，须求出第一近轴光线入射于后组的角度 u_2 的规化值。因有 $l_1=-\infty$，故 $\overline{u}_2=1/(l_2\varphi_2)=0.715$。将其代入式(12-26)和式(12-27)可得

$$\overline{W}_2^\infty=-0.467\overline{P}_2+1.268$$

$$\overline{P}_2^\infty=-0.336\overline{P}_2+2.092$$

再应用公式(12-42)由 $\overline{P}^\infty$ 和 $\overline{W}^\infty$ 求 $\overline{P}_0^\infty$：

$$\overline{P}_{01}^\infty=-0.716\overline{P}_2^2+1.327\overline{P}_2-1.755$$

$$\overline{P}_{02}^\infty=-0.185\overline{P}_2^2+0.782\overline{P}_2+0.407$$

从 $\overline{P}_{01}^\infty$ 的公式可见，$\overline{P}_2$ 取任意值时，$\overline{P}_{01}^\infty$ 均为负值。大的负 $\overline{P}_{01}^\infty$ 会导致双胶合镜组的小半径，对高级球差不利，因此所取的 $\overline{P}_2$ 应使 $\overline{P}_{01}^\infty$ 为极小。因此令 $d\overline{P}_{01}^\infty/d\overline{P}_2=0$，得

$\overline{P}_2=0.927$，将其代入 $\overline{P}_{01}^\infty$ 和 $\overline{P}_{01}^\infty$ 表达式，得

$\overline{P}_{01}^\infty=-1.14, \overline{P}_{02}^\infty=0.973$

接下去的步骤与前相同，不再重复。

在算出各面的曲率半径之后，应对各透镜组给以应有的厚度，并求出前后组的主面位置 $l'_{H前}$ 和 $l_{H后}$，以便计算二镜组之间的间隔。至此，即可计算像差并作像差校正和平衡了。

§15-4 双高斯型摄影物镜的设计

双高斯型物镜(图 14-65)属对称型结构。前已知道，结构完全对称的系统对负一倍位置成像时，对称面上的垂轴像差大小相同，符号相反，是一一抵消的。这样，从设计方法上来讲，应先对其半部即光阑之前或光阑之后的部分消除轴向像差。但这样的系统对无穷远物体成像时，在对称面上的垂轴像差虽仍符号相反，数值上却因轴向像差分布的变化而不相同，导致各种像差的重新出现，需对结构参数作适当的失对称后才能重使各种像差获得平衡。

双高斯物镜半部系统校正轴向像差的思想是：用具有给定光焦度的弯月形厚透镜校正匹兹凡和；加无光焦度双薄透镜于厚透镜之后，把其中的负透镜贴合于厚透镜上(如图 15-4)，利用弯曲正透镜来校正球差；再用孔径光阑位置校正像散；最后，将厚透镜改成双胶合组来校正位置色差。

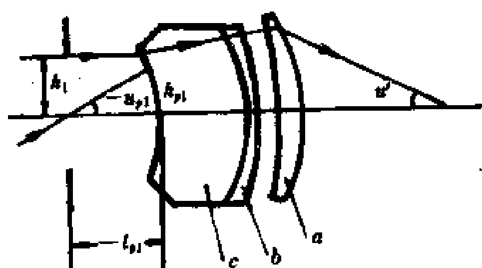


图 15-4

首先考虑弯月形厚透镜的结构参数。根据公式(10-13)，弯月形厚透镜的匹兹凡和

$$S_N=j^2\frac{n-1}{n}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

取规化条件：$\varphi=1$，$h_1=1$，$u_1=0$ 和 $u_{p1}=-1$ 时，有 $j=1$，则 S_N 和光焦度的表示式可改写为

$$S_N=\frac{n-1}{n}(\rho_1-\rho_2)$$

$$\varphi=(n-1)(\rho_1-\rho_2)-\frac{d(n-1)^2}{n}\rho_1\rho_2=1$$

根据选定的玻璃 n、透镜的厚度 d 和 S_N 值，即可由上面二组公式求得光焦度为 1 时的厚透镜的半径。于是，对于任意物体和光阑位置时的像差就完全确定了。

按式(12-22)在规化条件下可推得厚透镜 c 的球差系数 $S_Ⅰ$。为校正厚透镜的球差，加入由薄透镜 a 和 b 组成的无光焦度系统，并将负透镜 b 贴合于 c 上。显然应有 $\varphi_a=-\varphi_b$，且应满足

$$\sum S_Ⅰ=S_{Ⅰc}+S_{Ⅰb}+S_{Ⅰa}=0$$

再考虑到 $h_a=h_b$，为方便计，取 $n_a=n_b=n_c$，得

$$\sum S_Ⅰ=S_{Ⅰc}+h_a^4\varphi_a^3(\overline{P}_a-\overline{P}_b) \tag{a}$$

负薄透镜 b 因贴合于厚透镜 c 上，其第一面半径与厚透镜的第二面半径相同，是已知值，因此透镜 b 的 $\overline{P}_b$ 值是确定了的。但因其已知面是第一面，须以反向光路来处理，才能把 $\overline{P}_b$ 表示成与透镜 a 相同的形式。透镜 b 反向光路时的有关量与透镜 a 正向光路时的相应量之间有如下关系：

$$\bar{u}_{b反}=\bar{u}_a=\bar{u}$$

$$\overline{P}^{\infty}_{0b反}=\overline{P}^{\infty}_{0a} \tag{15-7}$$

由公式(12-27)和(12-35)写出 $\overline{P}_a$ 和 $\overline{P}_b$ 的表达式，并代入公式(a)，即可得出半部系统消球差时的 $\overline{P}_a^{\infty}$ 值，由(12-30)式即可求得透镜 a 的 ρ_1 值。这样，各面的曲率半径即可计算出来。但此系 $\varphi_a=1$ 时的值，实际的曲率应乘以 φ_a 的实际值。同样可得透镜 b 各面的曲率。由于透镜 b 与 c 连同一体，且玻璃相同，所以半部系统暂时只有四个面。

再接下去就可计算消像散时的光阑位置。可根据上面已确定的半部系统的结构参数，对任给的光阑位置，例如 $l_{p1}=0$ 来计算实际的 $\sum S_Ⅱ$ 和 $\sum S_Ⅰ$、$\sum S_Ⅲ$，然后由公式(12-9) 求得 k 值。实际

上，半部已消球差，$\Sigma S_{\text{I}} \approx 0$，应有

$$k=\frac{h_{p1}^{*}-h_{p1}}{h_1}=-\frac{\Sigma S_{\text{II}}}{2\Sigma S_{\text{I}}}$$

按此式求得 h_{p1}^{*} 后，即可算出消像散的光阑位置 $l_{p1}^{*}=h_{p1}^{*}/u_{p1}$。

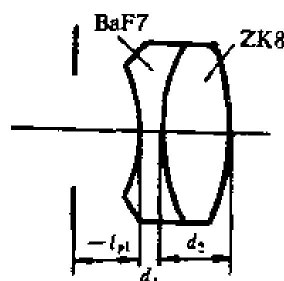


图 15-5

通过计算解出各结构参数后，还应在厚透镜中加入胶合面校正位置色差。我们认为所加胶合面应是 n 相同而 ν 不同的玻璃的分界面，如BaF7 和 ZK8，它们的 D 光折射率都是 1.6140 。这样胶合面将不影响单色像差而可产生要求的色差，若取负透镜的厚度为 d_1，则正透镜的厚度应为 $d_2=d-d_1$，如图 15-5 所示。

对上面已求得的半部系统作近轴光线计算，求出其位置色差系数 ΣC_{I}。为使胶合面起到校正色差的作用，胶合面的色差贡献应是

$$C_{\text{I}}=hni\left(\frac{dn'}{n'}-\frac{dn}{n}\right)=-\Sigma C_{\text{I}}$$

其中 $dn'/n'-dn/n$ 可根据所选玻璃算出，而 h 可由光线经第 1 面的光路计算结果算出，则光线在胶合面上的入射角 i 即可获得，于是胶合面的半径即可算出。

以上求得的半径是半部系统的焦距为 1 时的值。至于间隔，d_1 是厚透镜的厚度，已经取定；d_2 可取一小值；d_3 是透镜 a 的厚度，可根据透镜边缘应有的最小厚度来算出。

然后，为把二个半部系统组合成一个有一定焦距的全对称系统，需按照光组组合的原理，求出半部系统的焦距与全系统焦距间的关系。为此，需根据已得计算结果求出两个半部系统的主面位置，并计算加进 d_3 和 d_4 后半部系统的实际焦距值 $f'_{\text{半}}$，然后由公式(4-30)求出 $f'_{\text{全}}$。但此时求出的 $f'_{\text{全}}$ 是规化值，要将其折算成实际焦距值，需对各半径和间隔都乘以一个放大系数

$$K=\frac{f'_{\text{实际}}}{f'_{\text{全}}}$$

至此，就得到了整个对称系统的初始结构参数。

上面计算所得的结果，只对负一倍成像位置校正了全部初级像差，而当以它来对无穷远物体成像时，像差将发生变化，其变化量可由物体位置移动对像差的影响的公式组(12-13) 得出。若光阑球差得到校正或数值很小，像差随物体位置改变而引起的变化量是不会很大的。尽管如此，即使引起不大的像差变化也是不能允许的，还需对系统的结构参数加以修正。

通常的做法是使修正以后的系统，保持其第一近轴光线在每一折射面上，具有与对称系统相应面上相等的偏角，即 $u_i'^{\infty}-u_i^{\infty}=u_i'-u_i(i=1,2,\cdots,k)$，据此可以计算出各面的 $u_i'^{\infty}$，随后求出 $u_1^{\infty}=0$ 的光线在各折射面上的高度 h_i^{∞}。但计算时应保持光线在光阑面上的高度与负一倍的对称系统相同。可以从光阑面开始，分别向前和向后算出各面的高度。最后，按公式(2-12)计算各面的曲率半径。

至此，初始结构参数的计算已告完成，可作像差计算和进一步的像差校正了。

从上面的讨论可知，双高斯物镜能满足初级像差的解一定是很多的，因为我们能选择的自由度就有厚透镜的厚度 d、玻璃的折射率 n 和薄透镜的光焦度 φ 等三个。该如何来考虑这三个变量的取值？这得从双高斯物镜的像差特征上去了解。

双高斯物镜的主要像差特征是具有较大的正的轴外球差和负的高级像散。这是因为第一个小半径的发散面(即全组系统的第 4 和第 5 面，如图 15-6)上产生大量的正球差，而光阑又偏离其球心较远，导致了大量的轴外正球差。而产生大量负球差的第 2 面(全组的第 3 和第 6 面)，则因其与光阑比较接近同心，产生的轴外负球差甚小，因而正、负不能相抵而遗留下大的轴外正球差。另外，产生负像散的第 3 面(全组的第 2 和第 7 面)上，i_z 角比产生正像散的第 1

面(全组的第4和5面)要大，因而有较大的高级负像散。

据上分析，可以得出一个如何选取初始解，以使双高斯物镜的二个主要缺陷得以克服的定性判断，就是要使校正好初级像散的光阑位置尽可能接近第1面的球心，与此同时，使正薄透镜弯向光阑以减小轴外正球差和高级负像散。此外，从轴上点像差来考虑，还应使各折射面具有较大的半径。这些要求都与厚透镜的d、n和薄透镜的φ有关，分述如下：

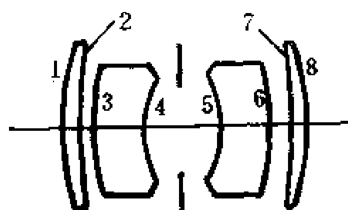


图 15-6

1. 弯月形厚透镜的厚度d

计算表明，厚透镜的曲率半径在n和S_N给定时，随其厚度的增大而增大，则第1面产生的正球差将随之减小，导致正薄透镜不需弯向光阑就能把球差校正了。显然，这对大孔径的情况是有利的，对大视场系统则不利。

2. 折射率n

对于轴上光束，n小d大时的半径和球差几乎与n大d小时的情况等价。但前者使主光线在薄透镜上的高度增大，对轴外像差的校正显然是不利的。因此，为在大孔径的同时能兼顾大视场，应该在可能的范围内增大折射率而减小厚度。同时，考虑到在厚透镜中加胶合面以校正色差的需要，应选择这样的折射率，使得有多种等折射率不等色散的玻璃可供替换。

3. 薄透镜的光焦度φ

φ的大小不同时，薄透镜的弯曲状况ρ_{s1}也不相同，随之消像散光阑位置也有所差异。为在较大的视场情况下使轴外像差尽可能小，应使正薄透镜尽量弯向光阑，即有大的ρ_{s1}值。此时必定要有大的$\bar{P}_s$值。在厚透镜的球差一定时，$\bar{P}_s$随φ而变，使$\bar{P}_s$取极大值时的φ值就是我们要选取的。计算表明，当$n\approx1.6$，d在0.05～0.1时，φ的最佳值为1.25～1.5。

综上所述，这三个参数的选取应是：n越大越好，φ在1.25～1.5之间选取，d值视情况而异，大孔径小视场时d宜大，小孔径大视场时d宜小。

此外，考虑到与高级像散的平衡，S_N不宜取零，可取一正的不大的值，如0.1。

§15-5 像差校正的一些常用方法

按前几节应用初级像差理论求解初始结构参数的方法，最多只能满足初级像差的要求，并且随着系统中各组元光焦度的分配、玻璃的选取和对某些参数的选择的不同，满足初级像差的解会是很多的。而其中往往只有少数的解有实用意义。这就需要进行全面、系统的计算、分析、归纳，以求得较好的初始解。一个好的初始解，应该是像差分布合理、透镜弯曲恰当，特别是高级像差不能很大。要获得这样的解，并非易事。

校正了初级像差的解并不是直接能够应用的解。特别是当系统比较复杂、相对孔径和视场都较大时，初始解与最后的结果之间，差别就会更大。这表明，从一个初始解到成为一个可实用的解，尚需进行大量的像差校正和平衡工作。由于光学系统的种类很多，要求不一，其结构型式又千差万别而具各自的像差特征，尽管已有许多颇为实用的光学自动设计程序问世，在操作中仍然需要很多的人工干预，设计工作不可能完全由计算机完成。同时，好的计算机软件也必须由人来设计。因此我们仍必须了解如下校正光学系统像差的原则和常用方法。

首先，各光组以至各面的像差分布要合理。在考虑初始结构时，可将要校正的像差列成用$\bar{P}$、$\bar{W}$表示的方程组，这种方程组可能有多组精确解，也可能是病态的，或无解。若是前者，应选

一合理的解；若是后者，应取最小二乘解。总之，有多种解方程组的算法可资利用，在计算机上实现并不困难。然后，应尽量做到各个面上以较小的像差值相抵消，这样就不致于会有很大的高级像差。在此，各透镜组的光焦度分配、各个面的偏角负担要尽量合理，要力求避免由个别面的大像差来抵消很多面的异号像差。

其次，相对孔径 h/r 或入射角很大的面一定要使其弯向光阑，以使主光线的偏角或 i_z 角尽量小，以减少轴外像差。反之，背向光阑的面只能有较小的相对孔径。

第三，像差不可能校正到完美无缺的理想程度，最后的像差应有合理的匹配。这主要是指：轴上点像差与各个视场的轴外像差要尽可能一致，以便能在轴向离焦时使像质同时有所改善；轴上点或近轴点的像差与轴外点的像差不要有太大的差别，使整个视场内的像质比较均匀，至少应使 0.7 视场范围内的像质比较均匀。为确保 0.7 视场内有较好的质量，必要时宁愿放弃全视场的像质（让它有更大的像差）。因为在 0.7 视场以外以非成像的主要区域，当画幅为矩形时（如照相底片），此区域仅是像面一角，其像质的相对重要性可以较低些。

第四，挑选对像差变化灵敏、像差贡献较大的表面改变其半径。当系统中有多个这样的面时，应挑选其中既能改良所要改的那种像差，又能兼顾其它像差的面来进行修改。在像差校正的最后阶段尚需对某一、二种像差作微量修改时，作单面修改也是能奏效的。

第五，若要求单色像差有较大变化而保持色差不变，可对某个透镜或透镜组作整体弯曲。这种做法对除色差和匹兹凡和以外的所有像差均属有效。

第六，利用折射球面的反常区。在一个光学系统中，负的发散面或负透镜常是为校正正透镜的像差而设置的，它们只能是少数。因此，让正的会聚面处于反常区，使其在对光束起会聚作用的同时，产生与发散面同号的像差就显得特别有利。设计者应善于利用这一性质。

第七，利用透镜或透镜组处于特殊位置时的像差性质。例如，处于光阑位置或与光阑位置接近的透镜或透镜组，主要用于改变球差和彗差（用整体弯曲方法）；远离光阑位置的透镜或透镜组，主要用来改变像散、畸变和倍率色差。在像面或像面附近的场镜可以用来校正像面弯曲。

第八，对于对称型结构的光学系统，可以选择成对的对称参数进行修改。作对称性变化以改变轴向像差，作非对称性变化以改变垂轴像差。

第九，利用胶合面改变色差或其它像差，并在必要时调换玻璃。可以在原胶合透镜中更换等折射率不等色散的玻璃，也可在适当的单块透镜中加入一个等折射率不等色散的胶合面。胶合面还可用来校正其它像差，尤其是高级像差。此时，胶合面二边应有适当的折射率差，可根据像差的校正需要，使它起会聚或发散作用，半径也可正可负，从而在像差校正方面得到很大的灵活性。同时，在需要改变胶合面二边的折射率差以改变像差的性态、或微量控制某种高级像差，以及需要改变某透镜所承担的偏角等场合，都能通过调换玻璃而奏效。

第十，合理的拦截光束和选定光阑位置。孔径和视场都比较大的光学系统，轴外的宽光束常表现出很大的球差和彗差，使 $y' \sim \mathrm{tg}U'$ 特性曲线上下很不对称。原则上，应首先立足于把像差尽可能校正好，在确定无法把宽光束部分的像差校正好的情况下，可以把光束中 y' 值变化大的外围部分光线拦去，以消除其对像质的有害影响，并在设计的最后阶段，根据像差校正需要最终确定光阑位置。

最后值得指出，在像差校正过程中，重要的问题是能够判断各结构参数，包括半径、间隔、折射率等对像差变化的影响倾向。知道这种倾向，像差校正就不致盲目从事。一般讲，像差随结构参数而变化的定性判断是能够作出，至少是能够部分作出的。但要把握每一结构参数对所有像差的影响，特别是对最终像差的综合影响是不可能的。因此，逐个改变结构参数，求出各参

数对各种像差影响的变化量表是十分必要的。这也是光学自动设计过程的必经之路。另外，如果像差难以校正到预期的要求，或希望所设计系统在光学性能，即孔径或视场上要有所扩大时，也常采用复杂化的方法，如把某一透镜或透镜组分为二块或二组，或者在系统的适当位置加入透镜（例如在会聚度较大的光束中，加齐明透镜）等。

以上仅一般地归纳了在像差校正和平衡阶段可能采取的一些做法。具体如何应用和实施，离不开对具体系统的实际像差分布情况的分析，即使是在光学自动设计已相当普及的今天，也少不了对像差理论的掌握和实际经验的积累。所以，只有通过设计实践，才能学会和掌握对具体系统应用上述做法进行像差校正的能力。

习 题

1. 应用薄透镜的初级球差和色差的公式，计算一个消色差和消球差的双胶合望远物镜。要求 $f'=100\text{mm}$，$D/f'=1:4$，冕牌玻璃在前，玻璃为 K8（$n=1.516$，$\nu=56.8$）和 ZF2（$n=1.6727$，$\nu=32.2$）。

（1）求出二个消球差的 ρ_2 解，并取其平均值由求解公式计算其球差值；

（2）对上面所得的三个 ρ_2 分别应用初级正弦差公式(9-24)计算相应的 OSC 值，并在同一坐标系中画出初级球差和正弦差相对于 ρ_2 的变化曲线，回答这一对玻璃能否在消色差的情况下同时校正球差和正弦差？

（3）若在物镜后面有一块 50mm 厚的平板，所求得的结果与无平板时相比哪个好？

2. 与上题相同要求的双胶合物镜，若应用 K9（$n=1.5163$，$\nu=64.1$）和 ZF2 玻璃，即与本章第一节第一个例子相同，根据其在消色差时已得出的初级球差和正弦差随 ρ_2 而变的方程式，求：

（1）分别以 $\rho_2=-0.032$，-0.022，-0.012 三个值计算出 $\delta L'_0$ 和 OSC_0 的三组值；

（2）在同一图中画出 $\delta L_0'$ 和 OSC_0 随 ρ_2 而变的曲线，并据理回答这对玻璃能否同时校正色、球、彗三种像差？

（3）分析比较第 1、2 两个题目，能得出双胶合望远物镜设计的什么重要结论？

3. 如果因双胶合物镜的初始结构不佳还存在较大的色差、球差和正弦差时，试据理回答

（1）设色差过校正（即 $\delta l'_{ch}>0$），并以修改最后一面半径 r_3 来校正时，半径值应增大还是减小（以 $r_3<0$ 和 $r_3>0$ 两种情况来回答），此时将导致物镜的焦距增大还是变小？

（2）设 OSC 过校正，并以整体弯曲来校正，应向何方向弯曲，即 $|\rho_2|$ 值应增大还是减小？

（3）设 $\delta L'_0$ 过校正，且与 OSC 同号，若用整体弯曲来校正，应向何方向弯曲？反之，二者异号时，弯曲方向又如何？

4. 有一双筒棱镜望远镜的双胶合物镜，$f'=150\text{mm}$，$D/f'=1:4$，$2W=8°$，在其后面的普罗型转像棱镜系统的二块二次反射直角棱镜，展开成平板后具有 104mm 的总厚度，材料为 K9 玻璃，要求对整个系统校正色差、球差和正弦差，试用 P、W 方法求解物镜的初始结构。

5. 用第 1 题所用的玻璃，求解一个微小间隙的双分离望远镜物镜。要求 $f'=100\text{mm}$，$D/f'=1:4$，$2W=8°$，同时校正色、球、彗三种像差。该初始结构一般不能达到实际像差良好的结果，还需作结构参数适量的调整。再据理回答：

（1）色差过校正时（按此解，近轴光消色差时带色差必过校正），若修改正透镜光焦度 φ_1，则应增大还是减小？若改变负透镜的光焦度 φ_2，又该如何？

(2)若球差过校正，且用弯曲第一块正透镜来修改时，弯曲方向应如何?而用弯曲负透镜来修改时，又如何根据近轴光线的光路数据来判断其弯曲方向？

(3)与双胶合物镜相比，双分离型式的物镜在像差校正方面有什么特点和好处？

6. 在设计大像差系统，如照相物镜常运用调换等折射率不等色散的玻璃来校正色差。若已知一个系统的波色差过校正，欲调换正透镜的玻璃，其色散 δn 应增大还是减小？调换负透镜的玻璃时，又该如何？

7. 在校正和平衡像差阶段，如果以修改单个表面来减小各种像差，据理回答分别应怎样修改；如果改变系统中透镜的弯曲，可使那些像差变化？欲减小这些像差透镜的弯曲方向如何？

8. 在对称型系统中对对称结构参数作对称性改变时，会引起像差的如何变化?对对称参数作非对称改变时，会引起像差的如何变化？

9. 在校正和平衡像差过程中修改结构参数，难免要引起系统焦距或放大率的变化。为保持 f' 或 β 不变，常用的做法是每次修改好参数后，即可作近轴光线的光路计算，至算完倒数第二面后，调整最后一面的半径 r_k，以保持 u'_k 为常值。试问应如何求 r_k?

10. 设计复杂系统时，常因采用多种手段平衡像差而导致设计结果的焦距或物像共轭距偏离要求数值。此时，常用整体缩放方法使焦距或共轭距达到要求。问缩放系数如何确定？对哪些数值施以缩放？在缩放系数偏离 1 较大时，整体缩放会带来什么新的问题？

第十六章　激光光学系统

60 年代开始出现的激光是一种新颖的光源，它作为一门新的学科与一种新的技术，使古老的光学获得了新的生命。它已在生产、科研、医学、艺术等许多领域中得到了广泛应用。

激光是电磁波的一种新的传播形式，它与普通光源不同，是一种结构特殊的高亮度、且方向性、单色性和相干性好的高斯光束。高斯光束是垂直于光波传播方向的电矢量的振幅呈高斯函数分布的光束，其特性及在不同介质中的传播规定可用高斯光束的有关公式描述。

§16-1　高斯光束的基本性质

稳定腔激光器发出的激光束是一种具有特殊结构的高单色性的高斯光束，它具有最小横向发散角，在光学元件边缘的衍射损耗最少。此外，高斯光束通过自由空间的传播和通过无像差透镜的变换时，除轮廓比例因子外，将始终保持高斯型分布。

电矢量沿 Z 方向传播的高斯光束的性质可由以下三个方程式决定：

$$R(Z)=Z[1+(\frac{Z_R}{Z})^2] \tag{16-1}$$

$$A(r)=A_0e^{-(r/\omega)^2} \tag{16-2}$$

$$\omega(Z)=\omega_0[1+(\frac{Z}{Z_R})^2]^{1/2} \tag{16-3}$$

式中：$R(Z)$是距坐标原点（束腰）为 Z 处的高斯光束的波阵面的曲率半径（为球面），$A(r)$ 是高斯光束电矢量在 r 方向（垂直于光波传播方向）的振幅，A_0 是波阵面中心的振幅，ω 为高斯光束的光斑半径，并有 $Z_R=\pi\omega_0^2/\lambda$。

对式（16-1）的分析可知：当 $Z\to0$ 时，有 $R(Z)\to\infty$，波阵面为平面；当 $0\leqslant|Z|\leqslant Z_R$ 时，$R(Z)$ 逐渐减小，且 $R(Z)>Z$，即波阵面的曲率中心不在原点而随 Z 变化，如图 16-1 所示；当 $Z=\pm Z_R$ 时，$R(Z)$取到极小值$\pm2Z_R$；而当 $Z\gg Z_R$ 时，$R(Z)$重又增大，至 $Z\to\infty$ 时，又成平面波。

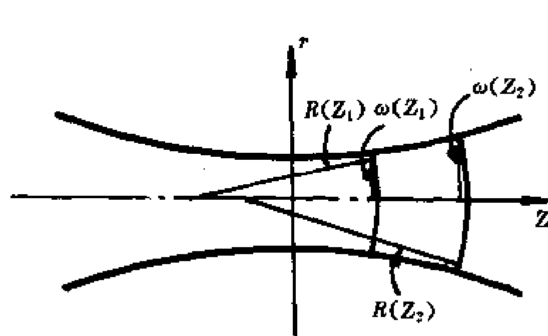


图 16-1

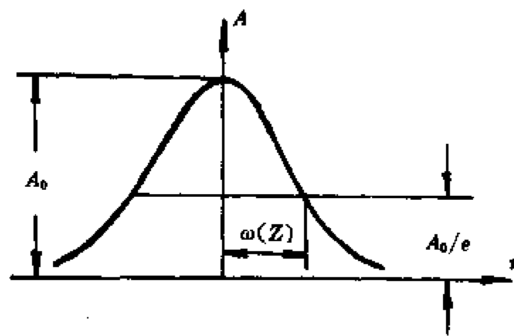


图 16-2

对式（16-2）的分析可知，高斯光束电矢量的振幅呈高斯函数变化，在光束中心（$r=0$）处振幅最大，如图 16-2 所示，因而高斯光束的光斑无清晰的轮廓。式（16-3）中的光斑半径是振幅为 A_0/e 时所对应的 r 值，它又是 Z 的函数，如图 16-3 所示。当 $Z=0$ 时，$\omega(0)=\omega_0$ 为最小，它是高斯光束的束腰，ω_0 称为腰粗。当 $Z\gg Z_R$ 时，有

$$\omega(Z)=Z(\omega_0/Z_R)=Z\cdot\theta \tag{16-4}$$

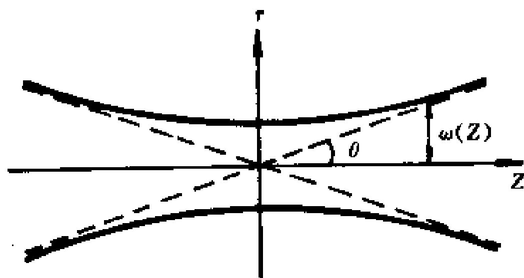


图 16-3

式中，$\theta=\omega_0/Z_R=\lambda/(\pi\omega_0)$是高斯光束的远场发散角，用以描述高斯光束的发散度。$2Z_R$ 为高斯光束的准直区，在该范围内其光斑半径变化缓慢，准直性较好。在准直区两端，$Z=Z_R$，有 $\omega=\sqrt{2}\,\omega_0$，光斑半径仅为束腰半径的 $\sqrt{2}$ 倍。当$|Z|\gg Z_R$ 时，为高斯光束的远场区，与普通球面波的变化规律完全相同。据此，普通球面波可视为束腰半径 $\omega_0=0$ 的高斯光束。

综上所述，对于一个确定波长的高斯光束，当 ω_0 一定时，$R(Z)$、$\omega(Z)$和 θ 都可以确定。所以腰粗 ω_0 是高斯光束的一个主要特征参量。

由于光束参数 $R(Z)$、$\omega(Z)$完全确定了高斯光束的几何形状，为了讨论方便，引入复曲率半径$q(Z)$，即

$$\frac{1}{q(Z)}=\frac{1}{R(Z)}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(Z)} \tag{16-5}$$

当 $Z=0$ 时，$R(0)\to\infty$，于是

$$q_0=i\pi\omega_0^2/\lambda=iZ_R \tag{16-6}$$

将式(16-1)、(16-3)和(16-6)代入式(16-5)，得

$$q(Z)=q_0+Z \tag{16-7}$$

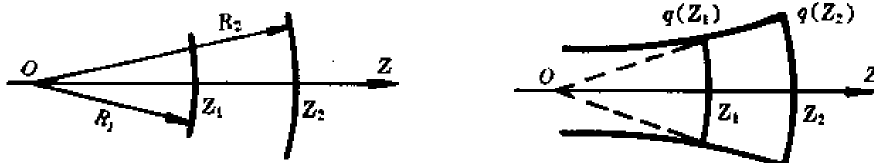


图 16-4

由此可见，q 在高斯光束传播中的作用与球面波的曲率半径在球面波传播中的作用相同，如图 16-4 所示。这进一步表明，激光束是电磁波中光波段的一种新的传播形式，它的传播具有普遍的规律性，普通球面波的传播规律可认为是激光束的一种特殊情况。

§16-2　高斯光束通过薄透镜时的变换和激光扩束望远镜的设计特点

一、高斯光束通过薄透镜的变换

如图 16-5(a)所示，由物点 O 发出的球面波到达透镜左方的曲率半径为 R_1，通过透镜 L 的变换，在它右方出射的是曲率半径为 R_2 的会聚球面波。并规定发散球面波的曲率半径为正、会聚球面波的半径为负。

对于焦距为 f' 的薄透镜，成像公式为

$$\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}=\frac{1}{f'} \tag{16-8}$$

高斯光束可看作是均匀球面波的一种推广，博伊德和戈登理论已证明：高斯光束的传播轴

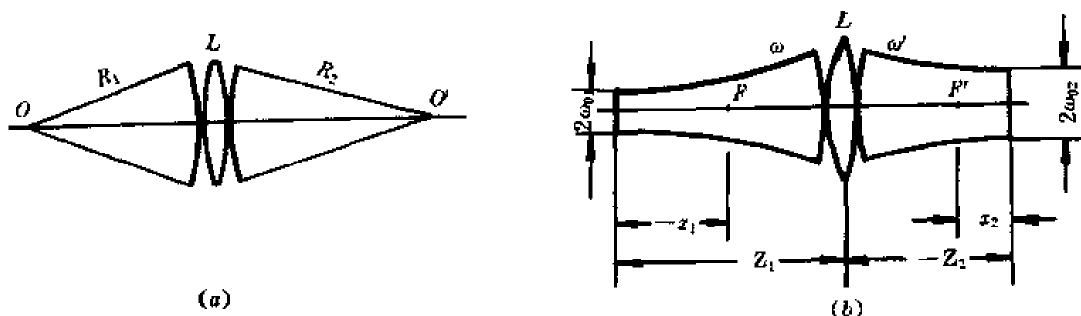


图 16-5

线与透镜主轴重合时，通过透镜后仍为高斯光束。对于薄透镜，透镜两侧的光斑尺寸相等，即 $\omega'=\omega$。在图 16-5(b)中，设束腰半径为 ω_{01} 的高斯光束的束腰与透镜的距离为 Z_1，通过透镜后的像方高斯光束的束腰半径为 ω_{02}，与透镜的距离为 Z_2。并令 R_1 和 R_2 分别为入射于透镜的波阵面半径和自透镜出射的波阵面半径，则 R_1 和 R_2 应满足关系(16-8)。但必须注意，在一般情况下，$R_1\neq Z_1$，$R_2\neq Z_2$，只有在远场区，才有 $R=Z$ 的关系。

由式(16-8)并结合 $\omega'=\omega$ 得

$$\frac{1}{q_2}=\frac{1}{q_1}-\frac{1}{f'} \tag{16-9}$$

这时 q_1、q_2 分别为入射、出射高斯光束的复参量，可由式(16-6)、(16-7)写出它们的表达式。将其代入式(16-9)并使方程两边的实部与虚部分别相等，再注意到图中关系 $f'-Z_1=x_1$ 和 $f'+Z_2=-x_2$，得

$$-x_1x_2=f'^2-f_0^2 \tag{16-10}$$

$$-\frac{x_1}{x_2}=\frac{Z_{R1}}{Z_{R2}} \tag{16-11}$$

式中 $f_0^2=Z_{R1}\cdot Z_{R2}$。由(16-10)、(16-11)得

$$Z_{R2}=Z_{R1}\left(\frac{f'^2}{x_1^2+Z_{R1}^2}\right) \tag{16-12}$$

$$x_2=\frac{-x_1f'^2}{x_1^2+Z_{R1}^2} \tag{16-13}$$

用式(16-12)、(16-13)可由已知物方束腰的位置与大小求得像方束腰的位置与大小。

由式(16-10)可见，当 $f_0=0$ 时，高斯光束经透镜的变换与几何光学中的牛顿公式一致，从而使高斯光束的计算大为简化。据此，下列三种情况可采用几何光学的近轴公式：(1)$\omega_{01}\to 0$，即 $Z_{R1}\to 0$ 时；(2)$f'\to\infty$(如望远镜系统)时，此时 f_0^2 可略去不计；(3)$x_1\to\infty$(远场)时。

若上述条件不满足，则几何光学的近轴公式不适用。

当已知变换前后高斯光束束腰半径之比及变换透镜的焦距 f' 时，则可用下列两式分别求得入射光束和出射光束的束腰到变换透镜的距离

$$Z_1=f'\pm\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}}\sqrt{f'^2-f_0^2} \tag{16-14}$$

$$Z_2=-\left(f'\pm\frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\sqrt{f'^2-f_0^2}\right) \tag{16-15}$$

由此可见，变换透镜的焦距 f' 必须大于 f_0，否则无解。

若系统由多个透镜组成，上述公式对每个透镜都适用，透镜间的过渡公式为

$$Z_{R(i+1)}=Z_{Ri}\quad(\text{即 } \omega_{0(i+1)}=\omega_{0i} \tag{16-16}$$

$$Z_{i+1}=Z_i+d_{i,i+1} \tag{16-17}$$

式中、Z、d 之值都是相对于主面的。

由式(16-12)可见，Z_{R2}随x_1的增大而单调地减小，当$x_1\to\infty$时，由(16-13)式得$x_2\to 0$，即出射高斯光束的束腰位于透镜焦点附近，这就是聚焦后光斑的大小。以(16-3)式平方除以(16-1)式可得光斑大小与R和Z的关系：

$$\frac{\omega^2}{R}=\frac{\lambda^2 Z}{\pi^2\omega_0^2}$$

若出射光束的$Z_2\gg Z_{R2}$(远场)，即$R_2=Z_2\approx -f'$，则

$$\omega_{02}\approx\frac{\lambda f'}{\pi\omega'} \tag{16-18}$$

例如，$f'=20\text{mm}$，$\lambda=6.328\times10^{-4}\text{mm}$，$\omega'=1\text{mm}$，则$\omega_{02}\approx0.004\text{mm}$。

由式(16-18)可见，为了将高斯光束良好地聚焦，通常采用短焦距透镜，而且入射的高斯光束束腰远离透镜，如图16-6所示。聚焦后光斑的大小可由式(16-18)得出：

$$2\omega_{02}\approx\frac{2\lambda}{\pi\omega'}f'=\frac{\lambda}{\sin U'}$$

式中，$\sin U'=\pi\omega'/2f'=1.57\omega'/f'$。可见，焦斑尺寸相当于衍射斑直径，系统孔径角越大，焦斑尺寸越小，功率密度越高。

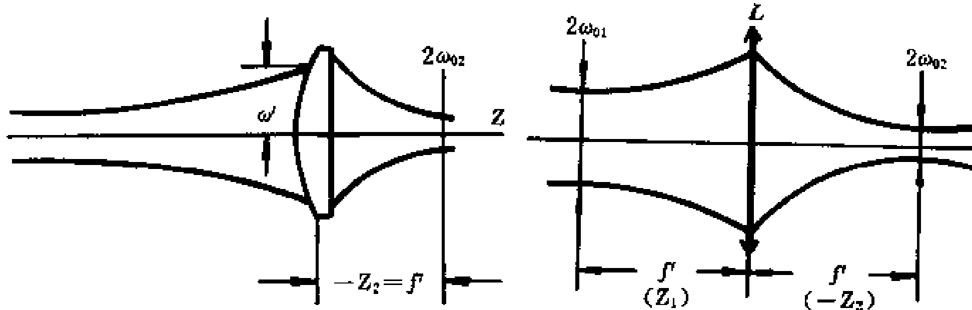


图 16-6　　　　图 16-7

另一方面，当入射束腰位于透镜物方焦面时，即$x_1=0$，由式(16-13)得$x_2=0(Z_2=-f')$，如图16-7所示。出射光束束腰也位于后焦面上。由式(16-12)得$Z_{R2}=f'^2/Z_{R1}$，于是

$$\omega_{02}=\frac{f'\lambda}{\omega_{01}\pi} \tag{16-19}$$

为极大值。可见，入射光束的束腰距透镜焦点越近，出射光束的光斑直径越大。与前比较可知，入射光束的束腰在无穷远或位于透镜的前焦点时，出射光束的束腰均位于像方焦点处，但光斑直径不同，前者为极小，后者为极大，即后者出射光束的远场发散角为极小，且

$$\frac{\theta'}{\theta}=\frac{\pi\omega_{01}^2}{f'\lambda}=\frac{Z_{R1}}{f'} \tag{16-20}$$

据式(16-20)可知，透镜焦距f'越长，入射光束束腰ω_{01}越小，则θ'越小，且当$Z_{R1}\ll f'$时，可使θ'小到可以忽略的程度。因此，常用的激光准直系统总是预先用一个短焦距透镜将高斯光束聚焦，以便获得极小的腰粗，然后用一个长焦距透镜来改善其方向性，就可获得很好的准直效果。该系统即为倒置的伽利略望远镜或开普勒望远镜，称为激光扩束望远镜。

二、激光扩束望远镜设计的特点

激光扩束望远镜广泛应用于空间滤波、全息照相、激光测距仪、激光干涉仪以及激光雷达的发射系统中，用来改善激光束的发散角，提高激光束的准直性。除空间滤波必须采用开普勒望远镜外，一般均为伽利略望远镜，因它对缩小外形尺寸有利。尤其在强功率激光束的场合，由于通过负目镜时，使光束发散，可避免因正目镜会聚而产生的空气击穿现象和导致透镜的损伤。其设计要点如下：

1. 因为激光束的发散角较小，所以只需校正轴上球差及正弦差。

2. 结构宜简单，采用非球面单透镜，以尽量减少激光能量的损耗。

3. 不宜用胶合面，因胶合面易受激光损坏。

4. 在设计时，应考虑到表面的多次反射像不要成在透镜内部，以免损伤玻璃。

5. 不必校正色差，但应减小色球差，以兼顾几种不同波长。

6. 当 $Z=0$，即束腰 ω_{01} 与负透镜重合时，扩束望远镜的横向放大率 $\beta=-f'_2/f'_1$，即与一般望远镜相同，否则 $|\beta|>|f'_2/f'_1|$。所以，扩束望远镜比一般望远镜能更好地改善光束的发散度。

7. 在用开普勒望远镜作准直或扩束时，为了滤掉较高空间频率的噪声，可以在透镜焦面上加上一个针孔光阑，作为空间滤波器。小孔的大小应该只允许高斯光束通过，而挡掉噪声所对应的高次空间频率分量。为此，小孔的直径略大于焦点处的高斯光斑直径即可。

§16-3　线性成像透镜（$f\cdot\theta$ 透镜）

线性成像物镜是激光扫描系统中一种常用的具有特殊要求的透镜系统。激光扫描系统如图 16-8 所示。用某种信息经电光效应、声光效应调制的激光束，经扩束器扩束后再经旋转反射镜或旋转多面体的扫描元件而改变方向，最后经聚焦用的线性成像物镜在接收器上成一维或二维的扫描像。因此，激光扫描系统将时间信息变成了可记录的空间信息。

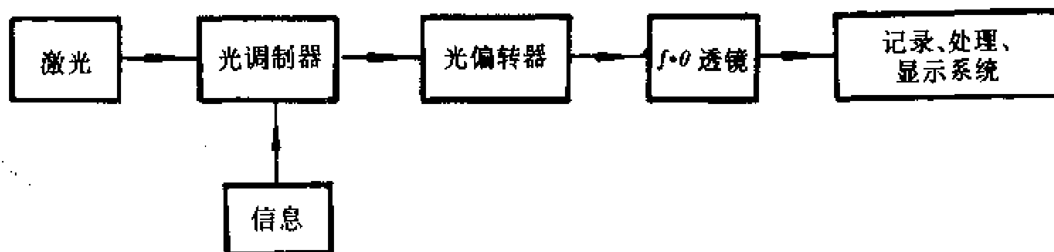


图 16-8

根据扫描器和聚焦透镜的位置不同，可分为透镜前扫描（图 16-9(*a*)）和透镜后扫描（图 16-9(*b*)）两种。

透镜前扫描就是扫描器位于透镜前面，扫描后的光束以不同方向射入聚焦透镜，在其焦面上形成扫描像。为此，要求聚焦透镜是一个大视场、小相对孔径的物镜，并且应是线性成像物镜。透镜后扫描就是扫描器位于透镜后面，由激光器发出的光束首先被聚焦透镜聚焦，然后经置于焦点前的扫描器使焦点像呈圆弧运动。这类聚焦透镜通常是小视场、小相对孔径的望远物镜。前者物镜设计困难，但其它问题的处理则很简单。后者物镜的设计是简单的，但由于像面是圆弧形的，处理就很困难。因此，要求高的扫描装置通常采用透镜前扫描。

那么，什么是线性成像物镜呢？

首先，由于扫描元件的运动被以时间为顺序的电信号控制，为了使记录的信息与原信息一致，像面上的光点应与时间成一一对应的关系，即理想像高 Y' 与扫描角 θ 成线性关系，有 $Y'=f'\cdot\theta$。但是，一般的光学系统，其理想像高为 $f'\mathrm{tg}\theta$，使以等角速度偏转的入射光束在焦平面上的扫描速度不是常数。为了实现等速扫描，应使聚焦透镜产生一定的负畸变，从而实现线性扫描。随扫描角的增大，实际像高应比理想像高小，对应的畸变量为

$$\triangle Y'=f'\theta-f'\mathrm{tg}\theta=f'(\theta-\mathrm{tg}\theta) \tag{16-21}$$

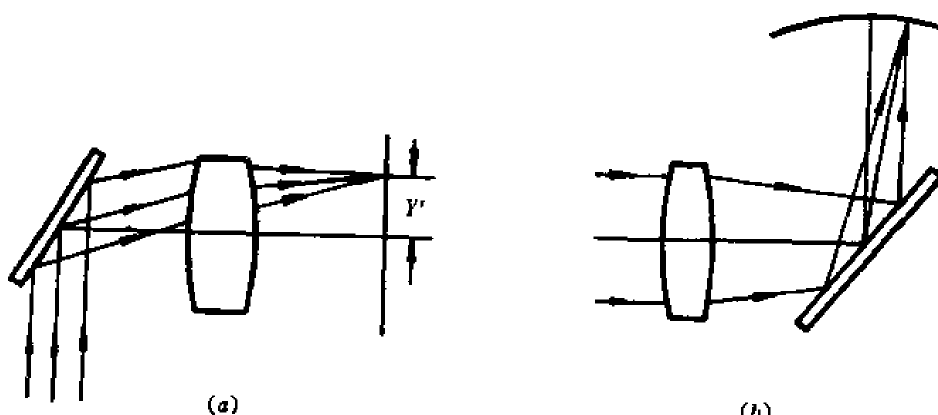


图 16-9

具有上述畸变量的透镜系统称为线性成像物镜，其像高 $Y'=f'\cdot\theta$，简称 $f\cdot\theta$ 透镜。

同时，该物镜对单色光成像，像质要求达到衍射极限，而且整个像面上像质要求一致，像面为平面，且无渐晕存在。

线性成像物镜还应具有像方远心光路。在透镜前扫描系统中，入射光束的偏转位置（扫描器位置）一般置于物镜前焦点处，构成像方远心光路，像方主光线与光轴平行。如果系统校正了场曲，就可在很大程度上实现轴上、轴外像质一致，使像点精确定位，而且提高了边缘视场的分辨率与照度的均匀性。

可见，线性成像物镜的光学参数应由使用要求出发，并考虑光信息传输中各环节（光源、调制器、偏转器、记录介质）的性能来确定。现分述如下：

一是 F 数。由于使用高亮度的激光光源，所以不必依据亮度，而应根据记录的光点尺寸来确定 F 数。由于像质达到衍射极限，像点的尺寸即为衍射斑直径 d，其大小为

$$d=\frac{K\lambda}{D}f'=K\lambda F \tag{16-22}$$

式中，D 由透镜通光直径、扫描器通光直径和高斯光束的光斑直径所确定，K 是与实际通光孔径形状有关的常数，$K=1\sim3$。若通光孔为圆孔，则光斑为艾里斑，$d=2.44\lambda F$。

根据用途不同，激光扫描记录仪的光点尺寸也不同：用于制作半导体集成电路的激光图形发生器，光点尺寸为 0.001～0.005mm；用于高密度存贮及图像处理的为 0.005～0.05mm；用于传真机、印刷机、打字机、汉字信息处理等的为 0.05mm 以上。

二是焦距。焦距由要求扫描的像点排列的长度 L 和扫描角度 θ 决定，即

$$f'=\frac{L}{2\theta}\times\frac{360^\circ}{2\pi} \tag{16-23}$$

当扫描长度一定时，f' 与 θ 呈反比关系。在 F 数一定时，应尽可能用大的 θ 角，小的 f'，以减小透镜和反射镜尺寸，从而减小棱镜表面角度的不均匀性和扫描轴承的不稳定性造成的不利影响。又由于入射光瞳位于扫描器上，在实现像方远心光路时，f' 小可以使物镜与扫描器之间的距离减小，使仪器轴向尺寸减小。但 L 一定时，f' 小 θ 就大，这给光学设计带来了困难，使光学系统复杂，加工制造成本增大。反之，仪器纵向尺寸加大，使用不便。实际工作中，应综合考虑各方面因素，反复权衡，才能最后确定。

大多数线性成像物镜属于小相对孔径（一般 F 数为 5～20）大视场的远心光学系统，要求具有一定的负畸变，在整个视场上有均匀的光强度和分辨率，不允许轴外渐晕存在，并要达到衍射极限性能。玻璃材料的质量与透镜表面的均匀性要求比一般透镜更为严格。

在设计线性成像物镜时，先由已知的 f' 及选定的 l_1、l'_2 决定外形尺寸，即按理想光学系统模型解出组成物镜的各组元的光焦度及其间隔。若为二组元系统，由这三个方程可得到唯一解。其中 l_1 是扫描器到第一组透镜的距离，l'_2 是第二组透镜到像面的距离。求得的解应对校正场曲有利。然后，由初级像差要求求解初始结构参数，要求 $\sum S_{\mathrm{I}}=\sum S_{\mathrm{II}}=\sum S_{\mathrm{III}}=0$ 和 $\sum S_{\mathrm{V}}=(f\cdot\theta-\mathrm{tg}\theta)2n'u'$。这过程中，要判断解出的各组元 $\overline{P}$、$\overline{W}$ 的合理性。对于二组元系统，若不可能获得满意的解，可在两组之间加一组无光焦度的薄透镜组，重复给定前后两组的 $\overline{P}$、$\overline{W}$ 值，反复求解，直到最后找到一组满足初级像差要求的解。最后，校正像差、求得满足要求的实际解。

值得指出，高速扫描旋转多面体的加工精度对成像有很大影响：反射面的平面度影响光斑的直径；反射面对中心轴的偏心及各反射面的分度误差产生扫描线在扫描方向的位置偏移；反射面对旋转轴的倾斜使扫描线在垂直于扫描方向上偏移。如果每一反射面对旋转轴的倾角相同，则对扫描精度无影响。

§16-4 傅里叶变换透镜

光学镜头既可以作为成像传递信息的工具，又可以作为计算元件。具有傅里叶变换的能力、为这个目的而设计的镜头称傅里叶变换镜头。这种镜头结构简单，信息容量大，具有进行运算和处理信息的能力，而且运算速度为光速，故应用日趋广泛，常用于图像频谱分析、空间滤波和相关处理等工作，是光学信息处理系统中最基本的部件。

图 16-10 是由两个傅里叶变换透镜串联而成的一个空间滤波系统。有关的理论请参阅参考文献[13]和[14]。

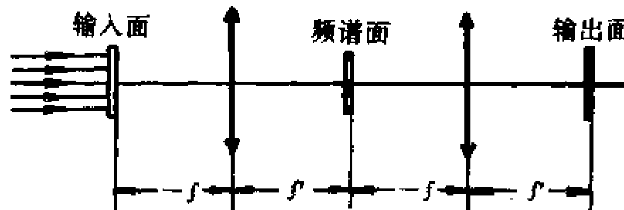


图 16-10

为了获得严格的傅里叶变换关系，应把被处理面（输入面）放在透镜的前焦面上，频谱面（滤波面）置于后焦面上，它同时又是起傅里叶反变换作用的下一个透镜的前焦面，从而在后焦面上得到输出信息。

光学信息处理中的傅里叶变换透镜所能传递的信息容量为

$$W=2h_1\times N_{\max} \tag{16-24}$$

式中，$2h_1$ 为输入面的直径(mm)，如图 16-11 所示，相当于常规光学系统中的物面直径，$N_{\max}$ 是能处理的最高空间频率(ls/mm)。衍射极限的相干光学系统的截止频率为

$$N_{\max}=\frac{u}{\lambda}=\frac{h_2}{\lambda f'} \tag{16-25}$$

式中：h_2 为频谱面的半径(mm)；f' 为傅里叶变换透镜的焦距(mm)；λ 为光波波长(mm)。因此

$$W=\frac{2h_1h_2}{\lambda f'} \tag{16-26}$$

h_1 相当于几何光学中的物高，h_2/f' 相当于几何光学中的孔径角，即信息容量 W 实质上等价于几何光学中的拉氏不变量 $j=nyu$。对于信息系统 j 表示能传递的信息量大小，对于成像系统 j 表示传递能量的大小。而从光学设计角度看，j 表征了光组本身设计、制造的难度。

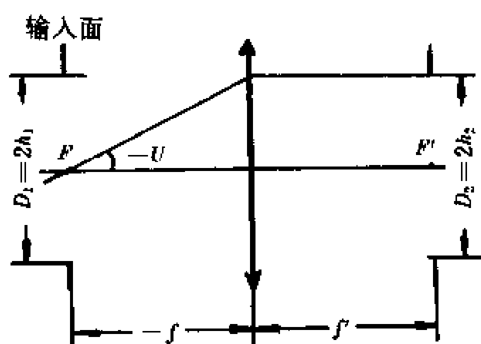


图 16-11

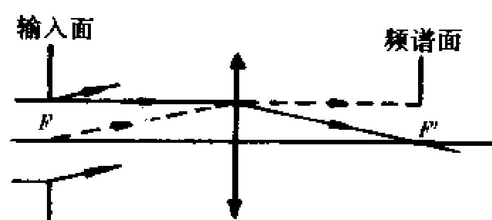


图 16-12

傅里叶变换透镜要求对两对物像共轭位置校正像差。当平行光照射输入面上的物体(如光栅)时,发生衍射。不同方向的衍射光束经傅里叶变换透镜后,在频谱面上形成夫琅和费衍射图样。为使图样清晰、各级衍射光束必须具有准确的光程。所以,傅里叶变换透镜必须使无穷远入射的平行光束在后焦面上完善地成像;第二对必须控制像差的共轭平面是以输入面作为物体,对应的像在像方无穷远,如图 16-12 所示。

为了减少杂散光和保证所需要的直径,宜在输入面与频谱面上放置光阑,以控制输入面与频谱面的大小,而且不能使傅里叶变换透镜本身的外径起拦光作用。输入面和频谱面中的任一个都可以视为孔径光阑,而另一个视为视场光阑,与此对应有两种处理方法:一种是物在无穷远,孔阑在前焦面,为像方远心光路;另一种是物在前焦面,孔阑是后焦面,为物方远心光路。两种处理方法的几何光路与最终效果完全相同。无论用何种方法都必须同时控制物面像差和光阑像差,即对两对共轭面校正像差。

若以输入面为孔径光阑来考虑,假设 m 级衍射光与光轴的夹角为 U_{pm},则按照衍射理论

$$\sin U_{pm}=\frac{m\lambda}{d} \tag{16-27}$$

式中,d 为光栅常数,m 为衍射级次。

为使各级谱线的像高 Y_1'、Y_2'、…、Y_m' 成线性分布,像高

$$Y'_m=f'\sin U_{pm}=m\frac{f'\lambda}{d} \tag{16-28}$$

由像差理论知,平行于光轴入(出)射的光线,正弦条件为 $h=f'\sin U'$ 或 $f\sin U$,即平行于光轴出射的主光线满足正弦条件,恰好就是保证(16-28)式成立的必要条件。

傅里叶变换透镜要求全视场内的像质达到衍射极限,即波像差<(1/4~1/10)λ。若以输入面为孔阑,则校正物面像差等价于校正频谱面像差,校正光阑像差等价于校正输入面像差。由像差理论(12-11)式可知,物面畸变与光阑彗差间应满足下列关系:

$$\Sigma S_V-\Sigma S_{\mathrm{I}p}=-j(U_p'^2-U_{p1}^2)$$

据此,傅里叶变换透镜为满足式(16-28),当主光线满足正弦条件时,必存在物面畸变。

当满足无畸变的共线成像关系时,常规光学系统主面是平面,谱面上无畸变的理想像高 $Y'=f'\mathrm{tg}U_p$,而傅里叶变换透镜要求像高 $Y'=f'\sin U_p$,相当于主面是一个以焦点为中心的球面,请读者作图理解这一点。傅里叶变换透镜的畸变为

$$\delta Y'=f'(\sin U_p-\mathrm{tg}U_p) \tag{16-29}$$

因此,以常规光学系统作为傅氏变换透镜时,最大谱面范围受谱点位置的非线性误差所限制。

傅氏变换透镜一般能对物面校正球差、彗差、像散、场曲,整个视场内像质达到衍射极限,且对光阑位置校正球差、彗差。若傅氏变换透镜需供多个波长同时工作,则应按常规方案校正

色差。若在一定时间内只供某一特定波长工作，则应保留较大的负轴向色差，如图 16-13 所示，以改善每种单色光的波像差。但使用时必须对不同波长选用不同的焦面位置，来补偿色差的校正不足。

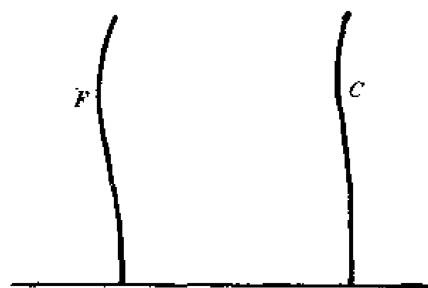


图 16-13

自从 1963 年英国 Blandford 发表了第一个傅氏变换透镜以来，已出现的傅氏变换透镜基本上可以分为两大类：一类是全对称或非对称双远距型。由于输入面与频谱面的直径决定了傅氏变换透镜的相对孔径和视场，为将其控制在适当范围内，以保证整个像面上的优良像质，目前傅氏变换透镜的焦距大多大于 300mm。图 16-10 就是一个常用的 $4f'$ 系统。于是，长焦距的傅氏变换透镜都采用如图 4-14 所示的远距型结构。为了同时校正物面像差与光阑像差，采用如图 16-14 所示的对称结构型式。四组元对称远距型透镜的前焦点到后焦点距离可以缩小到 $0.7f'$ 左右。图 16-15 显示了双远距对称型和非对称型中的两种结构型式示例，其中透镜图 (b) 为 $f'=70$mm，输入面直径 48mm，频谱面直径 5mm。由于频谱面小，像方孔径角达 1/1.5。为充分发挥校正像差的潜力，采用非对称结构，末端的弯月形厚透镜可以起到增大像方视场角的作用。

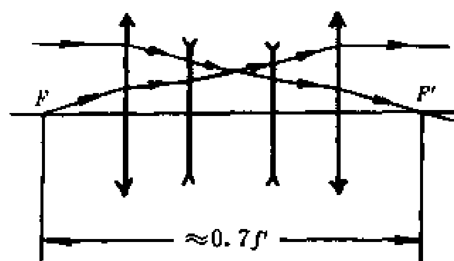


图 16-14

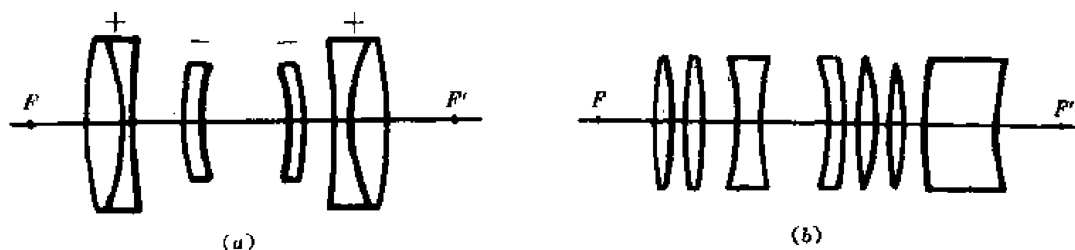
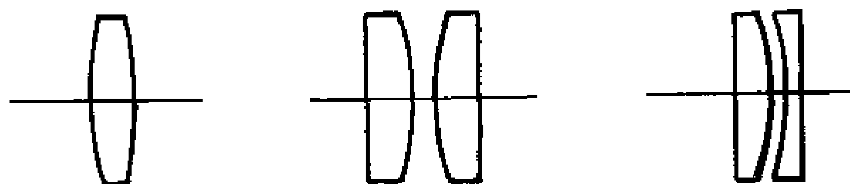


图 16-15

这类双远距型的优点是：总长度短，可供消像差的变数多，有利于提高像质或扩大孔径和视场。缺点是：结构复杂，价格昂贵，尤其是片数较多时，使由于镜片表面污点、玻璃内部缺陷和杂光等引起的相干噪声更为严重。

当傅氏变换透镜的孔径与视场较大而焦距较短时，则无需用远距型来缩短筒长，甚至需增大两端的工作距离。此时宜采用像差校正状况更为有利的双反远距型，它可以负担更大的孔径与视场。


图 16-16

另一类傅氏变换透镜是单组元对称或非对称型，如图 16-16 所示。尽管变量较少，但仍然

足以在较小孔径和视场下满足全部像质要求，而且有利于改善双远距型工作距离太短和相干噪声严重等缺点。

傅里叶变换透镜的焦距约为 300～1000mm，相对孔径为 1/10～1/17，除特殊情况外，多属小孔径、小视场系统，可以用初级像差理的 P、W 方法求初始结构参数，然后进行修改。

习　题

1. 试计算 $\lambda=0.00063\text{mm}$，$\omega_{01}=1\text{mm}$ 的高斯光束的远场发散角。

2. 若 $f'=16\text{mm}$，$\omega=1\text{mm}$，$\lambda=0.6\times10^{-3}\text{mm}$，求聚焦后的焦点直径。

3. 若 $f'=100\text{mm}$，$\omega_{01}=0.1\text{mm}$，$\lambda=0.63\times10^{-3}\text{mm}$，$Z_1=150\text{mm}$，试求出射束腰的腰粗及位置。

4. 若 $f'=150\text{mm}$，$\omega_{01}=0.1\text{mm}$，$\omega_{02}=0.2\text{mm}$，$\lambda=0.63\times10^{-3}\text{mm}$，试求入射束腰与出射束腰的位置。

5. 若 $\lambda=0.63\times10^{-3}\text{mm}$，$f_1'=100\text{mm}$，$f_2'=150\text{mm}$，$\omega_{01}=0.1\text{mm}$，$\omega_{03}=0.2\text{mm}$，$Z_1=150\text{mm}$，$Z_2=-200\text{mm}$，试求两个透镜之间的距离。

6. 线性成像物镜的 $f'=300\text{mm}$，$D/f'=1:15$，$\theta=25°$，试计算扫描长度及 ΣS_{V} 值。

7. 傅里叶变换透镜 $f'=500\text{mm}$，$D/f'=1:10$，$2W=10°$时，试计算频谱面上的 ΣS_{V} 值及信息容量($\lambda=0.0006\text{mm}$)。

第十七章 像质评价

光学设计必须校正光学系统的像差，但既不可能也无必要把像差校正到完全理想的程度，因此需要选择像差的最佳校正方案，也需要确定校正到怎样的程度才能满足使用要求，即确定像差容限。这两方面都属于光学系统质量评价问题，它对光学设计者具有重大指导意义。

任何物体可以分解为点，也可以分解为各种频率的谱，后者请阅参考文献[13]，两种不同的分解方法构成两类评价光学系统的方法。

第一类以物点所发出的光能在像空间的分布状况作为质量评价的依据。事实上，即使理想光学系统，也会由于衍射使点物不能成点像而形成一个衍射光斑。点像的衍射图样中，光能主要集中在中央亮斑中，这一亮斑称为艾里斑，而像差的存在使衍射光斑的能量比无像差时更为分散。属于这一类的像质评价方法有斯特列尔判断、瑞利判断和分辩率。对于大像差系统，通常用几何光线的密集程度来表示，与此对应的评价方法有点列图。

第二类方法是仿效电讯系统而得到的。电讯系统和光学系统从传递信息的观点来看并无本质的差别。大多数情况下，可把光学系统看成是线性系统，并用傅氏分析法将物体分解为一系列不同频率的正弦分布，它们经线性系统传递到像方时频率不变，但对比度要下降、要发生相移，并截止于某一频率。对比度的降低和相移与频率之间的函数关系称光学传递函数，它与像差有关，因此光学传递函数是评价光学系统的像质的更全面、客观的一项指标。

§17-1 斯特列尔(Strehl)判断

K. Strehl 于 1894 年提出了判断小像差光学系统像质的标准。**光学系统有像差时，衍射图样中中心亮斑(艾里斑)占有的光强度要比理想成像时有所下降，两者的光强度比称为 Strehl 强度比，又称中心点亮度，以 S. D. 表示。** Strehl 判断认为，中心点亮度 S. D. ≥0.8 时，系统是完善的。

根据惠更斯－菲涅尔原理，点光源 S 对 P 点的作用，如图 17-1 所示，可以看成是 S 与 P 之间的任一个波面上各点所发出的次波在 P 点的叠加结果。基尔霍夫(Kirchhoff)从波动方程出发，由场论推导出求 P 点振幅的比较严格的公式

$$\psi_P=\frac{i\psi_Q}{\lambda}\iint_\Sigma\frac{1+\cos\theta}{2}\cdot\frac{e^{-ikl}}{l}d\sigma \qquad (17\text{-}1)$$

式中：ψ_Q 为波面 Σ 上 Q 点处的复振幅；$d\sigma$ 为波面元，$k=2\pi/\lambda$；其它符号的含义如图 17-1 所示。

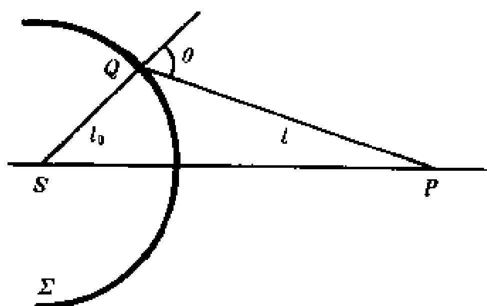


图 17-1

我们可以将 Σ 看作是由 S 点光源发出的光经过出瞳时的波面。当出瞳通光孔不很大时，可认为 $\cos\theta\approx1$。若以 Σ 面上发出的光振动为 1 个单位，即 $\psi_Q=1$，并设像面坐标为 x,y,z，出瞳极坐标为 r,φ，令 x 轴与光轴重合，并对一般具有圆形通光孔的光学系统，取通光孔半径为 1，上式可表示为

$$\psi_P=\psi(\triangle x,\triangle y,\triangle z)=\frac{i}{\lambda}\int_0^1\int_0^{2\pi}\frac{e^{-ikl}}{l}rdrd\varphi \tag{17-2}$$

式中 l 是 Q、P 之间的光路长度。P 点的坐标改变时，该点的振幅也随之改变。

物点发出的波面经过理想光学系统后，在出射光瞳处得到的是球面波，而实际光学系统的像差使像方的波面不再是球面波。像差的影响就是通过这种位相的变化而反映为衍射图样的变化。若像差引起的光程差，即波像差为 W，则只需将(17-2)式中的 e^{-ikl} 变为 $e^{-ik(l+W)}$，即可计算有像差存在时的 ψ_P 值。相应的中心点亮度可表示为

$$S.D.=\frac{|\psi_{P,W\neq0}|^2}{|\psi_{P,W=0}|^2}=\frac{1}{\pi^2}|\int_0^1\int_0^{2\pi}e^{-ikW}rdrd\varphi|^2 \tag{17-3}$$

当像差很小时，可把积分中指数函数 e^x 在 $x=0$ 处展开为马克劳林级数。若 $|W|<1/k$，则取前三项即可，由此得

$$S.D.=\frac{1}{\pi^2}|\int_0^1\int_0^{2\pi}(1+ikW-\frac{k^2}{2}W^2)rdrd\varphi|^2$$

$$\approx|1+ik\overline{W}-\frac{k^2}{2}\overline{W^2}|^2\approx1-k^2(\overline{W^2}-\overline{W}^2) \tag{17-4}$$

式中，$\overline{W}$ 是波像差的平均值，$\overline{W^2}$ 是波像差的平方平均值。有

$$\overline{W}=\frac{1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi}Wrdrd\varphi \tag{17-5}$$

$$\overline{W^2}=\frac{1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi}W^2rdrd\varphi \tag{17-7}$$

由于计算波像差 W 时，参考球面的半径是可以任意选择的，故 W 中可以有常数项。适当选择常数项总可以使 $\overline{W}=0$。作此选择后，$S.D.$ 就只与波像差的平方平均值有关了。即

$$S.D.=1-k^2\,\overline{W^2} \tag{17-7}$$

可见，一个像差很小的光学系统，中心点亮度与波像差之间有相对简单的关系。利用这关系和上述 $S.D\geqslant0.8$ 的判据，就可以决定像差的最佳校正方案和像差的公差。为此，必须将 W 表示为积分域中的正交多项式，使积分式(17-6)中各交叉项的积分为零，从而使波像差的平方平均值为各正交多项式的系数平方和。其中各项对中心点亮度 $S.D.$ 的影响是相互独立的，任意一项系数的增加均使 $S.D.$ 降低。

斯特列尔提出的中心点亮度 $S.D.\geqslant0.8$ 的判据是评价小像差系统成像质量的一个比较严格而又可靠的方法，但是计算起来相当复杂，不便于实际应用。

§17-2　瑞利判断

这是早在1879年瑞利(Rayleigh)在观察光谱仪成像质量时所提出的一个简单判断，即"**实际波面与参考球面之间的最大偏离量，即波像差不超过1/4波长时，此实际波面可认为是无缺陷的。**"它被称为瑞利判断。

该判断提出两个标准，即：有特征意义的是波像差的最大值；波像差最大值的容许量不超过 $\lambda/4$。但瑞利判断是不够严密的，它只考虑了波像差的最大值，而未考虑波面上缺陷部分在整个面积中所占的比重。透镜中的一个小气泡或透镜表面的一条很细的刻痕，都会引起好几个 λ 的波像差，但这种缺陷只占波面上极小的局部区域，对成像质量并无显著影响。

瑞利判断的要点是波差的最大值小于 $\lambda/4$。光学系统的结构参数确定以后，与某一物点的成像光束对应的实际波面也就随之确定，但一方面波像差将随参考球面或参考点的选择而异，另一方面在最佳参考点时，波像差最大值的数值大小还随像差的平衡方案而异。利用瑞利判断

作为评价指标时，应该寻求与之相应的像差最佳平衡方案。

瑞利判断的优点是便于实际应用。由于波像差与几何像差之间的关系比较简单，其值易于计算。对于同时存在几种像差的轴外点，也可以按综合的波像差曲线作出判断，无需过多地追究个别像差。根据波像差情况还能判断像差的校正是否已处于最佳状态，并以此来指导像差的校正方向。由波像差与几何像差的关系，利用瑞利判断可以得出几何像差的公差，这对光学设计是十分有用的。瑞利判断的另一优点就是对通光孔不必作任何假定，只要计算波像差曲线，便可据以评价。

表 17-1 根据点像的衍射图样中光能分布情况，对瑞利判断和斯特列尔判断作了比较。可见，瑞利的波像差小于 $\lambda/4$ 的判据与斯特列尔的中心点亮度 $S.D.\geqslant 0.8$ 的判据是一致的。

表 17-1　点像的衍射图样中光能分布情况

波　像　差	0	$\lambda/16$	$\lambda/8$	$\lambda/4$
中心亮斑所占能量(%)	84	83	80	68
S.D.	1.0	0.99	0.95	0.81

对于小像差系统，例如望远镜和显微物镜，可利用瑞利判断与斯特列尔判断来评价其成像质量。瑞利判断由于计算方便，是大家广为采用的。

§17-3　分辨率

能被光学系统分辨开的两个物点（或像点）之间的最小距离，称为光学系统的分辨率或分辨本领。对大部分光学系统都应有分辨率的要求，它反映了光学系统分辨物体细微结构的能力，是评价光学系统的质量指标之一。它比较容易测量，被广泛应用于光学仪器质量检验中。

瑞利指出：能分辨的两个等亮度点间的距离对应艾里斑的半径，即一个点的衍射图中心与另一个点的衍射图的第一暗环重合时，正好是这两个点能分辨开的界限，如图 17-2 所示。这时两个衍射图的合成光强分布曲线中，两个极大值与中间极小值之比为 1 : 0.735，与光能接收器（如眼睛或照相底板）能分辨的亮度差别相当。

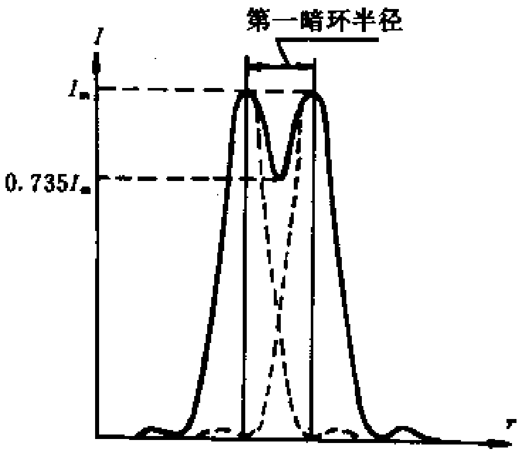


图 17-2

根据衍射理论，远处物点被理想光学系统形成的衍射图样中，第一暗环的半径对出瞳中心所张的角度由式(14-2)决定，即

$$\varphi=\frac{1.22\lambda}{D}$$

其中，φ 为光学系统的最小分辨角，D 为入射光瞳直径。式(14-2) 是计算光学系统理论分辨率的基本公式。对不同类型的系统可以由它导出不同的表示方法，已分别在有关章节叙述，此处不予重复。

分辨率作为成像质量指标并不是一种完善的方法。虽然光学系统的分辨率与像差有一定关系，但是更深入的研究表明，小像差系统（如望远物镜、显微物镜）的实际分辨率几乎只与入瞳直径或数值孔径有关，受像差影响很小，所以它不适宜用来评价高质量的小像差系统，而只

能用于如照相物镜等大像差系统。此外用它作为大像差系统的像质指标也是不甚适宜的，因为像差主要导致能量分散，直接影响线条的清晰度，对分辩率的影响则并不显著。分辨率与成像清晰度之间并无必然的联系，有时甚至会出现矛盾的情况。这是因为测试用的分辨率板（图14-58）是高对比的，而实际的景物常常是低对比的。而且分辩率检验时，有时会出现“伪分辨”现象，即高于截止频率的图案出现对比度反转，这是无意义的。此外，实际检验条件常与瑞利原始条件不符，使瑞利规定的分辩率不能很好地反映光学系统的质量。首先，各种光能接收器分辨亮度对比度的能力有差别，如人眼在照度良好、界线清楚的情况下能分辨 1：0.95 的亮度差别；其次，瑞利的规定是对两个相等亮度的自身发光点而言的，并且除两个发光点外是没有背景亮度的，这也与实际情况不符。所以分辩率是一个不很确定的量，对同一个光学系统，随着测试条件的不同，结果也不相同。实际研究表明，当用低对比分辨率板来检验照相物镜等大像差系统时，检验结果是与像质相一致的。

§17-4 点列图

由一点发出的许多光线经光学系统后，因像差使其与像面的交点不再集中于同一点，而形成了一个散布在一定范围的弥散图形，称为点列图。点列图忽略了衍射效应。实验和实用结果表明，在大像差系统的点列图中，点的分布能近似地代表点像的能量分布。因此，用点列图中点的密集程度可以衡量系统成像质量的优劣。

为用点列图来评价成像质量，必须计算大量光线的光路，且选择计算的各条光线在瞳面上应有合理的分布。通常是把光学系统入瞳的一半（因光束总对称于子午面）分成大量等面积的网格元，从物点发出，通过每一网格元中心的光线，可代表过入瞳面上该网格元的光能量。所以，点列图中点的密度就代表了点像的光强度分布。追迹的光线越多，点子越多，就越能精确地反映点像的光强分布。一般总要计算上百条甚至数百条光线。

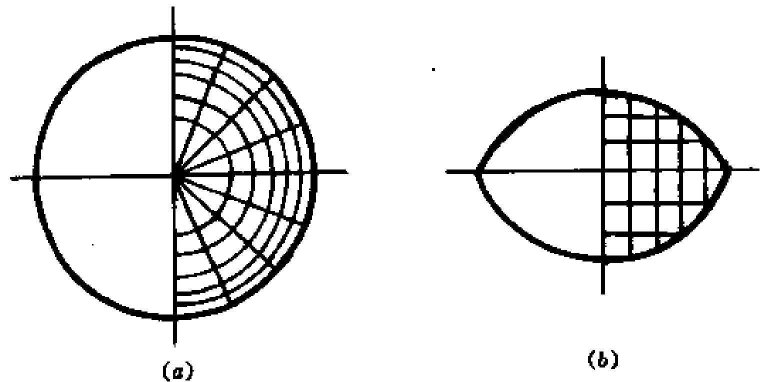


图 17-3

可以将光瞳面划分为等面积的扇形网格，如图 17-3(*a*)所示，也可以是正方形网格。轴外点光束有渐晕时，应根据轴外渐晕瞳的实际形状来划分网格，如图 17-3(*b*) 所示。

用点列图来评价大像差系统的像质是一种方便易行的方法。有人认为，集中 30% 以上的点或光线的圆形区域是实际有效的弥散斑，它的直径倒数即为系统能分辨的线条数。

§17-5 光学传递函数

前面所述的像质评价方法是多年来光学设计和产品检验中实际应用的方法，但它们各有其适用范围和局限性，这里不再重复。总之，上述方法是把物点看作是发光点的集合，并以一点成像的能量集中程度来表征光学系统成像质量的。但对物体结构还可采用另一种分解方法，即

分解为各种频率的谱，也就是将物的亮度分布函数展开为傅里叶级数（对周期性物函数）或傅里叶积分（对非周期性物函数）。于是光学系统的特性就表现为它对各种频率的正弦光栅的传递和反应能力，从而建立了另一种像质评价指标，称为光学传递函数。这是目前认为较好的一种像质评价方法，它既有明确的物理意义，又和使用性能有密切联系，可以计算和测量，对大像差系统和小像差系统均可适用，是一种有效、客观而全面的像质评价方法。1946 年法国的 P. M. Duffieux 首先应用傅氏积分方法研究光学成像问题，认为非相干光学成像系统可看作是一个低通线性滤波器，并提出了光学传递函数的概念；1948 年美国的 Schade 第一次应用光学传递函数来评定电视摄影系统的成像质量。现在，它不仅能用于光学系统设计结果的评价，还能用于控制光学系统设计过程、光学镜头检验和光学信息处理等各方面。

下面讨论空间不变线性系统的非相干光学传递函数。关于这种系统的概念和讨论读者可参阅参考文献[14]，光学传递函数及其计算请参阅参考文献[15]。

所谓线性系统是指能够满足"叠加原理"的系统，即对系统输入 N 个激励函数，则系统输出 N 个响应函数；如果把 N 个激励函数相叠加后输入到系统中，由系统输出的是与之相应的 N 个响应函数的叠加。而光学系统的空间不变性是指物面上不同的物点在像面上有相同形状的光能分布。虽然光学系统在不同视场会有不同的像差，但对经过像差校正的光学系统，像差随视场的变化是缓慢的，像面上总可以划出许多称为"等晕区"的小区域，在每个等晕区内光学系统为空间不变线性系统。若物面分布函数为 $o(x_0,y_0)$，并假定物面上各亮点是非相干的。若各个亮点经光学系统后的光强分布，即点扩散函数为 $h(x_0,y_0;x,y)$，且

$$\iint h(x_0,y_0;x,y)dxdy = 1$$

按照空间不变性有 $h(x_0,y_0;x,y)=h(x-x_0,y-y_0)$，则像面上的光能分布为

$$i(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} o(x_0,y_0)h(x-x_0,y-y_0)dx_0dy_0 = o * h \tag{17-8}$$

（17-8）式称为卷积。由于点扩散函数非常复杂，物体光强分布又不可能用显函数来表示，所以上述卷积积分难于实现。

设 $i(x,y)$，$h(x,y)$，$o(x,y)$的傅里叶变换分别为 $I(s,t)$，$H(s,t)$，$O(s,t)$，根据傅里叶变换理论中的 Parslrval 定律，它们之间有如下简单的关系：

$$I(s,t)=H(s,t)\cdot O(s,t) \tag{17-9}$$

这一结果的意义是：一个任意的非相干的光强分布 $o(x,y)$，可以看作是各种空间频率的余弦光强度分布的组合。每个余弦分量 $O(s,t)$称为物面分布函数 $o(x,y)$中频率为(s,t)的谱。光学系统对 $o(x,y)$成像的过程，就是将 $o(x,y)$中的每一余弦分量 $O(s,t)$乘上一个相应的因子 $H(s,t)$，构成像面分布函数 $i(x,y)$的对应余弦分量 $I(s,t)$，即像 $i(x,y)$的谱。$H(s,t)$反映了光学系统对各种余弦分量的传递特性。因此，光学系统的成像特性完全由 $H(s,t)$反映出来，称为光学传递函数 OTF(Optical Transfer Function)。显然，它也是一个复数，即

$$H(s,t)=T(s,t)e^{-i\theta(s,t)} \tag{17-10}$$

式中，$T(s,t)$是调制传递函数 MTF(Modulation Transfer Function)，$\theta(s,t)$是相位传递函数 PTF (Phase Transfer Function)。

我们可以对余弦分布的物面函数进行上述分析，从而进一步理解光学传递函数的物理意义。设物面分布函数为 $o(x)=a+b\cos(2\pi Nx)$，如图 17-4 上半部所示。按物理光学中对比度的定义，有 $M=(I_{max}-I_{min})/(I_{max}+I_{min})=b/a$。我们可以把这种物分布函数 $o(x)$看成是由无数条非相干的亮线并排排列而成，每一条亮线被光学系统所成的像是线扩散函数 $h(x)$。在一维条

件下利用式(17-8)，并将$\int_{-\infty}^{\infty} h(x)dx$(即物面上一条无限细亮线在像面上所产生的总能量)规化为1，可得

$$i(x)=a+bT(N)\cos 2\pi N\left(x-\frac{\theta(N)}{2\pi N}\right) \tag{17-11}$$

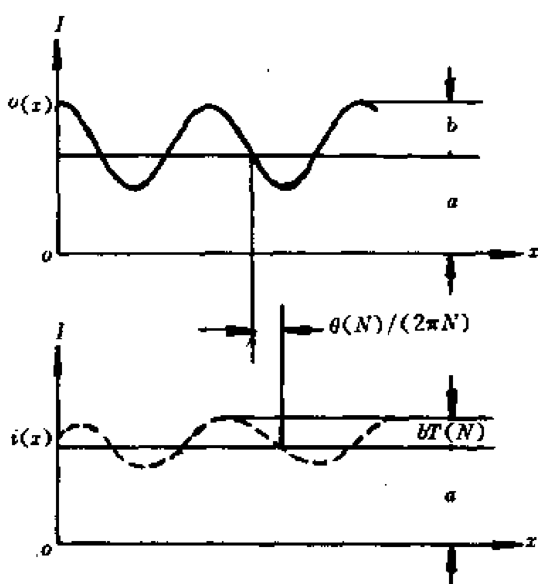


图 17-4

式中：

$$\theta(N)=\mathrm{tg}^{-1}\frac{T_s(N)}{T_c(N)};$$

$$T(N)=\sqrt{T_c^2(N)+T_s^2(N)};$$

$T_s(N)=\int_{-\infty}^{\infty} h(x)\sin 2\pi Nx dx$ 是线扩散函数的正弦变换；

$T_c(N)=\int_{-\infty}^{\infty} h(x)\cos 2\pi Nx dx$ 是线扩散函数的余弦变换。

由(17-11)式可得出如下重要结论：亮度为余弦分布的物体，经光学系统所成的像仍为同频率的余弦分布，平均亮度a不变，但对比度降低到原来的$T(N)$倍，同时相位移动了$\theta(N)/2\pi N$。$T(N)$即为调制传递因子，表征光学系统传递物对比的能力。$\theta(N)$称为相位传递因子。物分布函数$o(x)$与像分布函数$i(x)$间的关系如图17-4所示。

调制传递因子和相位传递因子随空间频率N而变化，这种函数关系称为光学系统的调制传递函数(MTF)和相位传递函数(PTF)。它们共同构成了光学传递函数(OTF)。当空间频率N增大到某一值时，$T(N)$降低为零，与此对应的频率称为光学系统的截止频率。由此证明，光学系统是一低通滤波器。

由于光学传递函数就是光学系统的点扩散函数的傅里叶变换，我们只要对点扩散函数的傅里叶变换加以研究即可。理想光学系统由于衍射的存在，点扩散函数也并非是δ函数，其调制传递函数也要随空间频率的增加而降低，直到截止频率；而实际光学系统的像差将使调制传递函数随空间频率的增高比理想系统降低得更快(畸变不影响传递函数)，这就是光学传递函数之所以能用来评价光学系统成像质量的原因。

为了对其进行计算，定义系统的光瞳函数为

$$f(\eta,\zeta)=\begin{cases}\tau(\eta,\zeta)e^{-ikW(\eta,\zeta)} & \text{点}(\eta,\zeta)\text{在光瞳内}\\ 0 & \text{点}(\eta,\zeta)\text{在光瞳外}\end{cases}$$

式中，(η,ζ)是光瞳坐标，$\tau(\eta,\zeta)$是光瞳的振幅透过率，通常可取作1，$W(\eta,\zeta)$是光学系统的波像差函数。

像面上的振幅函数$\psi(x,y)$是光学系统光瞳函数的傅里叶逆变换，并由于点扩散函数$h(x,y)$是像面振幅分布函数的平方，而光学传递函数$H(s,t)$又是点扩散函数的傅氏变换，经过简单的数学推导可得

$$H(s,t)=\iint_{-\infty}^{\infty} f(\eta+s/2,\ \zeta+t/2)\cdot f^*(\eta-s/2,\ \zeta-t/2)d\eta d\zeta \tag{17-12}$$

即由光瞳函数的自相关积分可以求得光学传递函数。若光学系统的最大传递因子取作1，采用此规化条件后的所谓规化传递函数以$R(s,t)$表示，有

$$R(s,t) = \frac{1}{A}\iint_S e^{-ik[W(\eta+s/2,\zeta+t/2)-W(\eta-s/2,\zeta-t/2)]}d\eta d\zeta \tag{17-13}$$

式中，A 是出瞳面积(对于规化的单位圆 $A=\pi$)，积分区域 S 是两个出瞳中心互相错开($\pm s/2$，$\pm t/2$)时的公共区域，如图 17-5 所示。

由式(17-13)可得，对于不存在像差的理想系统，$R(s,t)$是光瞳错开时的重叠区域面积与光瞳面积之比。两个光瞳完全错开时对应的规化空间频率即为截止频率。

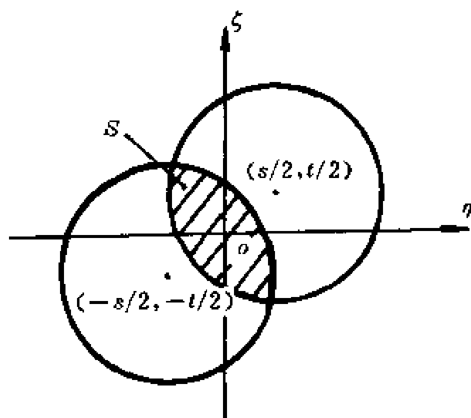


图 17-5

光学传递函数的概念不仅适用于一个光学成像系统，也适用于复合光学系统(如多次成像)，甚至适用于一个总体系统(包括目标、传输器和接收器等)。对于一个由线性环节串联而成的复合系统，总的光学传递函数是各个环节的光学传递函数的连乘积，即

$$R(\nu)=R_1(\nu_1)R_2(\nu_2)\cdots R_n(\nu_n) \tag{17-14}$$

相应地，复合系统的 MTF 和 PTF 计算公式分别为

$$T(\nu)=T_1(\nu_1)T_2(\nu_2)\cdots T_n(\nu_n) \tag{17-15}$$

$$\theta(\nu)=\theta_1(\nu_1)+\theta_2(\nu_2)+\cdots+\theta_n(\nu_n) \tag{17-16}$$

据此，不仅能对整个系统作出质量评价，还能对光学系统提出合理的要求。

OTF 是一种比较全面、客观的评定像质的方法，尤其是对成像质量密切相关的调制传递函数与前述中心点亮度、分辨率有一定的关系，但比它们更为严格与全面。由傅氏变换的基本定理可以证明：中心点亮度值等于 MTF 曲线与坐标轴所围之面积，我们也可以由该面积的大小来评价和比较系统的好坏；同时，MTF 能反映不同频率、不同对比度的传递能力。一般而言，

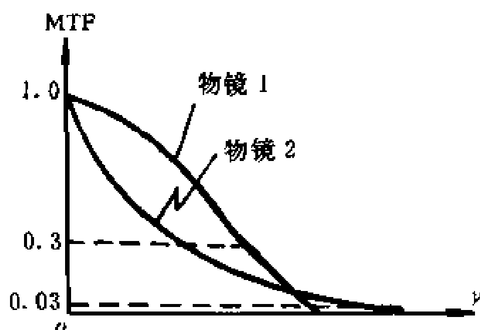


图 17-6

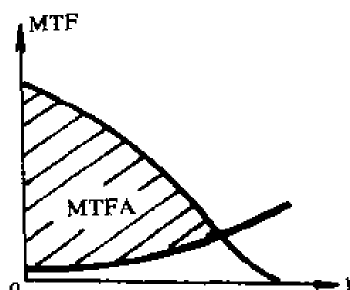


图 17-7

高频传递函数反映了物体细节传递能力，低频传递函数反映物体轮廓传递能力，中频传递函数反映对物体层次的传递能力。如图 17-6 所示，物镜 2 的极限分辨率比物镜 1 高，但在低频部分则物镜 1 比物镜 2 高，故用物镜 1 拍出的影像层次丰富，真实感强。在这种情况下就不能用目视鉴别率，而只能用光学传递函数才可以比较物镜的质量。

应用光学传递函数来评价光学系统的成像质量，是像质评价工作的一个进步，它较客观地反映了光学系统成像过程、特性与像质。然而它与视场、孔径、空间频率的取向以及光学系统的使用波长等许多参数有关。为了实际应用，必须对这些大量数据进行处理，寻求一个能比较全面地反映光学系统空间频率传递特性的评价指标。这是一个值得探讨的问题。

用光学传递函数评价光学系统像质，目前大致有如下几种方法：

1. 比较分析 MTF 曲线，如图 17-6 所举例子。

2. 根据光学系统的使用目的，选取一个或几个特定频率的 MTF 值作为评价指标。

3. 根据 MTF 值降到某一特定值时，以与其对应的频率不应小于某值来评价。

4. 以 MTF 曲线与坐标轴或接收器的"察觉阈"所围的面积 MTFA 来评价复合系统，如图 17-7 所示。任何接收器对不同频率的正弦光栅像都有不同的 MTF 察觉阈值，这可以用接收器 MTF"察觉阈"曲线表示，该曲线的下方是接收器不能察觉的区域。MTF 曲线与"察觉阈"曲线的交点所对应的空间频率就是复合系统的极限鉴别率。

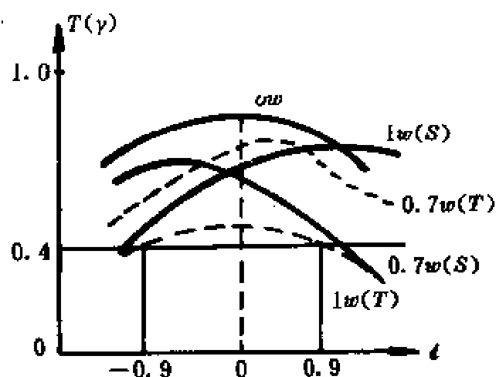


图 17-8

5. 利用 MTF 曲线族作像质评价。为了对某些研究型光学系统作出更全面的评价，必须把有关数据和曲线加以综合，以曲线族的形式来表达所需反映的参数。如图 17-8 所示。如果规定 T(v)＝0.4 为最小允许值，则由图中的五条 MTF 曲线可确定焦深范围(1.8mm)及最佳焦面位置。

值得指出，OTF 不仅能用来评价设计结果，而且能指导光学设计，根据 OTF 的要求制定像差的合理校正方案和公差。在光学自动设计的精校阶段，还可作为评价函数，求得系统更佳结构参数。

习 题

1. 简述中心点亮度、瑞利判断、分辨率、点列图四种像质评价方法的优缺点。
2. 为什么高对比物体的分辨率大于低对比物体的分辨率？
3. 光学系统在什么条件下可以看作空间不变线性系统？
4. 点扩散函数与光学传递函数之间有什么关系？
5. 用光学传递函数作为像质评价指标有哪些优点？
6. 试计算理想光学系统的 MTF 值，并画出相应的曲线。
7. 试说明 MTF 与波像差、中心点亮度、分辨率的关系。

第十八章 光学自动设计

§18-1 概述

如上章所述，光学系统随应用场合和使用要求的不同，必须达到相应的像质要求，这些要求都与几何像差相联系。因此，力求把光学系统的有关几何像差校正到尽可能小或取得最佳匹配，是与像质要求相一致的。但像差与光学系统的结构参数之间不可能建立起确切的函数关系，无法从像差要求出发直接求得光学系统。即使用初级像差理论来求解，也异常复杂，且当系统的孔径和视场较大时，初始结构参数需经大量的像差校正工作后才能应用。这是一项艰巨而费时很多的工作。自从电子计算机取代了繁重的光路计算后，大大加快了设计进程。计算机技术与最优化理论和数值方法互相促进而得到发展，也为光学自动设计（确切地说应是像差自动平衡）打下了基础，并推动其发展。光学自动设计的特点是根据系统的各个结构参数对像差的影响，同时修改对像差有校正作用的所有结构参数，使像差得到平衡。由于充分发挥了各个参数的作用，大大加快了设计速度，提高了设计质量。

应该说，既有多种像质评价方法及其相应的判据和指标，在用计算机作自动设计时撇开几何像差，直接以此为目标来修改结构参数，是未尝不可的。这样，作为像质指标，或波差、或点列图、甚或调制传递函数，也都被赋予了像差的含义。所以在光学自动设计中，像差一词是广义的，并不一定单指通常的几何像差。

一个光学系统的结构由各透镜表面的曲率半径或非球面系数、透镜的厚度和间隔、透镜的折射率所确定，统称为系统的结构参数。若共有 n 个，记为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$。向量 x 就表示了光学系统的一个设计方案。对于给定位置的物体，在一定的孔径和视场下，其像差也就完全确定。因此像差是结构参数的函数。若系统要考虑 M 种像差，并记作 $f=(f_1,f_2,\cdots,f_M)^T$，则有

$$f_i=f_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)(i=1,2,...,M) \text{ 或 } f=f(x) \tag{18-1}$$

光学自动设计就是要修改结构参数向量 x，使 M 种像差都逐渐达到各自可允许的目标值。但结构参数并不都是独立的自由变量，如透镜的曲率中受限于它的中心或边缘厚度，折射率也受限于材料的种类而不能任意改变，因此修改时需提出一些称为边界条件的限制和约束。

在自动设计中要求控制的各种像差也是相关的，并不都是能任意控制的独立的量。所以应根据需要和可能，对各种像差进行综合平衡，以确定光学系统的最优结构参数。鉴于此，必须建立一个能综合评价并足以反映像质好坏的函数 φ，以引导结构参数的自动修改，直到获得良好的解。这个函数是由像差构成的，显然也是结构参数的函数，即

$$\varphi=\varphi(x)$$

φ 之值越小，成像质量就越好。我们称之为评价函数，也称价值函数或目标函数。

综上所述，所谓光学自动设计，就是在根据系统的要求构成评价函数以后，在边界条件下寻求一组结构参数 x 的解，使评价函数 φ 具有尽可能小的值。这属于数学上的最优化问题。

由于评价函数 φ 以及构成 φ 的各种像差与结构参数之间非线性的复杂关系，不可能使结构参数经一次修改后就达到使 φ 为极小值的终解，必须逐次迭代才能完成。因此，能否使评价

函数快速收敛，是衡量自动设计方法的好坏和程序质量的主要标志。有时，经迭代以后，评价函数反而发散，这是由于像差之间的相关，像差与结构参数之间的非线性程度严重，不能给结构参数修改方向和步长以有效的控制而引起的。碰到这种评价函数发散、或收敛速度很慢等情况时，设计人员必须对设计过程进行人工干预，或改变评价函数中的某些因子，或人为地改变一些结构参数，以使评价函数能继续收敛下去，获得好的结果。所以在光学自动设计中，设计人员依旧需要发挥他的作用，而这些作用是与设计者对像差理论的了解和设计的实践经验分不开的。

现今较为有效而实用的像差自动平衡方法有阻尼最小二乘法、适应法、正交化法等多种优化方法。但是目前最为流行的还是阻尼最小二乘法。这里限于篇幅，仅介绍这一方法。

§18-2　评价函数及其构成

在光学自动设计中，评价函数起着引导函数的重要作用。因此，要求评价函数除能充分反映系统的成像质量外，还要便于计算，要能提供一个单一的评价标准，易于计算机判断。由于像质是随像差的减小而改善的，再考虑到传统的设计以校正像差为主，故用几何像差来构成评价函数是恰当的。

为使软件能适用于像差要求不同的各种光学系统，评价函数中所包含的像差应该齐全一些。对于一个具体的系统，不可能也无必要把所有像差都校正到零，对不同的像差也应该区别对待。即严格控制影响像质严重的像差，放宽另一些影响不大的像差的容限，而对有些不需考虑的像差，则可不予控制。这些通用性和灵活性的要求，可用下述二种方法解决：

1. 对各种像差在评价函数中的表现形式加以改变，不是以像差自身的绝对值，而是以它们相对于目标值之差 $f_i-f_i^*$ 来参与评价。目标值 f_i^* 可按像差的要求来确定。如果 $f_i(x)$ 的允许范围为 $a_i\leqslant f_i(x)\leqslant b_i(i=1,2,\cdots,M)$，则可取

$$f_i^*(x)=(a_i+b_i)/2 \tag{18-2}$$

为 $f_i(x)$ 的目标值。若像差的范围对称，如 $|f_i(x)|\leqslant C_i$，则其目标值为零。

2. 对各种像差乘上一个表示其相对重要性的系数 W，W 为非负数，称为权因子：对要求严格控制的像差，可乘上一个较大的权；对要求不高的像差乘以较小的权；对不需考虑的像差权取零。权因子的选取不仅要考虑各种像差的相对重要性，还要令其起统一像差量纲的作用。因为各种像差在数值上的要求差别很大，若不给它们乘以不同的权因子，计算机就会只顾校正数值大的像差，而忽略了数值小者。还有，各种像差受变量的影响也不一样，并且随着迭代过程中变量参数的改变而变化，因此，还必须在计算过程中随时修正权因子。所以权因子的选取相当复杂而重要。后面再加以讨论。

根据上述考虑，评价函数通常按下式构成：

$$\varphi(x)=W_1^2(f_1-f_1^*)^2+W_2^2(f_2-f^*)^2+\cdots+W_m^2(f_m-f_m^*)^2 \tag{18-3}$$

应当指出，构成评价函数的诸像差 $f(x)$ 是泛指的，可以是各种形式的像差，也可以是一些光学系统需严格保证的高斯光学参数，如像方孔径角 u' 和像方截距 l' 等。

用通常的几何像差来构成评价函数时，其中包含供选用的像差数少则三十种左右，多则四十几种。一般取用的是：像方孔径角 u' 和像方截距 l'；七种初级像差系数；全孔径和 0.7 带孔径的球差、正弦差和波色差；全视场和 0.7 带视场的弧矢像面弯曲、像散、畸变和倍率色差；全视场和 0.7 带视场的全孔径子午彗差和 0.7 孔径子午彗差；全孔径和带孔径的二级光谱。共计

29 种。

如果再需多取，还可增加：全视场和带视场时的全孔径和带孔径的八条子午光线的子午像差分量；全视场和带视场时的全孔径和带孔径的四条弧矢光线的子午像差分量和弧矢像差分量。共计 16 种。

以上像差数共计为 45 种。对一个具体系统进行设计时，可根据其孔径和视场的性能要求及像质要求，选用其中若干种作为受控像差。

评价函数也可以用光线的横向像差，即点列图来构成。通常用点列图评价时，计算一个点就需算出数量很多的光线，并且至少对轴上、0.7 视场和全视场三个点进行，另外再考虑三种色光，故计算工作量是很大的。自动设计时考虑到像差之间的相关性和设计速度，只挑选最少数量的光线进行计算，同时还需把细光束的像散和像面弯曲包括进去。光线数可选取：轴上点的全孔径和 0.7 孔径光线；全视场和 0.7 带视场时的全孔径和带孔径的子午光线与主光线各五条及弧矢光线各二条。这样共有 16 个 δy 值和 4 个 δz 值。这是最少应算的光线数。这里横向像差可以只对主色光进行计算，至于色差、轴上点可用波色差，轴外点可用倍率色差来控制。

类似地，也可以用波像差构成评价函数。波像差是光瞳坐标的函数，可用所选定光线至参考面的光程与主光线光程之差来算出该光线的波像差。另外，波像差中反映不出畸变的影响，故畸变应加入到评价函数中。色光的影响仍可用色差来表出。

此外，还有用光学传递函数来构成评价函数的。从评价函数应充分反映像质来讲，用传递函数来构成是最好的。但它计算效率很低，只能应用于设计的后阶段作进一步精校之用。因为像质的好坏不全在像差的大小，还取决于像差的最佳匹配。在此情况下，能以客观反映像质的光学传递函数来作评价函数，自然是最理想的了。

§18-3 阻尼最小二乘法

光学自动设计的阻尼最小二乘法是在最小二乘法的基础上，为克服其严重的缺陷而加以改进了的方法。因此有必要先对最小二乘法作一番了解。

一、最小二乘法

按照最小二乘原则，评价函数应满足

$$\varphi=f_1^2+f_2^2+\cdots+f_m^2=|f|^2=\text{极小值} \tag{18-4}$$

式中的像差 f_i 已包括进权因子。

根据多元函数的极值理论，使 φ 为极小值的条件是 φ 关于各自变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的一阶偏导数为零，即

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}=2\left(f_1\frac{\partial f_1}{\partial x_j}+f_2\frac{\partial f_2}{\partial x_j}+\cdots+f_m\frac{\partial f_m}{\partial x_j}\right)=0,\qquad j=1,2,\cdots,m \tag{18-5}$$

考虑到上式中的像差是结构参数 x 的非线性函数，为便于计算，把像差 $f_i(x)$ 在初始点 x_0 处作泰勒级数展开，并只取其线性项，有

$$f_i=f_{0i}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\triangle x_j,\qquad i=1,2,\cdots,m \tag{18-6}$$

以上公式中，$\partial f_i/\partial x_j$ 是第 i 种像差关于第 j 个结构参数的偏导数或变化率，可以由计算机在 x_0 处用差商代替导数的方法求得。注意计算差商时所取的 $\triangle x_j$ 值一定要相当小。

可以把公式(8-6)写成矩阵形式：

$$f=f_0+A\triangle x \tag{18-7}$$

式中：f、f_0 和 $\triangle x$ 分别是结构参数修改以后的像差、初始结构参数 x_0 时的像差和结构参数的改变量的列向量；A 是 m 行 n 列的以偏导数为元素的矩阵，即

$$f=(f_1,f_2,\cdots,f_n)^T$$

$$f_0=(f_{10},f_{20},\cdots,f_{n0})^T$$

$$\triangle x=(\triangle x_1,\triangle x_2,\cdots,\triangle x_n)^T$$

$$A=\left[\frac{\partial f}{\partial x_1},\frac{\partial f}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial f}{\partial x_n}\right]$$

同样，方程组(18-5)也可写成

$$A^T f=0 \tag{18-8}$$

将式(18-7)中的 f 代入式(18-8)得

$$A^T f_0+A^T A\triangle x=0 \text{ 或 } A^T A\triangle x=-A^T f_0 \tag{18-9}$$

这就是最小二乘法的法方程。它是一个 n 元线性方程组，要求有唯一组解时必须 $m>n$。

法方程组(18-9)的解向量为

$$\triangle x=-(A^T A)^{-1}A^T f_0 \tag{18-10}$$

于是经一次迭代得到一组结构参数解为

$$x=x_0+\triangle x \tag{18-11}$$

以上计算中，我们是把像差函数 $f(x)$ 作为线性函数来处理的。如果初始点 x_0 非常靠近对应于 φ 为极小值的点，则在其附近评价函数接近二次函数，对像差函数作线性逼近是可以的。但是远离极小点时，像差函数的非线性程度非常严重，此时用线性逼近将不能使评价函数收敛。其次，由于像差之间相关性，矩阵 $A^T A$ 接近奇异，会导致对解 $\triangle x$ 无法控制，远超出像差的线性范围，反导致评价函数的发散。所以，最小二乘法没有实用意义。

二、阻尼最小二乘法

阻尼最小二乘法是最小二乘法的一种改进方法。为了有效地应用最小二乘法，必须适当地限制参数修改量 $\triangle x$，以使初始结构参数 x_0 远离极小点时，线性逼近依然有效。

为了对参数修改量 $\triangle x$ 加以限制，英国学者 Wynne 提出在评价函数中加入一个对 $\triangle x$ 给以阻尼的项，构成了如下的评价函数：

$$\psi(x)=\varphi(x)+p|\triangle x|^2 \tag{18-12}$$

式中，p 是一个适当的正数，称为阻尼因子。于是，我们就不只是对 $\varphi(x)$，而是对包含带阻尼的参数修改量 $\triangle x$ 在内的新评价函数使用最小二乘法，称为阻尼最小二乘法。显然，在对新的评价函数作最优化处理时，被减小的不仅是像差，而且还有修改步长 $\triangle x$ 本身。$\triangle x$ 被减小的程度由阻尼因子 p 的大小决定。适当地确定阻尼因子，就能有效的控制 $\triangle x$，使之在像差的线性范围以内，从而很好地防止评价函数的早期发散。

用以上同样的方法可以导出法方程为

$$(A^T A+pI)\triangle x=-A^T f_0 \tag{18-13}$$

式中，I 是单位矩阵。可见，法方程(18-13)也是 n 元线性方程组，只是其系数矩阵由于在主对角线的元素上都加入了一个阻尼因子，成为一个非奇异矩阵，它总可使系数行列式的值不为零，因此，求得的解 $\triangle x$ 是有意义的。

解方程组(18-13)得解向量为

$$\triangle x=-(A^T A+pI)-1A^T f_0 \tag{18-14}$$

于是按式(18-11)得到一组新的结构参数。如果此时评价函数尚未达到极小值，则以此作为新

的结构参数重复上述过程，就能使评价函数一步步收敛，直到合乎要求为止。

阻尼最小二乘法的主要优点是收敛快，这是因为阻尼因子起到了对解的的步长和方向的限制作用，并能通过对阻尼因子的合理选择处理好非线性问题，从而获得最适步长。因此，是到目前为止国内外所普遍采用的一种光学自动设计方法。此法的缺点主要是容易陷入局部极值，故应用时需采取一些辅助措施，使之避开局部极值，或在陷入局部极值时能从中跳出。常用的措施有选定较好的结构参数、改变评价函数的结构（改变受控像差的数目、增减自变量的数目、改变权因子等），也可人为的改变几个结构参数，使之跳出局部极值。

三、权因子的选择

权因子除能反映各种像差的相对重要性外，还能把各种像差调整到同一量级。它的不同取法，可导致评价函数的不同收敛途径。合理选择权因子不仅可加快收敛速度，还能做到像差之间的最佳匹配，尤其当评价函数由于陷入局部极值而无法继续收敛下去时，需通过改变权因子使迭代继续下去。因此必须合理选择之。选取方法通常有以下几种：

1. 设计者根据光学系统的像差校正能力和受控像差之间的量级差异而人为给出。

2. 设计者根据所设计系统的像差容限选定权因子。若像差 f_i 的允许范围是 $a_i \leqslant f_i \leqslant b_i$，则像差的容限为 $\triangle f_i=(b_i-a_i)/2$，则取其倒数作为该种像差的权因子，即

$$W_i=1/\triangle f_i \qquad i=1,2,\cdots,m$$

这种选取方法既能统一像差的量纲，又能区分像差的校正要求，因而是合理的。

3. 把权因子分成二部分，即

$$W_i=\tau_i\sigma_i \qquad i=1,2,\cdots,m \tag{18-15}$$

其中：τ_i 为本征权或人工权，由设计者按像差的量级和相对重要性按上述方法给定，也可在计算过程中根据需要作人工修改；σ_i 是修正权或自动权，它是结构参数的函数，是在计算过程中由程序自动调节的。自动权的思想是给变化灵敏的像差以较小的权，给变化不灵敏的像差以较大的权，从而使各种像差均匀地收敛。

像差变化的灵敏程度可由像差梯度的模 $|\mathrm{grad}f_i|$ 来表征，它是某种像差 f_i 对 n 个结构参数的总变化率的度量。它正好是 A 矩阵中第 i 个行向量的长度。于是

$$\sigma_i \propto \frac{1}{|\mathrm{grad}f_i|}$$

但不能直接以 $1/|\mathrm{grad}f_i|$ 作为自动权，因为 $\mathrm{grad}f_i$ 在迭代过程中的变化将使评价函数在不同的迭代阶段的尺度不一致。为此须对权因子规一化，即乘以一个规化常数 C，为

$$\sigma_i \propto \frac{C}{|\mathrm{grad}f_i|}$$

以满足条件

$$\Sigma(\tau_i\sigma_i)^2=\Sigma\tau_i^2$$

则总权因子可按式(18-15)得出。

四、阻尼因子的选择

阻尼因子是为改善法方程组中系数矩阵的条件和消除非线性的影响而引进的。选择阻尼因子既意味着选择解的方向，也表征着在此方向上前进的步长。正确的阻尼因子应该是在保证评价函数收敛的前提下，具有尽可能大的参数修改步长。因此，也必须合理选择。

1. Wynne 提出在每次迭代后算出表征线性程度的预报量

$$\theta=\frac{\varphi_0-\varphi'}{\varphi_0-\varphi_L}$$

其中，φ_0 是迭代前的评价函数，φ' 是迭代后的评价函数，φ_L 是本次迭代的线性近似函数，即按

泰勒级数展开的像差算出来的评价函数线性近似值：

$$\varphi_L=\sum_{i=1}^{m}(f_{i0}+\mathrm{grad}f_i\cdot\triangle x)^2$$

当 $\varphi_L=\varphi'$ 时，表示迭代过程完全在线性范围内，$\theta=1$。所以可用 θ 偏离 1 的程度作为线性好坏的标志，并据以确定阻尼因子的大小。Wynne 建议：当 $0.5<\theta<0.9$ 时，线性程度中等，可保持 p 不变；当 $\theta<0.5$ 时，线性程度差，应加大阻尼，取 $p=4p_0$；当 $\theta>0.9$ 时，线性程度好，应减小阻尼，取 $p=p_0/4$。

2. Wynne 在 1967 年又提出了在每次迭代中，优选阻尼因子 p 使 φ 为极小，以保证解的最佳方向和步长。具体做法是选择一个以 p 为自变量的多项式来表示 φ，然后求 φ 对 p 的一阶导数，并使其为零来确定这次迭代中使 φ 为极小值的阻尼因子。这样做，每次迭代都要计算 p，因此在过去计算机速度较慢时要多化不少时间。现在计算机速度大大加快，加之比较精确地选择了 p 的最佳值，使迭代次数有所减少，总的效果是很好的。

3. 类似于人工权和修正权的处理方法，阻尼因子也可考虑由二个对角阵的乘积组成，即 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{PQ}$。$\boldsymbol{P}$ 可以是按前述方法确定的对角阵，也可以根据不同类型的变量（曲率、间隔、折射率等）分别选定阻尼因子构成对角阵；$\boldsymbol{Q}$ 是以变量 x_j 对像差校正的灵敏度所决定的量 q_j 为主对角线元素的对角阵，其中 q_j 是 $\boldsymbol{A}$ 矩阵的第 j 个列向量的模，表示各个像差关于变量 x_j 的总变化率。此方法称相对阻尼法，能加快收敛速度。$\boldsymbol{Q}$ 称相对阻尼量。

五、变量的选择

在阻尼最小二乘法中，由于不能有效地克服变数相关，把所有结构参数都选作变量参与设计过程并不总是有利的，所以应选择合适的参数作为自由变量。此外，为了使各类变量在量纲上一致，应把参数作相应的替换。通常以曲率代替半径、将轴向间隔除以系统焦距的平方、将折射率除以焦距作为相应的变量。这样，可使各类变量对像差的影响不致悬殊，从而可避免矩阵中各个元素间有过大的数量级差异。

§18-4　边界条件的处理

边界条件的处理是光学自动设计中的重要问题。自动设计由于受多个边界条件的约束而变得复杂，同时不可避免地增加了软件编写和计算工作量。

有二类边界条件：

第一类是属于自变量本身的边界条件，即对结构参数的变化范围的限制，包括：透镜的中心厚度和空气间隔应便于加工和装调；折射率的变化应能保证挑选到相应的玻璃等，称为变量边界条件。变量边界条件除应考虑工艺条件和材料的可能性，还要考虑到程序处理的方便和不致引起收敛过程的波动。

对于各类变量可作如下的限制：曲率半径一般不需给以限制（因为自动设计中为了确保像差的良好校正，并不会导致半径的极度变小）；透镜的厚度应严格限制下限（可令 $d\geqslant0.1D$，D 为透镜口径），为了防止透镜过厚，对上限也可适当提出限制；透镜的空气间隔只需限制下限；透镜的折射率可限制在 1.48～1.85 范围，并将其分段，以便能与色散或阿贝数相适应。

第二类边界条件是以结构参数为自变量的函数的边界条件，是对结构参数函数的限制，包括正透镜的边缘厚度、焦距或倍率、后截距、系统的总长度等，甚至也可把系统的成本作为边界条件。对这类边界条件需提出相应的目标值和限制要求。

凡是不符合所规定的限制条件和要求时，都称为违反边界条件。

对第一类边界条件通常用以下方法处理：

1. 变数替换法 此法常用于对透镜中心厚度的控制。如果透镜的中心厚度为 d_j，定义一个新的变数 x_j，使 $d_j=d_{j0}+k_jx_j^2$。d_{j0}是透镜的最小厚度允许值，k_j 是一大于零的值。此时，不论 x_j 取何值，都不会违反边界条件。这种方法在程序处理上非常方便。

2. 当迭代后的新解违反边界条件时，将违反的变数人为改变到允许范围内，再进行下一次迭代。这种做法易于处理，但破坏了原来的解，将会引起收敛过程的波动。

3. 当新解违反边界条件时，认为该解不能接受，将所有参数回复到迭代前的状况，并将违反的参数暂时冻结不作为变量。经过 3～5 次迭代后，可认为此时的系统已离开原系统很远，变数的变化方向可能已发生变化，再将被冻结的参数释放，重新作为变量参予求解。若再违反，再予冻结。这种做法比较合理，但程序处理上比较复杂。

第二类边界条件由于是多个自变量或全部自变量的函数，通常都作为像差来处理。其中如焦距或倍率等必须严格控制的边界条件，始终让其出现在评价函数中作为像差；而另一些、如正透镜的边缘厚度、系统的总长度等，则只当其违反时才作为像差处理，并给以一定的目标值和较大的权。这类边界条件也是每次迭代后都要检验的。若违反，就将其作为像差加入到评价函数中。若连续 3～5 次不再违反，就予以释放。这种方法在程序处理上相当复杂。

对单边约束的边界条件如 $b(x)\geq 0$ 还可用另一种处理方法，即构造成函数 $|b(x)|-b(x)$，然后把它作为像差，加权后加入评价函数。当边界条件违反时，该函数值非零，就自然作为评价函数中的一部分；而当边界条件满足时，该函数值为零，将自动从评价函数中脱出。对于可用单边约束的边界条件，这种方法在程序处理上要较前法简单得多。

至此，对阻尼最小二乘法的有关问题均作了比较详细的介绍和讨论。读者如需进一步了解和研究光学自动设计问题，可阅参考文献[16]、[17]和[18]等。

18-5 光学设计过程小结

为了使读者对光学系统设计的全过程有一个总体的印象，今举例概括光学设计的全过程。

例：设计一个焦距为 35～70mm、相应的光圈数为 4.5～8.5 的平视取景变焦距照相物镜。

变焦距镜头通常结构较为复杂。为保持像面稳定，需将整个镜头分为二个或二个以上组元，各组元之间相对运动使像面位移得到补偿(请阅 § 14-5 和参考文献[11]。因此，要解决的第一个问题是各组元的光焦度分配，这和运动组元数的多少有关。若系统有三个以上运动组元，将不能得到唯一组解，此时，应将能反映系统整体性能及校正像差难易程度的一些量作为广义像差，运用阻尼最小二乘法先优化高斯解。这里限于篇幅，对此不进行详细讨论，有兴趣的读者请阅参考文献[11]和[21]。本例变焦比不大，两个组元相对运动即可。由于该镜头用于平视取景照相机，最后一面到像面的距离较小，通常不小于 10mm 即可，因此必采用正负分离、正组在前的结构。按系统总焦距的要求和像面不动的原则列出方程组，即可得到唯一组高斯解 f'_1、f'_2 和二组元之间的间隔 d。光阑的位置和移动与否应根据光圈变化范围定，本例中光阑位于二个组元之间，与第一组元一起运动。

第二个步骤是初始结构的设计。初始结构型式可从参数相近的专利中选取，也可由设计者运用第十二章给出的方法求解。前者不失为一种效率高、设计前景较有把握的方法，但若要在结构形式上进一步挖掘潜力、创出新的结构，则可在积累丰富资料和经验的基础上，直接列出

方程(12-29),解出各组元所需的 $\overline{P}$ 和 $\overline{W}$。对于本例所举的变焦距镜头,应考虑到短(35mm)、中(52mm)、长(70mm)三个焦距时的初级像差,若变焦比更大,则应取五个焦距。由于变量数少而方程多,应根据像差要求求其加权最小二乘解。这项工作由计算机完成是毫无问题的。求得 $\overline{P}$ 和 $\overline{W}$ 后,再进一步按公式(12-26)和(12-27)求出各组元的 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$,即可在此基础上求解初始结构了。求解时应考虑各种结构型式的透镜组成产生 $\overline{P}^{\infty}$ 和 $\overline{W}^{\infty}$ 的可能性,选出合适的。本例选取的结构型式如图 18-1 所示[22]。

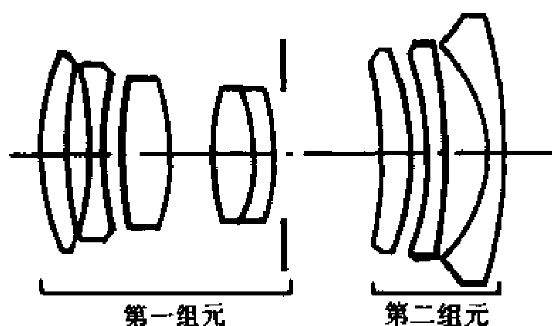


图 18-1

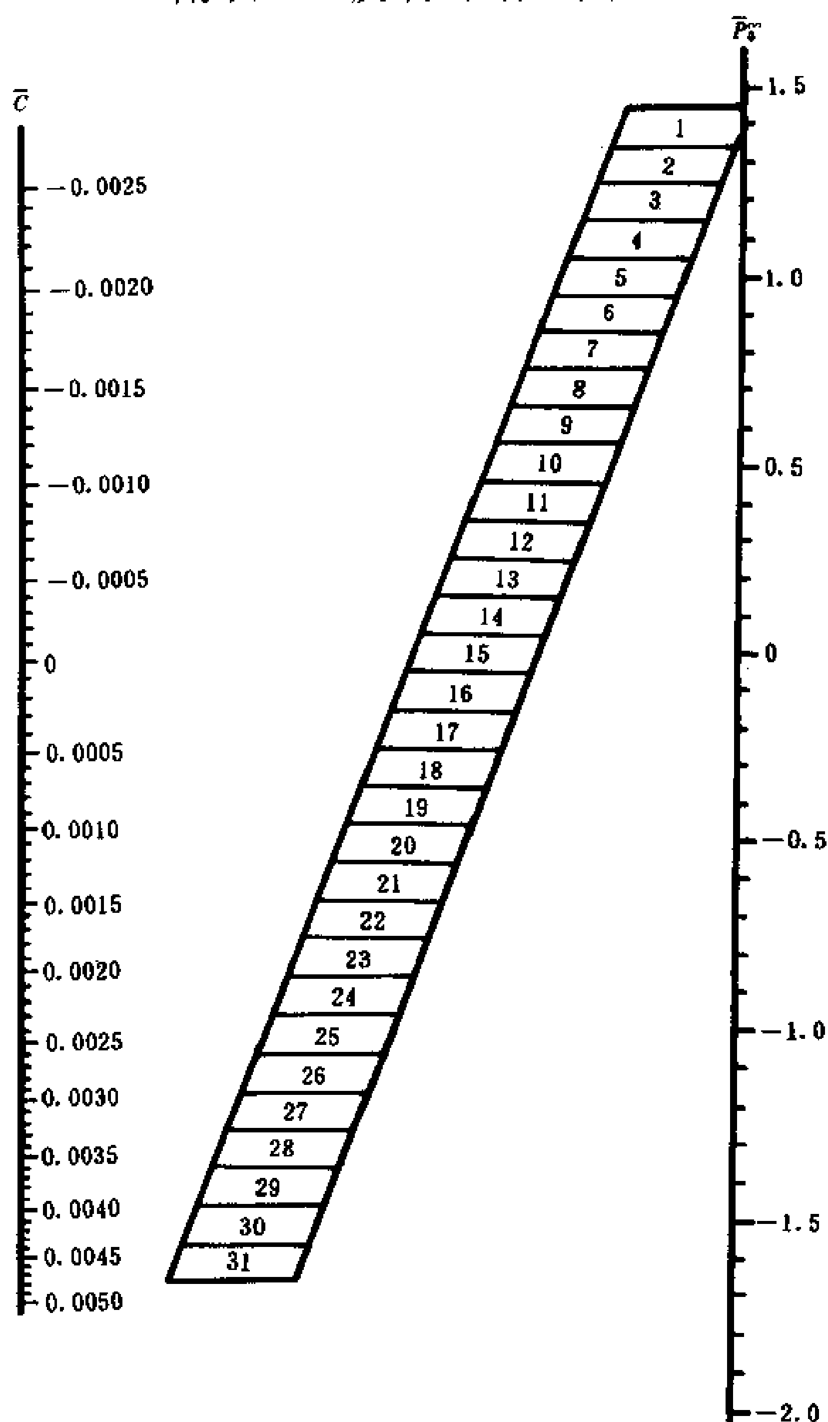
以上工作可编成程序,在良好的人机界面下由计算机辅助完成。

接下来的工作是利用光学设计 CAD 程序进行像差平衡。设计者可根据孔径和视场的性能要求选择参与平衡的像差,如 § 18-2 所述。对于变焦距镜头,应考虑到各个焦距位置时像差的平衡,即应根据各焦距时的视场、孔径的具体情况分别选出受控像差参与平衡,若需离焦以改善像质,应使各个焦距位置具有相同的离焦量。本例应取三个焦距,变焦比大时应取五个焦距。然而,绝大多数光学系统的像差平衡不可能完全交由计算机来完成,这中间常需进行多次的人工干预,包括修改结构参数、修改权因子、像差的目标值等。人工修改结构参数应按照 § 15-5 所述的原则;修改权因子应考虑到各受控像差的量纲和校正要求;有时还需修改目标值,此时常采用“矫枉过正”的手段,例如某像差的当前值是 0.4,希望校正到 0.1 左右,但给目标值为 0.1 不一定能奏效,此时可给 0 或 −0.2,甚至 −0.4 等,以使其值下降。

当像差平衡工作告一段落时,应对系统各焦距位置时的全部像差作一计算,以决定是否还需继续平衡。如果几何像差被认为能满足要求,则应进一步计算传递函数、点列图或波像差等,进行像质评价,再决定是否还需继续修改,如果需要,修改方向如何。

附表、附录及参考文献

附表1　玻璃对编组图



附表 2 冕牌透镜在前的玻璃组合

编号	玻璃组合的牌号
1	ZK8F3 ZK6F3 ZK19F3 ZK20F3
2	
3	ZK6F4 ZK19F4 ZK8F4
4	ZK6F5 ZK20F5
5	ZK19F2 ZK8F5
6	
7	
8	ZK3F2 ZK3F3 ZK3ZF6 ZK6ZF1 K2ZF1 K2ZF6 BaK8F2
9	BaK6ZF6 ZK19ZF1 ZK6BaF8 BaK3ZF6 K9ZF6 ZK3F5 K2ZF5 ZK6ZF5
10	BaK6ZF6 ZK19ZF1 ZK6ZF2 ZK6ZF3 K9ZF5 BaK3ZF5 BaK6ZF5 ZK19ZF6 ZK3ZF2 ZK3ZF1 ZK19BaF8
11	ZK19ZK5 ZK20BaF8 K2ZF3 BaK3ZF3 ZK8ZF1 BaK6ZF3 BaK1ZF6 ZK8ZF6 ZK19ZF3 ZK20ZF1
12	ZK614563ZF2 K9ZF3 BaK2ZF6 BaK8ZF6 ZK8ZF5 K7ZF6 BaK6QF11 BaK1ZF5 BaK8ZF5 ZK20ZF5 ZK8ZF3 ZK8BaF8
13	BaK2ZF5 ZK8ZF2 K7ZF5 ZK20ZF3 BaK3ZF2 K10ZF6 BaK7ZF6 BaK6ZF2
14	ZK20ZF2 BaK1ZF3 BaK8ZF3 BaK6ZF1 BaK7ZF5 BaK2ZF3 K2ZF2 K10ZF5 BaK3ZF1
15	BaK6F2 ZK3BaF8 BaF3ZF6 K9ZF2 K7ZF3 BaK6F5 BaK6F4 BaK6F3
16	BaK7QF11 BaK8ZF2 BaK7ZF3 BaK3ZF5 BaK3F4 BaK3F2 BaK3F3 K10ZF3 K2ZF1
17	K9ZF1 BaK8F2 BaK8ZF1 BaK8F3 BaK1ZF2 BaK2ZF2 BaK8F5 BaK8F4 BaK3ZF3
18	BaK3QF11 BaK7ZF2 K2F5
19	K7ZF2 K9F5 K2F4 BaK2ZF1 BaK1ZF1 K9F4 K2F3 K9F3 BaK7ZF1 BaK7F3 K2F2 BaK2QF1 BaK1F4
20	K9F2 BaK3ZF2 K10ZF2 BaK7F2
21	BaK7F5 K7ZF1 BaK2F5 BaK2F4 BaK1F5 BaK2F3 BaK7F4 BaK3F2 BaK3ZF2 BaK7F3 BaK7F2 BaK7F5
22	BaK1F3 BaK1F2 BaK6BaF8 K10ZF1 BaK3BaF8 BaK2F2
23	K7F5
24	K7F4 K7F3 K7F2
25	K2BaF8 K9QF11 K10F5 K2QF11 BaK8BaF8 K9BaF8
26	K10F4 BaK2QF11 K10F3 BaK1QF1
27	BaK1QF11 K9QF1
28	BaK1BaF8 BaK2BaF8 K2QF1
29	BaK7BaF8
30	
31	BaK3BaF8

附表 3　火石透镜在前的玻璃组合

编号	玻璃组合的牌号
1	F3ZK19　F3ZK8　F4ZK20　F3ZK6
2	F4ZK6
3	F4ZK19　F4ZK8
4	F5ZK20　F5ZK19
5	F5ZK6　F5ZK8　ZF6BaK6
6	ZF5K2　ZF6BaK3　ZF6ZK3
7	ZF5ZK3　ZF6K9　ZF5BaK3　ZF2ZK3　ZF6ZK6　F3ZK3　ZF1ZK6　ZF5ZK6
8	ZF5K9　ZF3ZK3　ZF5BaK6　ZF3ZK6　F5ZK3　BaF6ZK6　ZF2ZK6　ZF3K2　ZF6ZK19
9	ZF6BaK1　ZF6K7　ZF6BaK2　ZF5K7　ZF6ZK8　ZF2ZK3　ZF1ZK19　ZF3BaK6　ZF6BaK8
10	ZF5BaK1　ZF3ZK19　ZF6BaK8　ZF6ZK20　ZF5ZK8　ZF6K10　ZF5BaK8　ZF5BaK2　ZF1ZK6　BaF8ZK19　ZF1ZK20　ZF2ZK19　BaF8ZK20
11	ZF3ZK8　ZF5BaK8　ZF6BaK7　ZF3BaK3　ZF2ZK8　BaF8ZK8　ZF2BaK3　QF11BaK6　ZF3ZK20
12	ZF5K10　ZF3BaK1　ZF3BaK2　ZF5BaK7　ZF3K7　ZF2BaK6　ZF2ZK20　ZF1BaK3　ZF2K2　ZF3BaK8
13	ZF2K9　ZF1BaK6　ZF3BaK6
14	F3BaK6　F4BaK6　ZF3K10　ZF1K2　ZF2BaK8　BaF8ZK3　F5BaK3
15	F3BaK3　ZF1K9　F2BaK6　F5BaK6　ZF2BaK1　QF11BaK3　ZF1BaK8　F4BaK3　F2BaK3　ZF2BaK2　F4BaK3
16	F4BaK8　F2BaK8　F3BaK8　F5BaK8
17	ZF2K7　ZF2BaK7　F5K9　F4K9　QF11BaK3　ZF1BaK2　ZF1BaK1　F5K2　F4K2
18	ZF1BaK1　ZF2BaK3　ZF2K10　F2K9　F2K2　F3K9　F3K2
19	F5BaK7　F4BaK7　ZF1BaK3　F2BaK7　ZF1K7　QF1BaK2
20	F5BaK1　F4BaK2　F2BaK3　F4BaK3　F3BaK2　F5BaK3　F3BaK3　F2BaK2　F3BaK1
21	ZF1K10　F2BaK1　BaF8BaK6　BaF8BaK3　F3BaK7
22	F5K7　F4K7　F3K7
23	F2K7　F5K10　BaF8K2
24	BaF8K9　QF11K9　QF11K2　F3K10　F2K10　F4K10　BaF8BaK8
25	F4BaK2　F4BaK1
26	QF1K9　QF1BaK1　QF11BaK1
27	BaF8BaK1　BaF8BaK2　QF1K2
28	BaF8BaK7　BaF8K7
29	QF11K7
30	BaF8BaK3

附录　双胶合透镜$\bar{P}_0^{\infty}$的算法

本算法采用链表结构，有关数据类型（类型和变量名按见名知义原则）和算法如下：

```
struct glass                    /* 玻璃链表结点类型 */
{char name[7];                  /* 玻璃牌号 */
float n, v;                     /* 折射率和阿贝数 */
struct glass  *next;            /* 指向下一个结点的指针变量 */
};

struct cem_ lens                /* 双胶合透镜结构体类型 */
{char name1[7], name2[7];       /* 第一块玻璃和第二块玻璃的牌号 */
float a, b, c, P0,Q0, fik;      /* 双胶合透镜在给定 C̄ 下的各个参量 */
};                              /* fik 表示 φk */

struct cem_ node
{struct cem_ lens cem;          /* 选出的双胶合透镜链表结点类型 */
struct cem_ node  *next;        /* 指向下一个结点的指针变量 */
};

void calcu_ cemented_ p0(cl, kpoint, fpoint)      /* 计算双胶合透镜像差参量的函数 */
float cl;                       /* 色差参量 */
struct glass  *kpoint,  *fpoint;   /* 冕牌玻璃和火石玻璃链表头结点指针 */
{struct glass  *p,  *q;      /* 指向第一块玻璃结点和第二块玻璃结点的工作指针 */
struct cem_ lens cem;           /* 当前双胶合透镜结构体变量 */
float fi1, fi2;                 /* φ1 和 φ2 */
FILE  *fp;          /* 双胶合透镜数据文件指针(算出的参量存入文件) */
int i, j;                       /* 循环变量 */
if((fp=fopen("文件名","wb"))=NULL)
{printf("Cannot open file!  \n"); retrun;
}
for(i=1;i<3;i++)                /* i=1 时,冕牌玻璃在前,i=2 时,火石玻璃在前 */
{if(i==1)p=kpoint;
else p=fpoint;
do                              /* 第一块玻璃循环 */
{if(i==1)q=fpoint;else q=kpoint;
do                              /* 第二块玻璃循环 */
{fi1=p->v*(1-q->v*cl)/(p->v-q->v);fi2=1-fi1;
cem.A=1+2*fi1*(1/p->n-1/q->n)+2/q->n;
cem.B=3*fi1*fi1/(p->n-1)-3*fi2*fi2/(q->n-1)+2*fi1-2;
```

```
cem.C=p->n*pow(fi1,3)/((p->n-1)*(p->n-1))+
q->n*pow(fi2,3)/((q->n-1)*(q->n-1))+q->n*fi2*fi2/(q->n-1);
cem.P0=cem.C-cem.B*cem.B/(4*cem.A);      /*计算P̄0∞
cem.Q0=-0.5*cem.B/cem.A; /*计算Q0*/
if(i==1)cem.fik=fi1; else cem.fik=fi2;     /*计算φk*/
for(j=0;j<7;j++)
{cem.name1[j]=p->name[j];cem.name2[j]=q->name[j];
}
if(fwrite(&cem, sizeof(struct cem_lens),1,fp)! =1)     /*存入文件*/
{printf("file write error/n");return;
}
q=q->next;
}while(q! =NULL);
p=p->next;
}while(p! =NULL);
}
fclose(fp);
}
struct cem_node *search_cem_lens(filename, P0,error)
                                    /*在给定文件中查找合适玻璃对*/
char *filename; float P0,error;   */文件名,给定P̄0∞和误差*/
(int i;
FILE *fp;
struct cem_node *cpoint, *r, *s;/*合适玻璃对链表的头指针和工作指针*/
if(fp=fopen(filename, "rb"))==NULL)
{printf("cannot open file\n");return(NULL);
}
cpoint =(struct cem_node *)malloc(sizeof(struct cem node);
r=cpoint;
while(! feof(fp))
{s=(struct cem_node *)malloc(sizeof(struct cem_node));
fread(&(s->cem),sizeof(struct cem_lens),1,fp);
if(fabs(s->cem.P0-P0)<error)/*找到一个,接入合适玻璃对的表尾*/
{r->next=s;r=s;}
}
r->next=NULL;
fclose(fp);
return(cpoint);                    /*返回合适玻璃对链表的头指针*/
}
```

主调函数请读者自行编写。有关的编程与链表结构知识请读者参阅参考文献[19]和[20]。



C0394567

参考文献

[1] Max born and Emil Wolf. Principles of Optics. PERGAMON PRESS (Great Britain)

[2] 王之江等.《光学技术手册》,机械工业出版社,1987 年

[3] 王自强等.《光学测量》,浙江大学出版社,1989 年

[4] 魏光辉等.《矩阵光学》,兵器工业出版社,1995 年

[5] 本书编写组.《简明数学手册》,上海教育出版社,1978 年

[6] 王之江.《光学设计理论基础》,科学出版社,1985 年

[7] 本书编辑组.《光学仪器设计手册》,国防工业出版社,1972 年

[8] 虞启琏等.《医用光学仪器》,天津科学技术出版社,1988 年

[9] B. A. 帕诺夫等.《显微镜的光学设计与计算》,机械工业出版社,1982 年

[10] 袁旭沧等.《光学设计》,科学出版社,1983 年

[11] 陶纯堪.《变焦距光学系统设计》,国防工业出版社,1988 年

[12] 张以谟.《应用光学》,机械工业出版社,1982 年

[13] J. W. 顾德门.《傅里叶光学导论》,科学出版社,1976 年

[14] J. W. 加斯基尔.《线性系统・傅里叶变换・光学》,人民教育出版社,1981 年

[15] 庄松林等.《光学传递函数》,机械工业出版社,1981 年

[16] 南京大学数学系计算数学专业.《光学系统自动设计中的数值方法》,国防工业出版社,1976 年

[17] 南京大学数学系计算数学专业.《光学自动设计程序汇编》,国防工业出版社,1978 年

[18] 王永仲.《光学设计与微型计算机》,国防科技大学出版社,1986 年

[19] 谭浩强.《C 程序设计》,清华大学出版社,1991 年

[20] Ellis Horowitz, Sartaj Sahni and Susan Anderson-Freed. Fundamentals of Data Structures in C. COMPUTER SCIENCE PRESS (New York)

[21] 李晓彤等.变焦距系统高斯解优化的研究.《浙江大学学报》,1993. 1

[22] U. S. Patent 4,720,179